

Основные позиционные задачи

При решении
позиционных задач
выясняют

взаимное
расположение (*позицию*)
двух и большего числа
геометрических фигур

Понятие *взаимное
расположение* включает
также принадлежность
одной фигуры другой

При этом возможны случаи:

*1) полной
принадлежности:*

- точка принадлежит
прямой $A \in \ell$;
- прямая принадлежит
плоскости $\ell \in \Phi$;
- точка принадлежит плоскости
 $A \in \Phi$

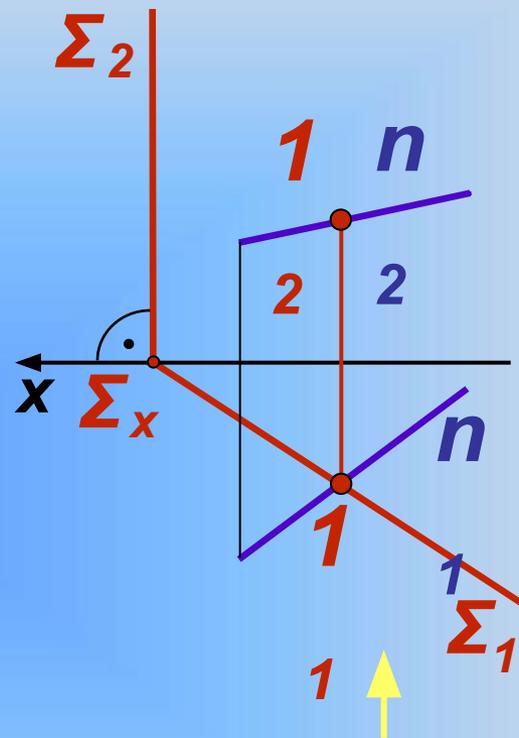
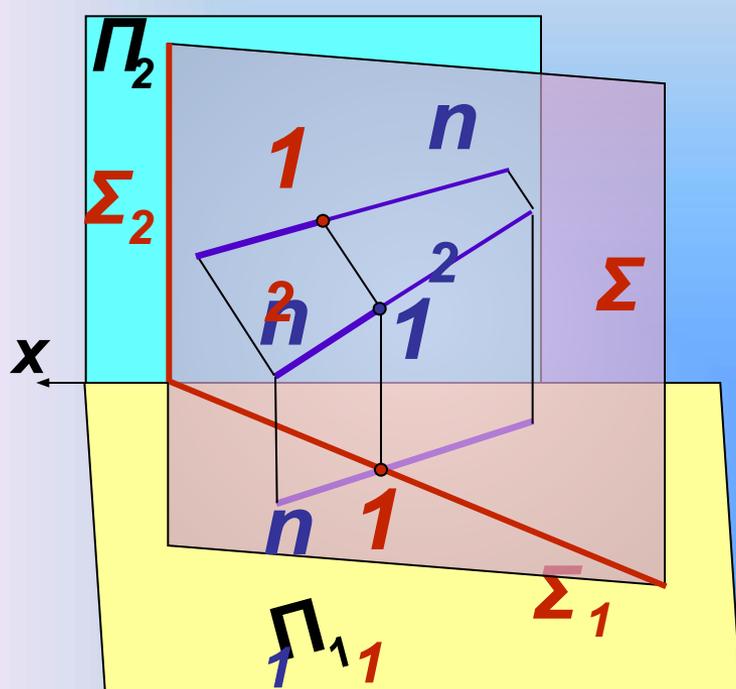
2) пересечения:

- двух плоскостей $\Sigma \cap \Theta$
- прямой с плоскостью,
поверхностью $\ell \cap \Sigma$
- плоскости с поверхностью;
- двух поверхностей;

Две геометрические фигуры, пересекаясь, дают общий элемент:

- ❖ Прямая с прямой – точку ($a \cap b \Rightarrow K$)
- ❖ Прямая с плоскостью – точку ($a \cap \Sigma \Rightarrow K$)
- ❖ Прямая с поверхностью – одну или несколько точек ($a \cap \Sigma \Rightarrow K, M, \dots$)
- ❖ Плоскость с плоскостью – прямую линию ($\Sigma \cap \theta \Rightarrow m$)
- ❖ Плоскость с поверхностью – плоскую кривую или плоскую ломаную ($\Sigma \cap \Phi \Rightarrow a$)
- ❖ Поверхность с поверхностью – пространственную кривую или несколько пространственных кривых, которые в свою очередь, могут состоять из плоских кривых или плоских ломаных ($\Sigma \cap \theta \Rightarrow m$)

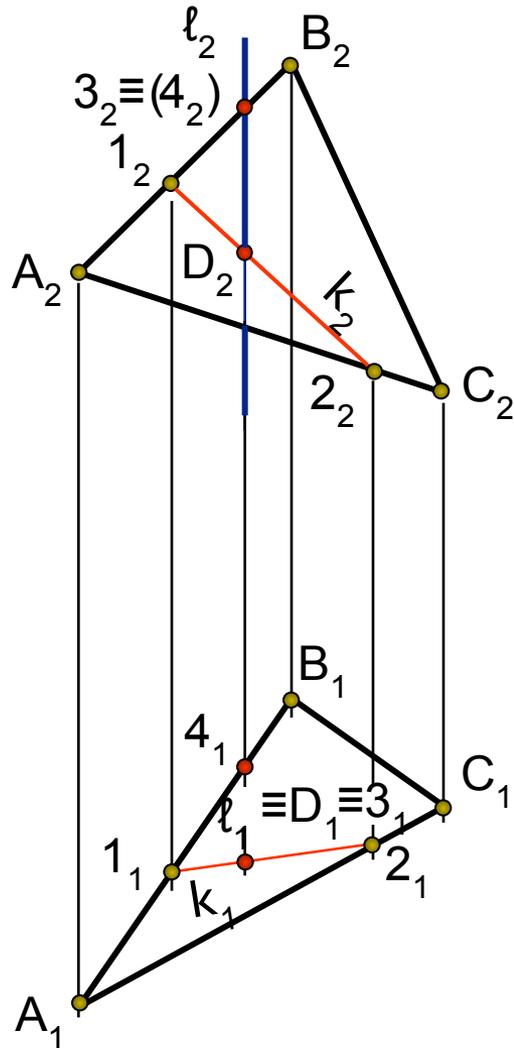
1. Пересечение прямой с проецирующей плоскостью



Одна из проекций точки 1 (пересечения прямой n с проецирующей плоскостью Σ) находится на пересечении следа плоскости Σ_1 с проекцией прямой n_1 . Видимость прямой определяется по направлению взгляда наблюдателя, плоскость считается непрозрачной

