Основные позиционные задачи

При решении *позиционных задач* выясняют

взаимное расположение (*позицию*) двух и большего числа геометрических фигур

Понятие *взаимное расположение* включает также принадлежность одной фигуры другой

При этом возможны случаи:

1) полной принадлежности:

– точка принадлежит прямой $A \in \ell$;

– прямая принадлежит плоскости $\ell \in \Phi$;

- точка принадлежит плоскости $A \in \Phi$

2) пересечения:

– двух плоскостей $\sum \cap \theta$

– прямой с плоскостью, поверхностью $\ell \cap \Sigma$

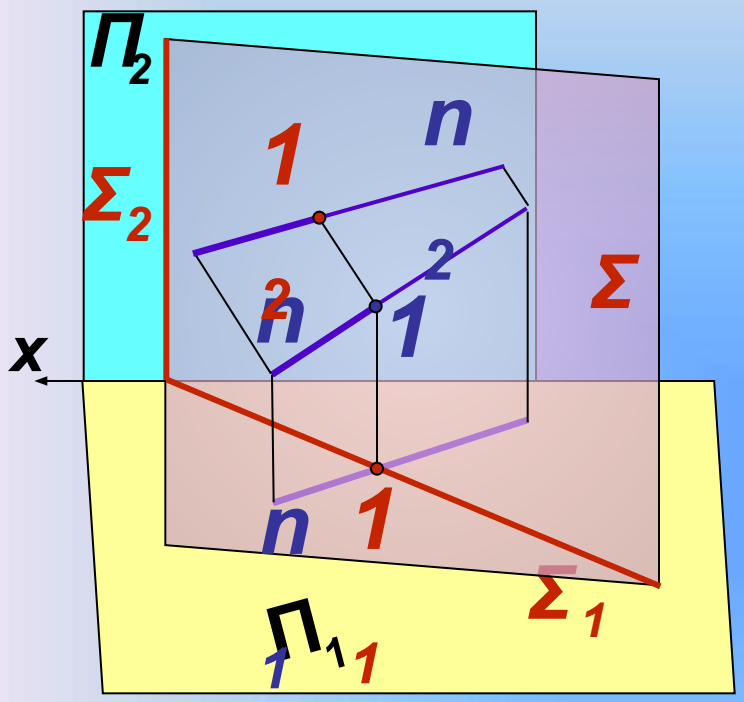
– плоскости с поверхностью;

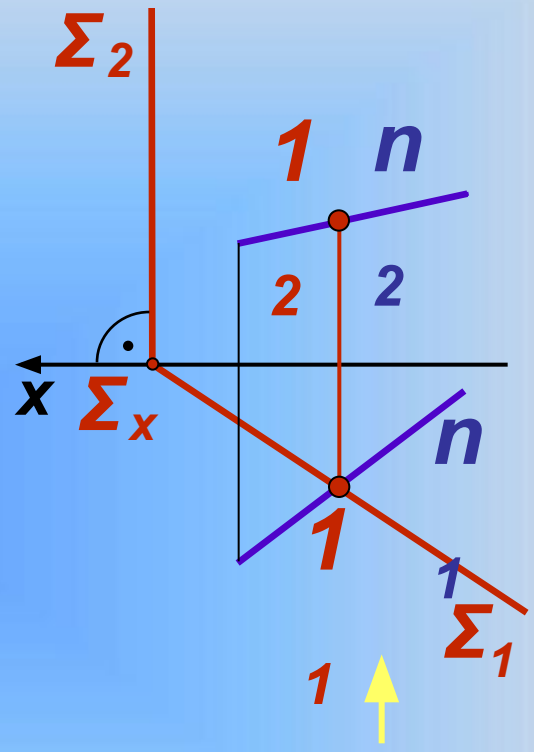
– двух поверхностей;

Две геометрические фигуры, пересекаясь, дают общий элемент:

- Прямая с прямой – точку ($a \cap b \Rightarrow K$)
- Прямая с плоскостью – точку ($a \cap \Sigma \Rightarrow K$)
- Прямая с поверхностью – одну или несколько точек ($a \cap \Sigma \Rightarrow K$, M…)
- Плоскость с плоскостью – прямую линию ($\Sigma \cap \theta \Rightarrow m$)
- Плоскость с поверхностью – плоскую кривую или плоскую ломаную ($\sum \cap \Phi \Rightarrow a$)
- Поверхность с поверхностью – пространственную кривую или несколько пространственных кривых, которые в свою очередь, могут состоять из плоских кривых или плоских ломаных ($\Sigma \cap \theta \Rightarrow m$)

1.Пересечение прямой с проецирующей плоскостью

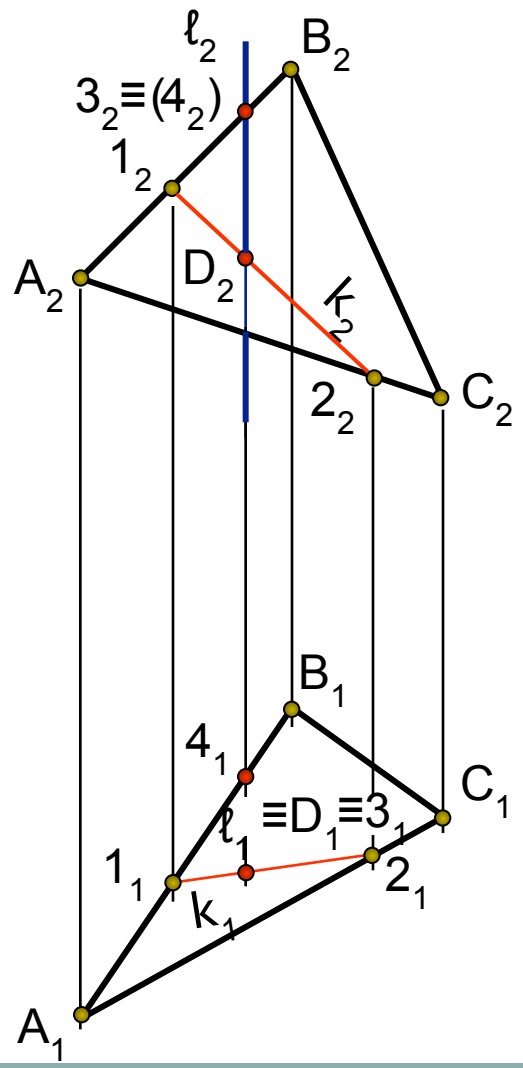




Одна из проекций точки 1 (пересечения прямой n с проецирующей плоскостью Σ) находится на пересечении следа плоскости Σ_1 с проекцией прямой n_1. Видимость прямой определяется по направлению взгляда наблюдателя, плоскость считается непрозрачной

$$1 = n \cap \Sigma \Rightarrow 1_1 = n_1 \cap \Sigma_1;\ 1_2 \in n_2$$

2. Пересечение проецирующей прямой с плоскостью общего положения



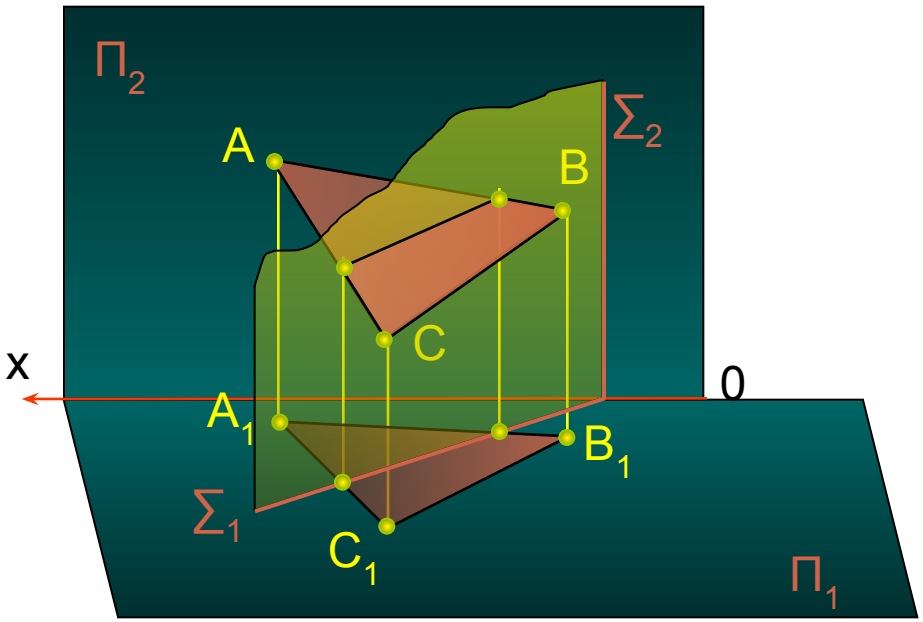
$\ell \perp \Pi_1$ - фронтально ПР

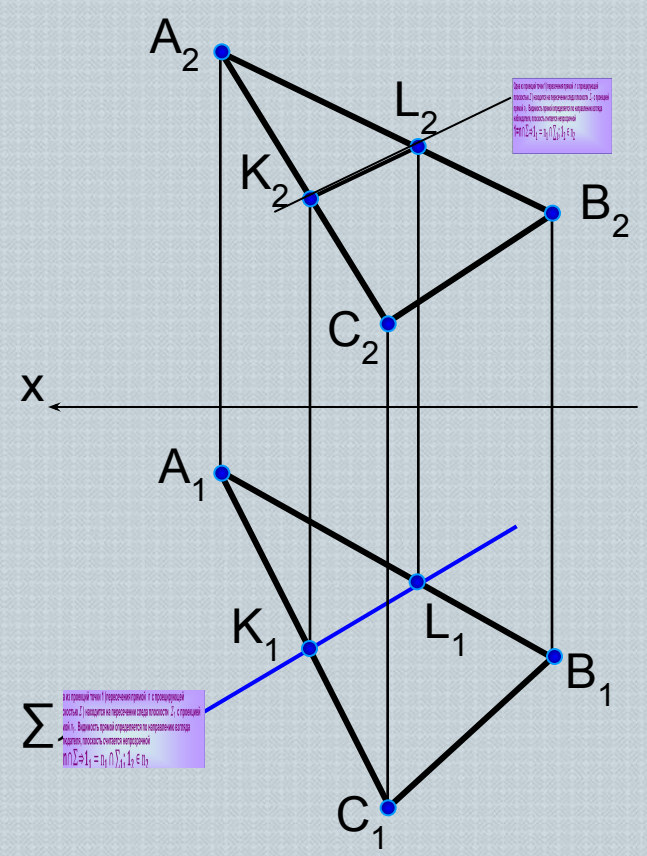
□(ABC) пл ОП

$\ell \cap$ □(ABC)=D

Проецирующее положение прямой позволило определить одну из проекций искомой точки