$$1 = n \cap \Sigma \Rightarrow 1_1 = n_1 \cap \Sigma_1; 1_2 \in n_2$$

2. Пересечение проецирующей прямой с плоскостью общего положения



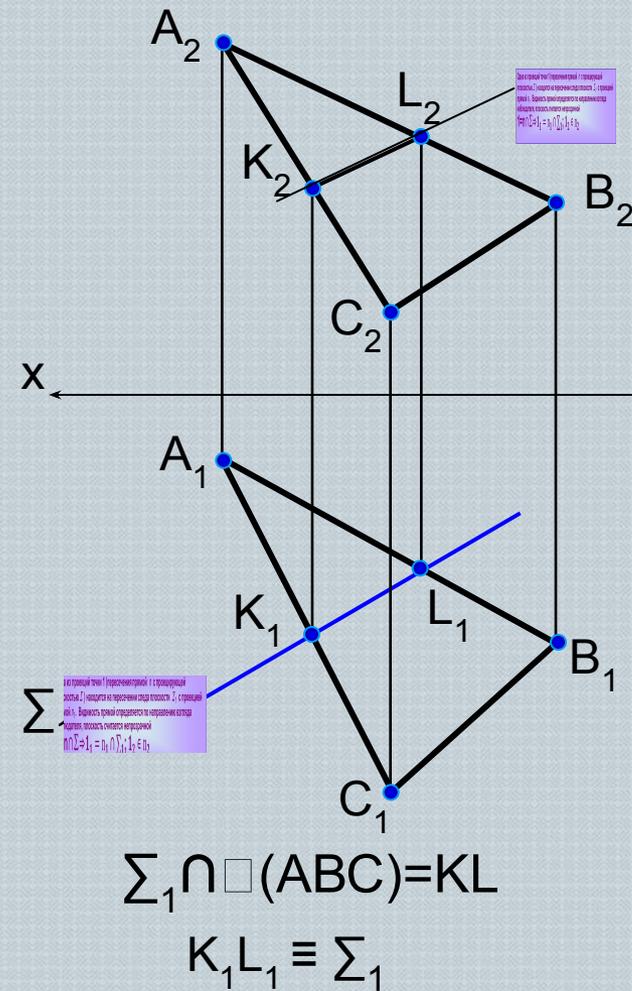
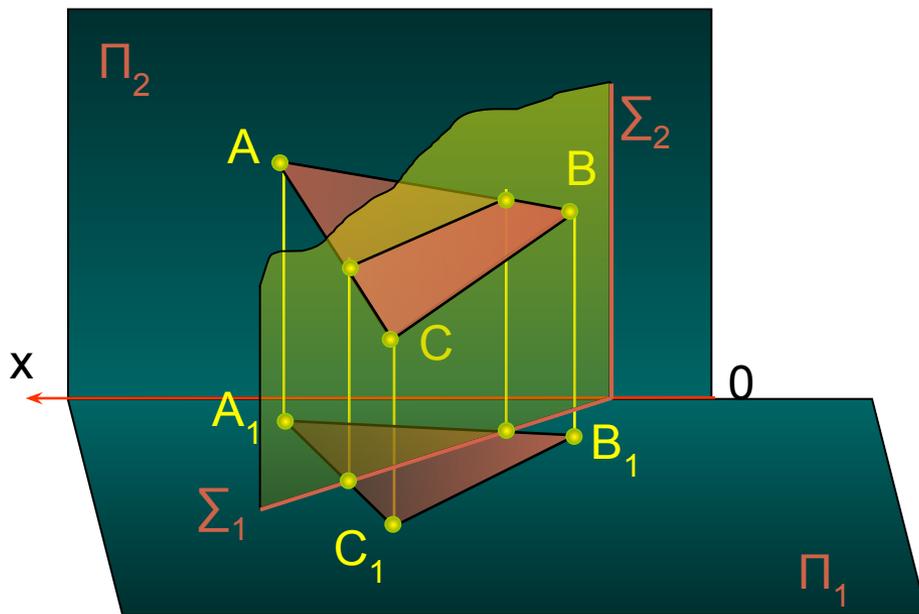
$l \perp \Pi_1$ - фронтально ПР