3. Пересечение *плоскости общего положения с проецирующей плоскостью*

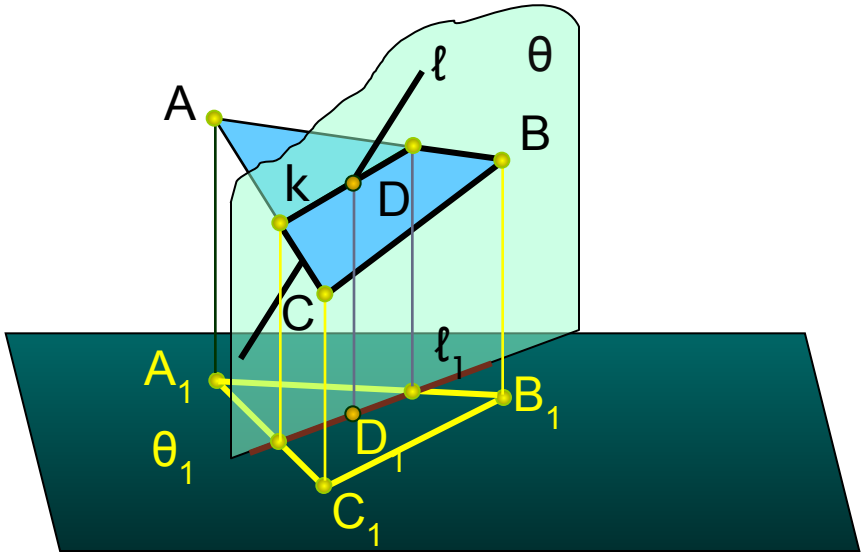




$\Sigma_1 \cap \square(ABC)=KL$

$K_1L_1 \equiv \Sigma_1$

4.Пересечение прямой *общего положения* с плоскостью *общего положения*



$\theta_1 \equiv \ell_1$

Алгоритм решения задачи:

1.Прямая заключается во вспомогательную плоскость

$\ell \subset \theta \perp \Pi_1$

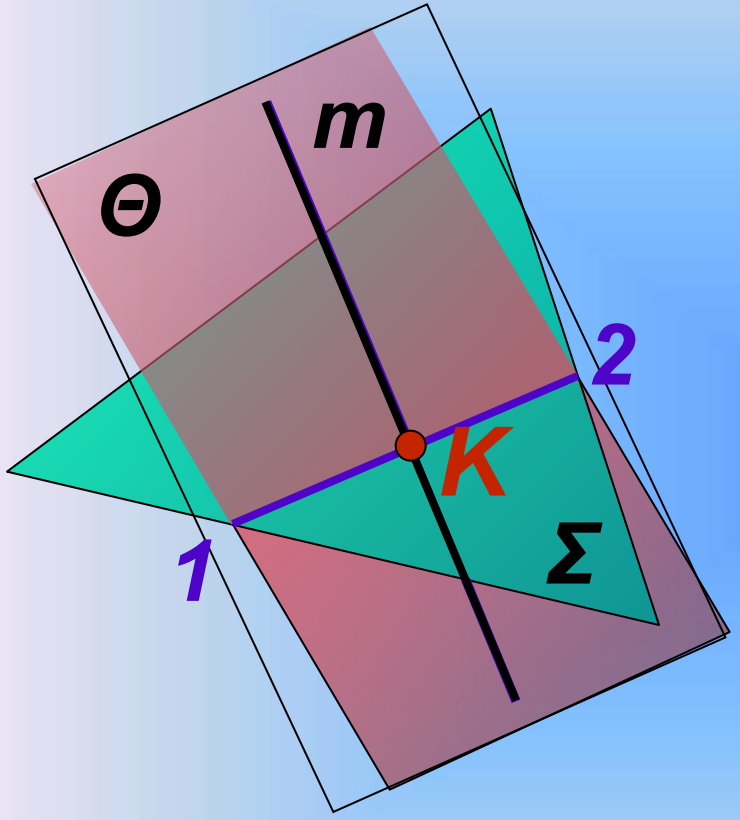
2.Определяется линия пересечения заданной плоскости со вспомогательной

$\theta \cap \Sigma(ABC) = k$

3.Отмечается искомая точка на пересечении данной прямой с линией пересечения плоскостей

$k \cap \ell = D$

Пересечение прямой общего положения с плоскостью общего положения

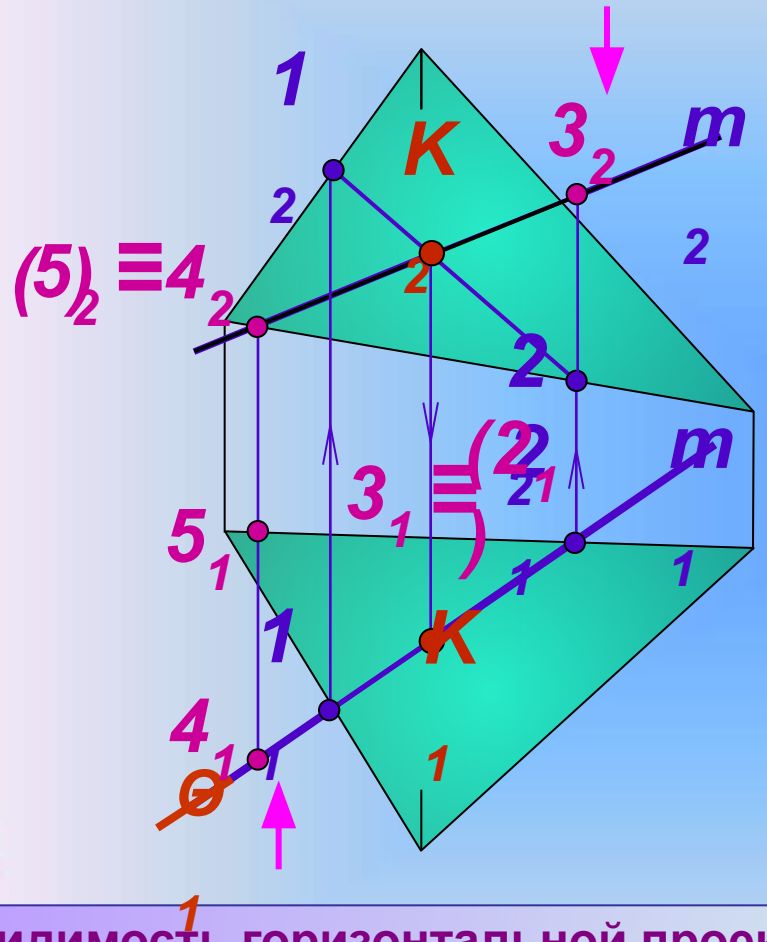


Алгоритм:

1. $m \in \Theta$
2. $\Theta \cap \Sigma = 1\text{-}2$
3. $1\text{-}2 \cap m = K$
4. Видимость m

Через данную прямую *m* проводят вспомогательную плоскость *Θ* . Находят линию пересечения 1-2 плоскостей: заданной *Σ* и вспомога-тельной *Θ* . 3. На полученной линии пресечения 1-2 находят общую точку *K* с заданной прямой *m* . 4. Определяют видимость прямой *m*

Пересечение прямой общего положения с плоскостью общего положения



1. $m \in \Theta$;
   $\Theta \perp \Pi_1 \Rightarrow \Theta_1 \in m_1$
2. $\Theta \cap \Sigma(\Delta) = 1\text{-}2$;
   $1_1 2_1 \rightarrow 1_2 2_2$
3. $1\text{-}2 \cap m = K$; $K_2 \rightarrow K_1$
4. Видимость m
   (по конкурирующим точкам)

Видимость горизонтальной проекции прямой определяют по горизон-тально конкурирующим точками 3 и 2 ($3 \in m$; $2 \in \Sigma$). Видимость фронталь-ной проекции прямой определяют по фронтально конкурирующим точка-ми 4 и 5 ($4 \in m$; $5 \in \Sigma$). Видимость прямой *m* меняется в точке пересечения

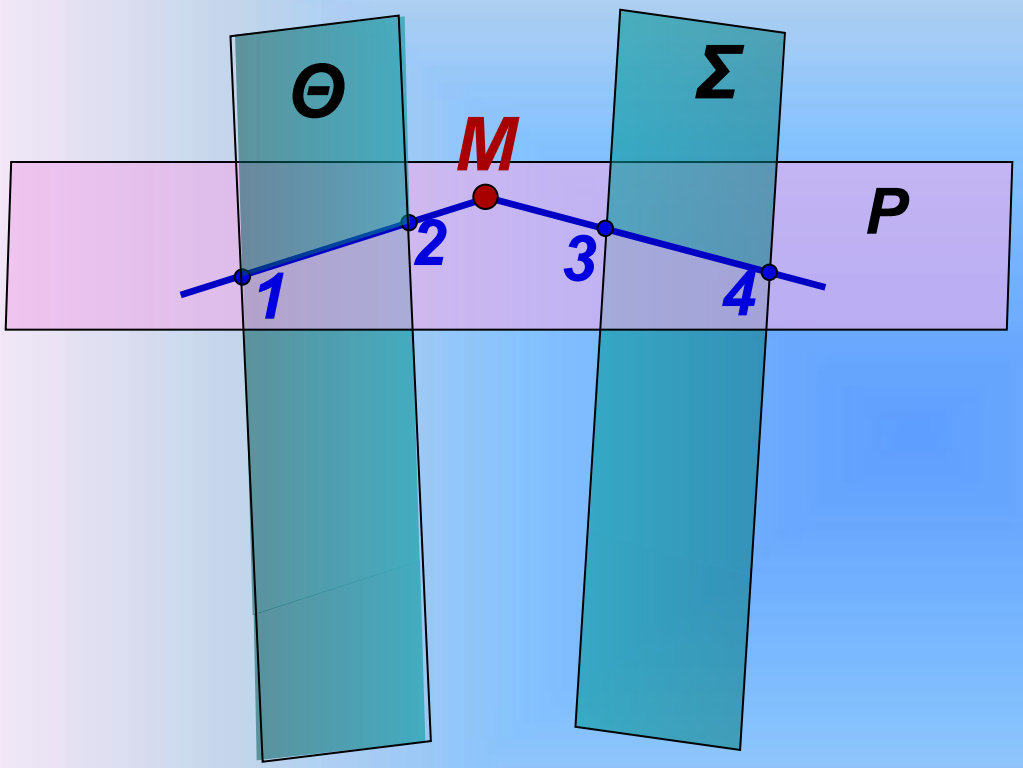
2007

Способ вспомогательных секущих плоскостей

- Частный случай способа вспомогательных секущих поверхностей
- Используется для решения позиционных задач
- Секущие плоскости выбирают так, чтобы в сечении получались графически простые линии
- В качестве секущих удобно использовать плоскости частного положения (проецирующие или плоскости уровня)