$\square(ABC)$ пл ОП

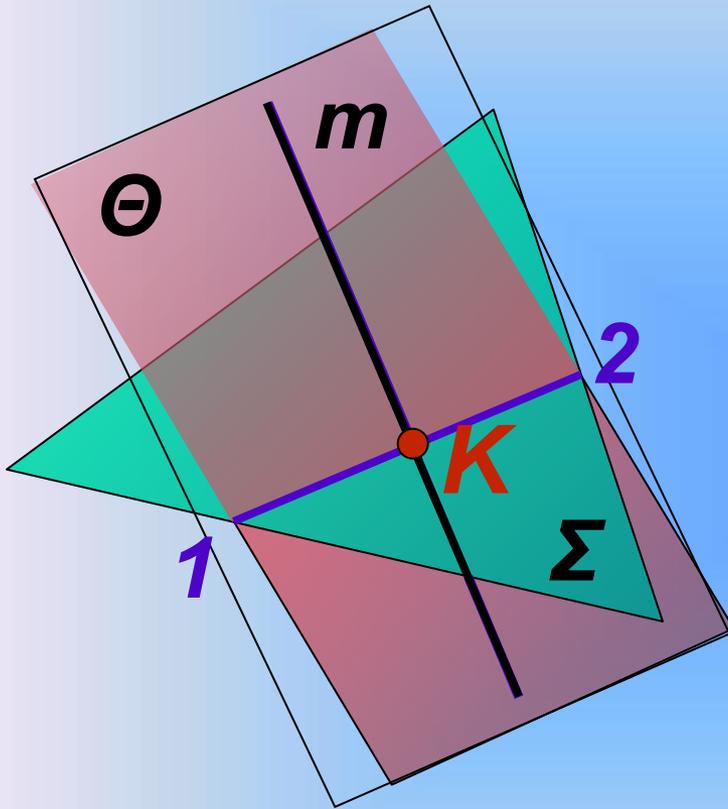
$$l \cap \square(ABC) = D$$

Проецирующее положение
прямой позволило
определить одну из
проекций искомой
точки

3. Пересечение плоскости общего положения с проецирующей плоскостью



Пересечение прямой общего положения с плоскостью общего положения

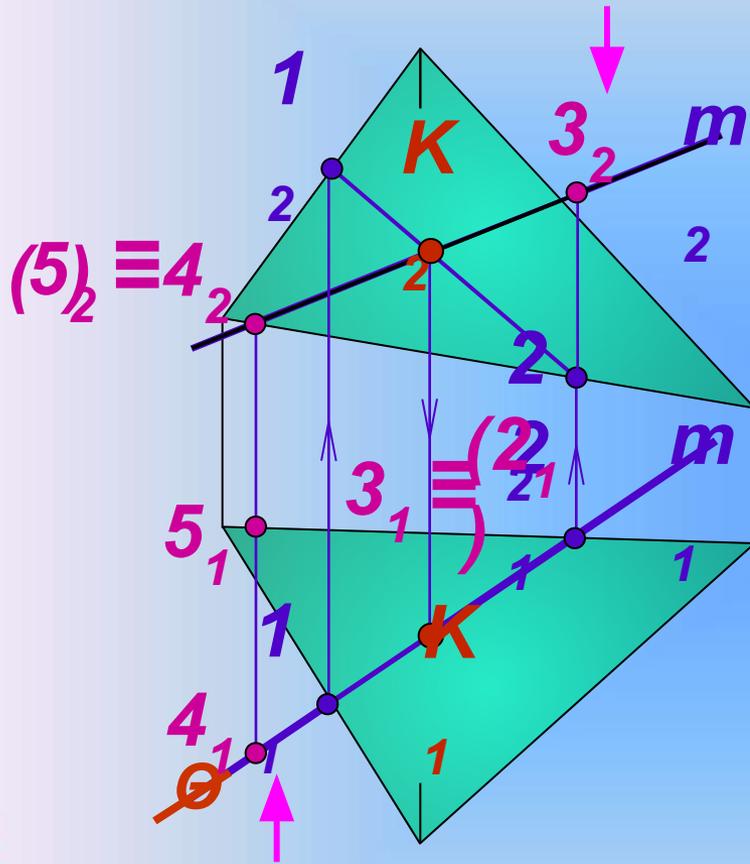


Алгоритм:

1. $m \in \Theta$
2. $\Theta \cap \Sigma = 1-2$
3. $1-2 \cap m = K$
4. Видимость m

Через данную прямую m проводят вспомогательную плоскость Θ .
Находят линию пересечения 1-2 плоскостей: заданной Σ и вспомога-
тельной Θ . 3. На полученной линии пресечения 1-2 находят общую точку K с
заданной прямой m . 4. Определяют видимость прямой m