Столбова И.Д. 2007

Пересечение двух плоскостей общего положения



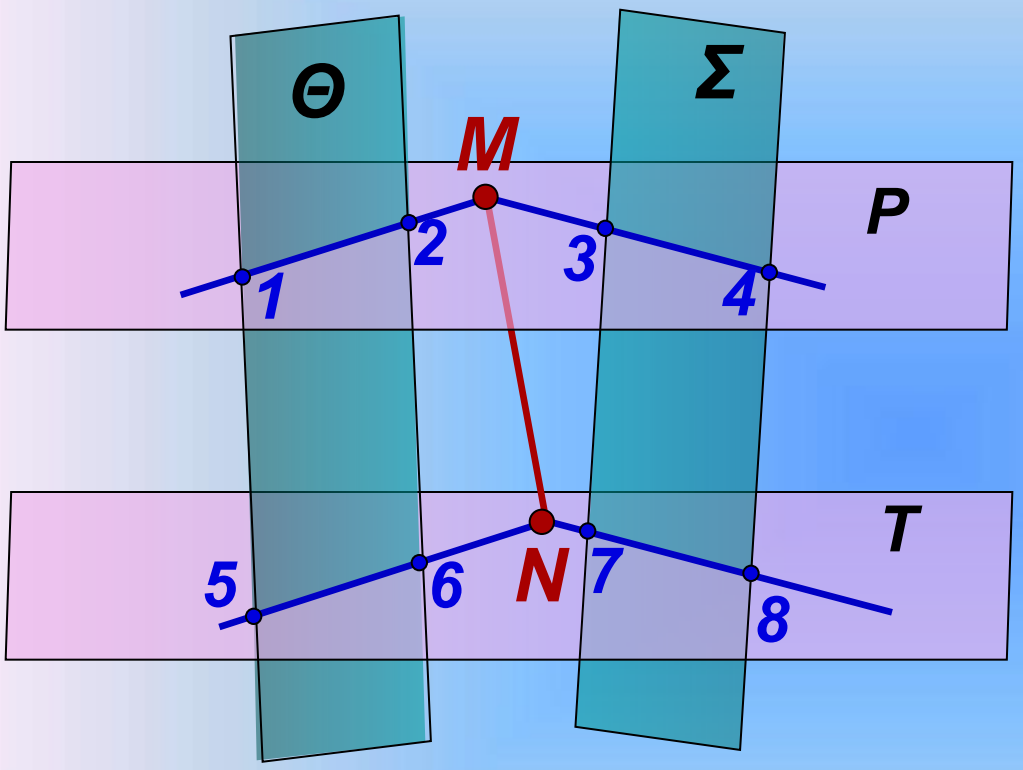
Алгоритм:

P- вспом. пл-mb

1. **P ∩ Θ = 1-2**
2. **P ∩ Σ = 3-4**
3. **1-2 ∩ 3- 4 = M**

Способом вспомогательных секущих плоскостей найдем две точки, опре-деляющие линию *MN* пересечения заданных плоскостей *Σ* и *Θ*. Плоскость *P* пересекает плоскость *Θ* по прямой 1-2, а плоскость *Σ* – по прямой 3-4. При пересечении полученных прямых определяем первую точку *M*

Пересечение двух плоскостей общего положения



Алгоритм:

P- вспом. пл-ть

1. P ∩ Θ = 1-2
2. P ∩ Σ = 3-4
3. 1-2 ∩ 3- 4 = M

T- вспом. пл-ть

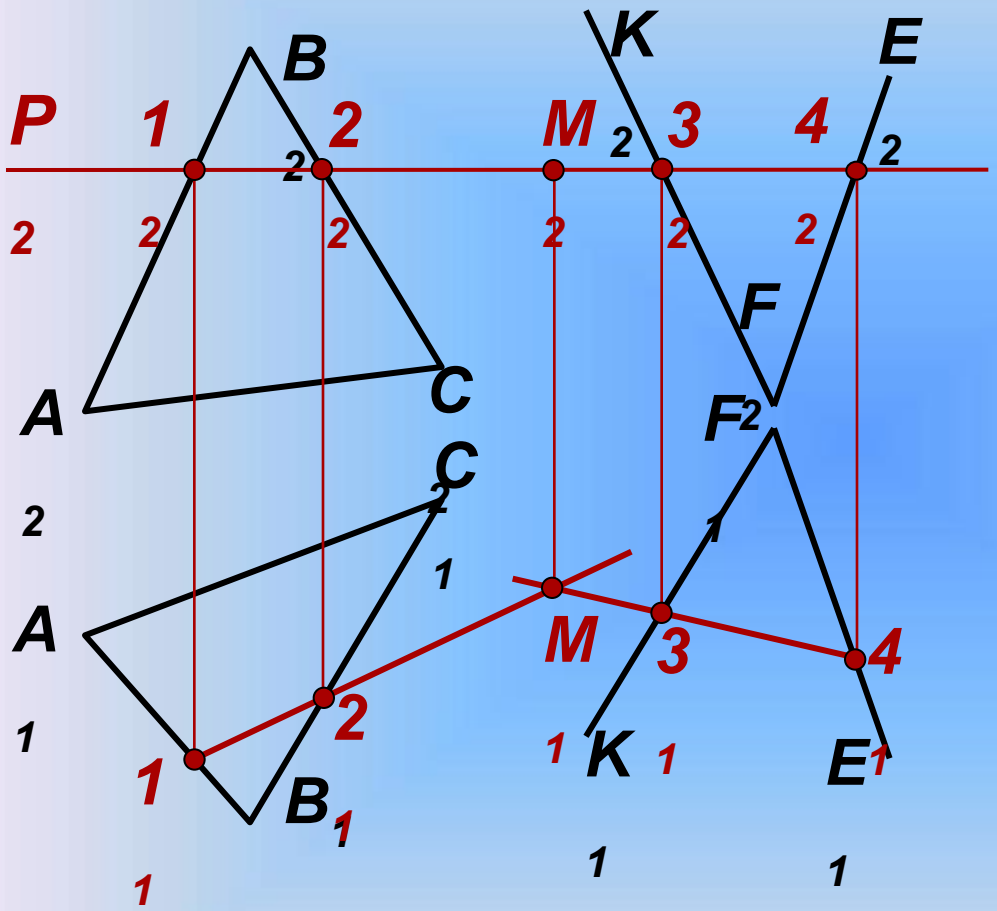
1. T ∩ Θ = 5 - 6
2. T ∩ Σ = 7- 8
3. 5- 6 ∩ 7- 8 = N

N ∪ M – *искомая прямая*

Вторая вспомогательная плоскость *T* пересекает заданную плоскость *Θ* по прямой 5-6, а заданную плоскость *Σ* – по прямой 7-8. На пересечении полученных прямых определяем вторую точку *N* искомой линии *MN* пересечения заданных плоскостей *Σ* и *Θ*

2007

Пересечение двух плоскостей общего положения



Алгоритм:

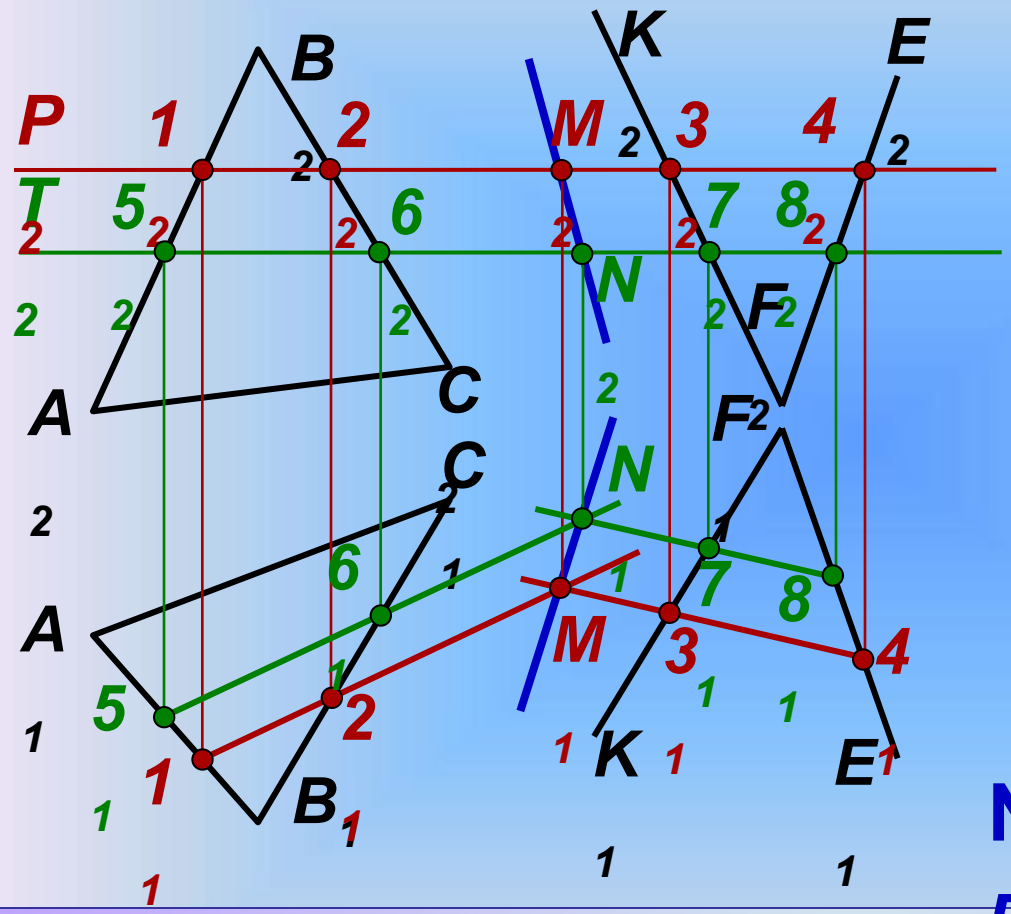
P- вспом. пл-

1. $P \cap \Theta(\Delta ABC)=1\text{-}2$
2. $P \cap \Sigma(KF \cap FE)=3\text{-}4$
3. $1\text{-}2 \cap 3\text{-}4 = M$

Проецирующая плоскость *P(P$_2$)* пересекает плоскость *Θ(ΔABC)* по прямой 1-2, а плоскость *Σ(KF∩FE)* – по прямой 3-4. Определив фронтальные про-екции прямых $1_2 2_2$ и $3_2 4_2$, находят общую точку M_1 на пересечении их горизонтальных проекций. Точка M_2 лежит на следе

Столбова И.Д. 2007

Пересечение двух плоскостей общего положения



Алгоритм:

P- вспом. пл-ть

1. P∩Θ(ΔABC)=1-2
2. P∩Σ(KF∩FE)=3- 4
3. 1-2 ∩ 3- 4 = M

T- вспом. пл-ть

1. T∩Θ(ΔABC)=5 - 6
2. T∩Σ(KF∩FE)= 7- 8
3. 5- 6 ∩ 7- 8 = N

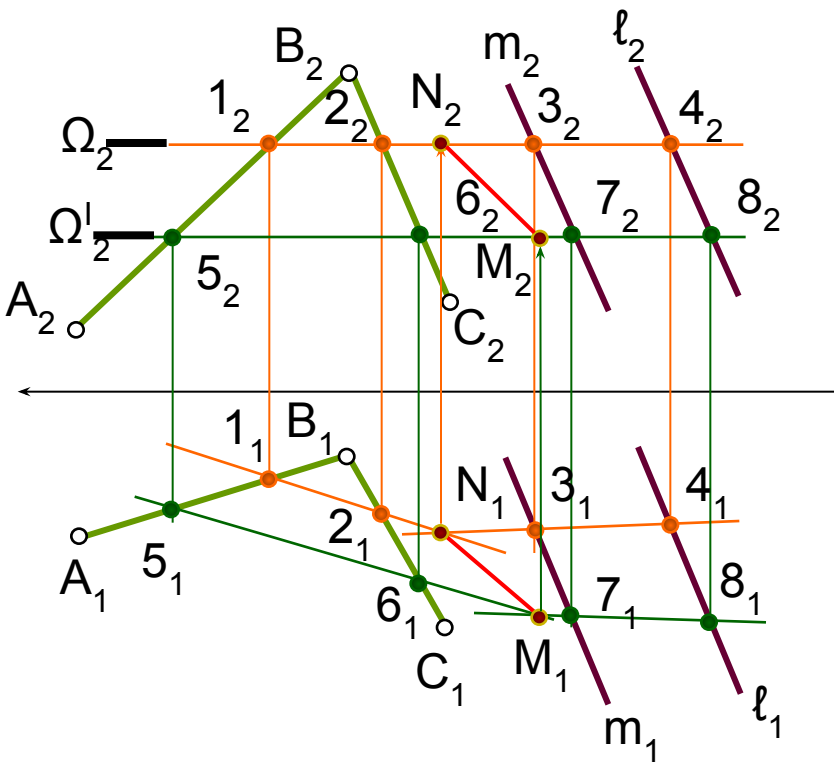
N ∪ M – *искомая прямая*

Вторая вспомогательная плоскость *T* пересекает данные плоскости по прямым 5-6 и 7-8, на пересечении которых определяется вторая точка *N* искомой линии *MN*. Точки *M* и *N* лежат в соответствующих секущих плоскостях и принадлежат одновременно двум исходным плоскостям *Σ* и *Θ*

2007

Задача

Построить линию пересечения плоскостей ∑ и θ



∑(AB∩BC)

θ (m II ℓ)

$\Omega_2 \cap \sum = 1,2$; $\Omega_2 \cap \theta = 3,4$;

$1,2 \cap 3,4 = N$;

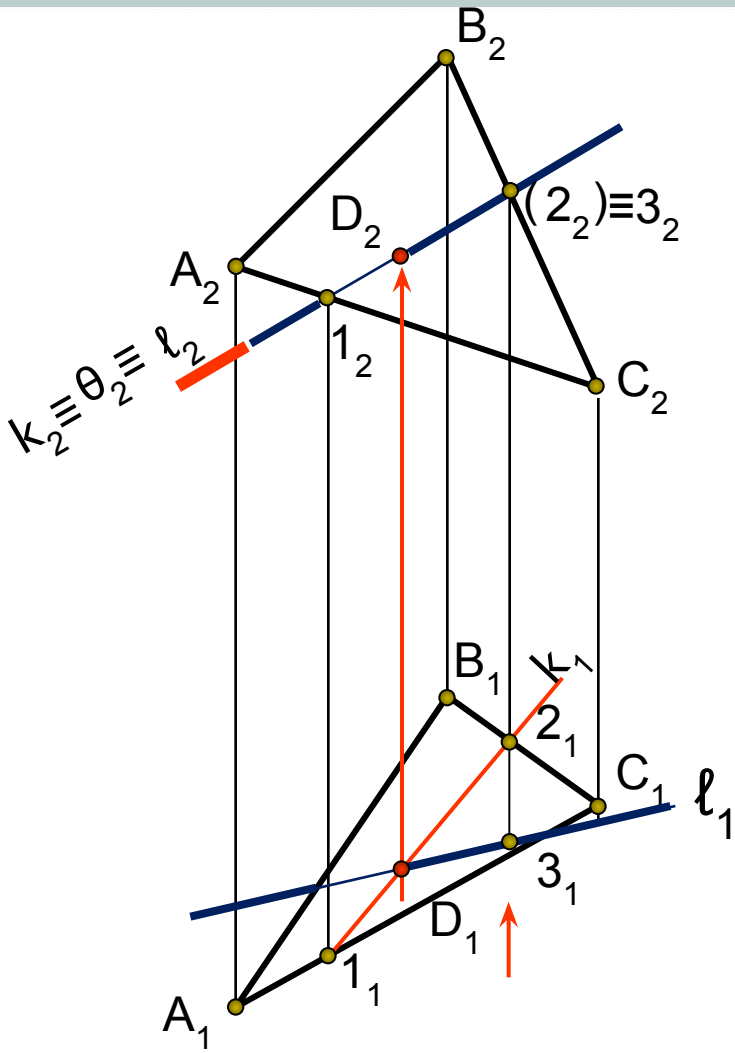
$\Omega'_2 \cap \sum = 5,6$; $\Omega^{I}_2 \cap \theta = 7,8$;

$5,6 \cap 7,8 = M$;

$\sum \cap \theta = MN$

Задача

Найти точку пересечения прямой ℓ с плоскостью Δ



$\theta_2 \subset \ell_2$;

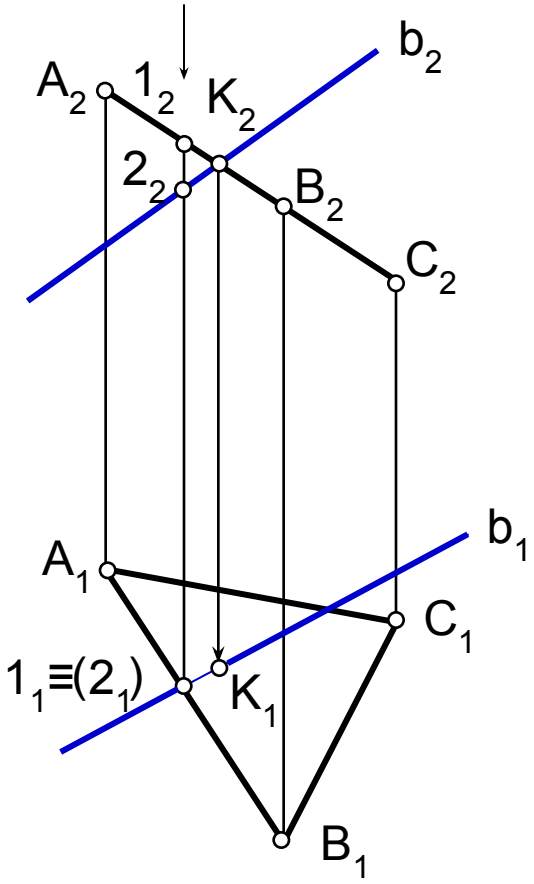
$\theta_2 \cap \square(A_2B_2C_2)=k_2$;

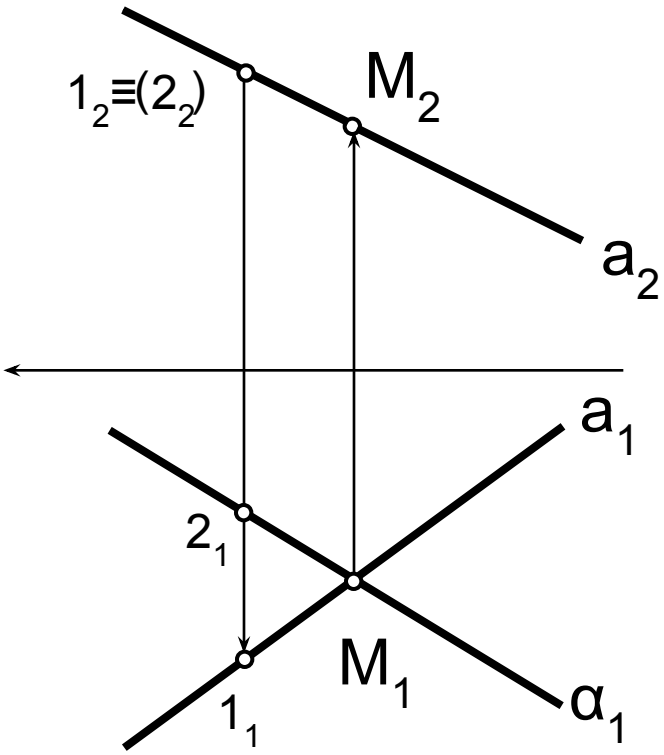
$k_1 \cap \ell_1 = D_1$;

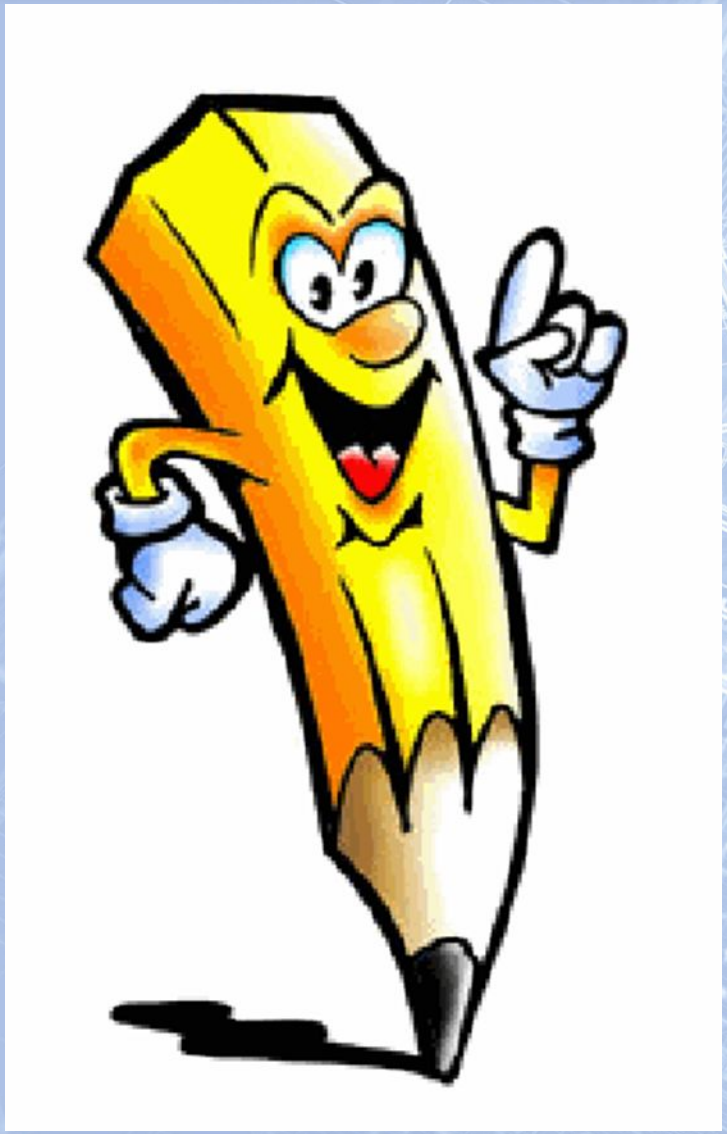
$\ell \cap \square(ABC)=D$

Пересечение прямой общего положения с проецирующей плоскостью

(Плоскость задана следом)







ЖЕЛАЮ УДАЧИ!

Pedsovet.su
СООБЩЕСТВО ВЗАИМОПОМОЩИ УЧИТЕЛЕЙ