Пересечение прямой общего положения с плоскостью общего положения



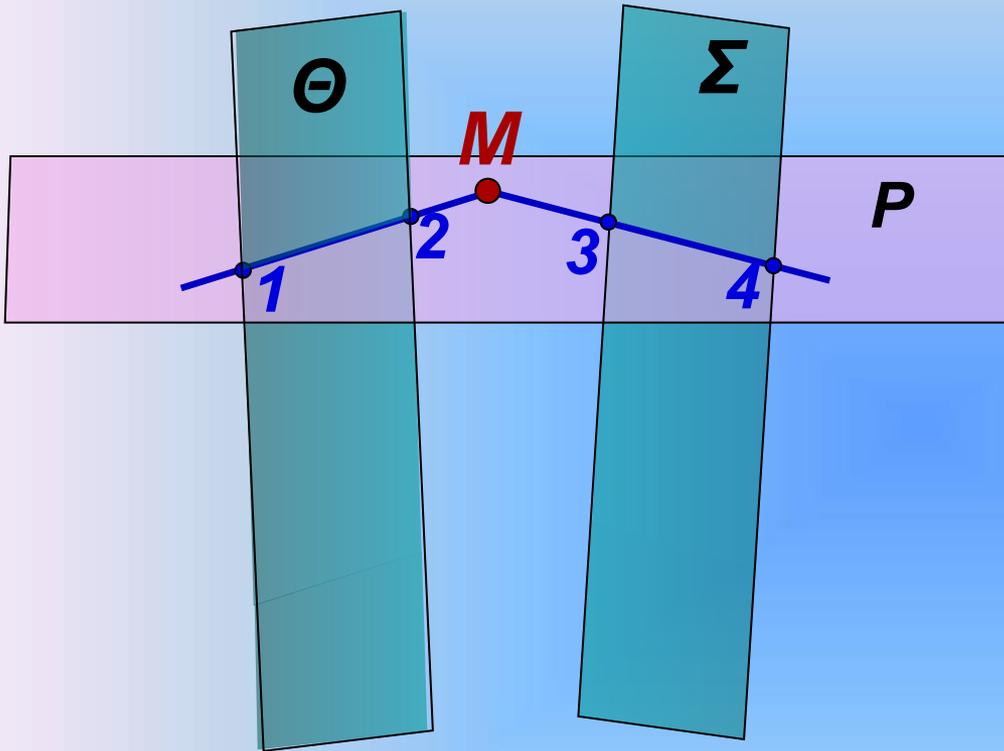
1. $m \in \Theta$;
 $\Theta \perp \Pi_1 \Rightarrow \Theta_1 \in m_1$
2. $\Theta \cap \Sigma(\Delta) = 1-2$;
 $1_1 2_1 \rightarrow 1_2 2_2$
3. $1-2 \cap m = K$; $K_2 \rightarrow K_1$
4. Видимость m
 (по конкурирующим точкам)

Видимость горизонтальной проекции прямой определяют по горизонтально конкурирующим точками 3 и 2 ($3 \in m$; $2 \in \Sigma$). Видимость фронтальной проекции прямой определяют по фронтально конкурирующим точками 4 и 5 ($4 \in m$; $5 \in \Sigma$). Видимость прямой m меняется в точке пересечения

Способ вспомогательных секущих плоскостей

- Частный случай способа вспомогательных секущих поверхностей
- Используется для решения позиционных задач
- Секущие плоскости выбирают так, чтобы в сечении получались графически простые линии
- В качестве секущих удобно использовать плоскости частного положения (проецирующие или плоскости уровня)

Пересечение двух плоскостей общего положения



Алгоритм:

P- вспом. пл-

1. $mP \cap \Theta = 1-2$

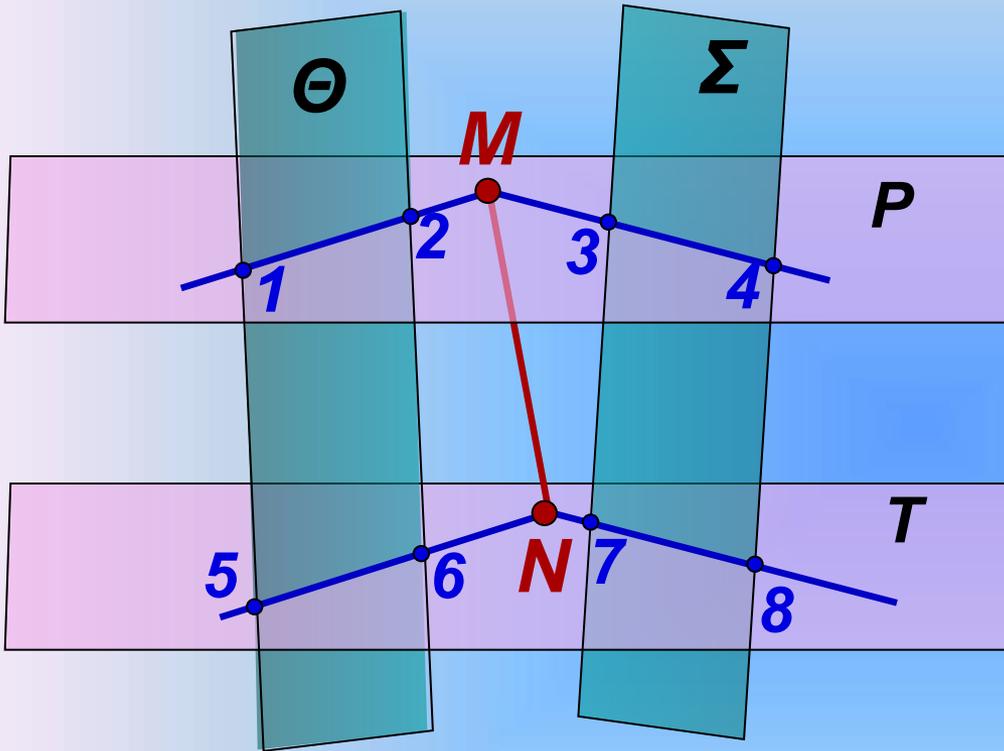
2. $P \cap \Sigma = 3-4$

3. $1-2 \cap 3-4 =$

M

Способом вспомогательных секущих плоскостей найдем две точки, определяющие линию MN пересечения заданных плоскостей Σ и Θ . Плоскость P пересекает плоскость Θ по прямой 1-2, а плоскость Σ – по прямой 3-4. При пересечении полученных прямых определяем первую точку M

Пересечение двух плоскостей общего положения



Алгоритм:

P- вспом. пл-

1. $m_P \cap \Theta = 1-2$

2. $P \cap \Sigma = 3-4$

3. $1-2 \cap 3-4 = M$

T- вспом. пл-

1. $m_T \cap \Theta = 5-6$

2. $T \cap \Sigma = 7-8$

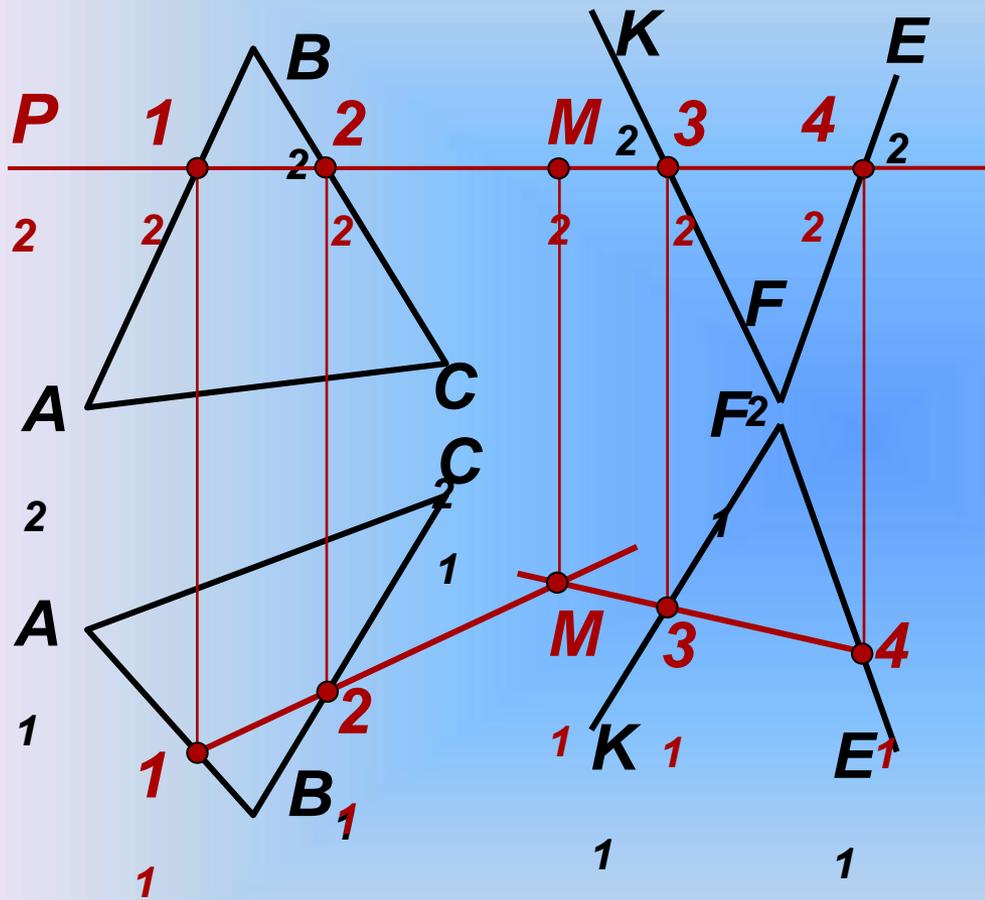
3. $5-6 \cap 7-8 = N$

MN – искомая

прямая

Вторая вспомогательная плоскость T пересекает заданную плоскость Θ по прямой 5-6, а заданную плоскость Σ – по прямой 7-8. На пересечении полученных прямых определяем вторую точку N искомой линии MN пересечения заданных плоскостей Σ и Θ

Пересечение двух плоскостей общего положения



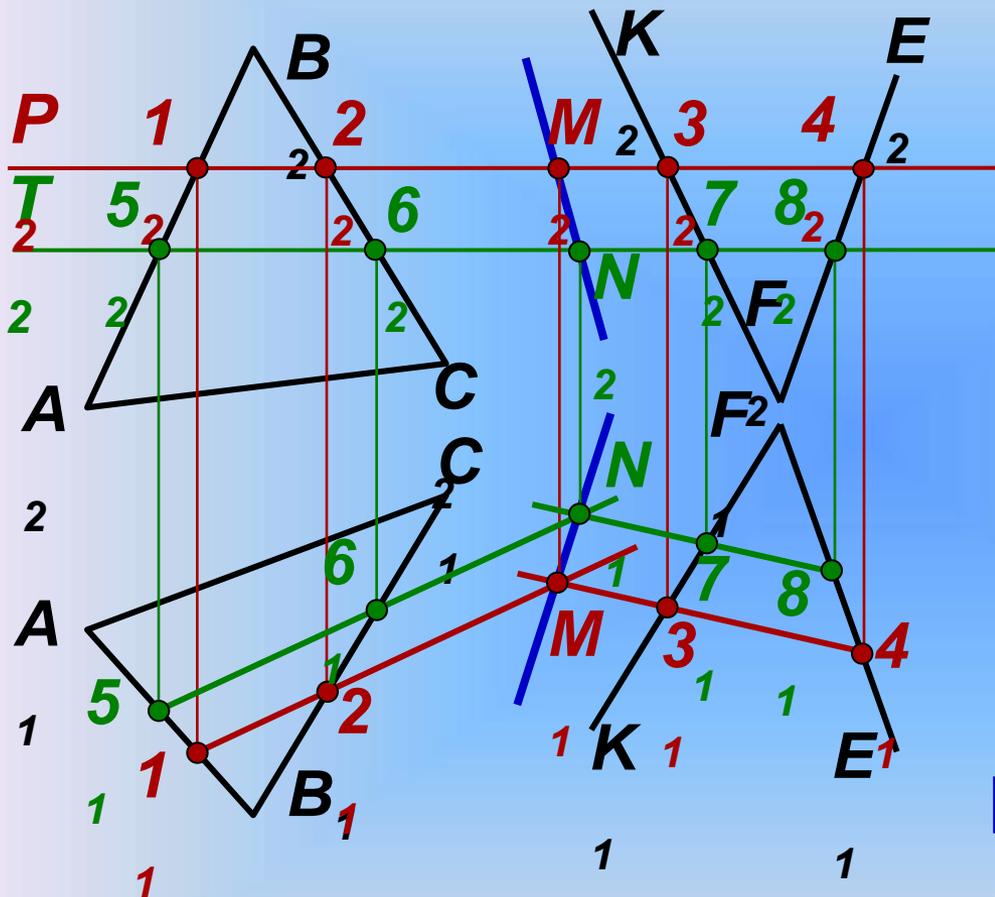
Алгоритм:

P - вспом. пл-

1. $M_1 \in \Theta(\Delta ABC) = 1-2$
2. $P \cap \Sigma(KF \cap FE) = 3-4$
3. $1-2 \cap 3-4 = M$

Проецирующая плоскость $P(P_2)$ пересекает плоскость $\Theta(\Delta ABC)$ по прямой 1-2, а плоскость $\Sigma(KF \cap FE)$ – по прямой 3-4. Определив фронтальные про-екции прямых $1_2 2_2$ и $3_2 4_2$, находят общую точку M_1 на пересечении их горизонтальных проекций. Точка M_2 лежит на следе

Пересечение двух плоскостей общего положения



Алгоритм:

P - вспом. пл-

1. $P \cap \Theta (\Delta ABC) = 1-2$
2. $P \cap \Sigma (KF \cap FE) = 3-4$
3. $1-2 \cap 3-4 =$

T - вспом. пл-

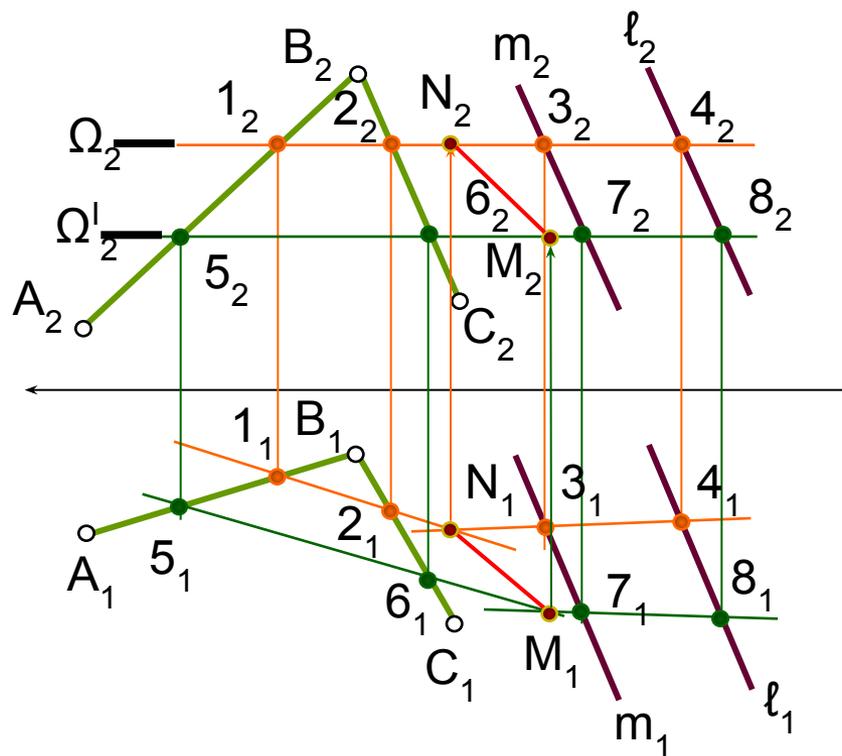
1. $T \cap \Theta (\Delta ABC) = 5-6$
2. $T \cap \Sigma (KF \cap FE) = 7-8$
3. $5-6 \cap 7-8 = N$

$N \cup M$ – искомая
прямая

Вторая вспомогательная плоскость *T* пересекает данные плоскости по прямым 5-6 и 7-8, на пересечении которых определяется вторая точка *N* искомой линии *MN*. Точки *M* и *N* лежат в соответствующих секущих плоскостях и принадлежат одновременно двум исходным плоскостям Σ и Θ

Задача

Построить линию пересечения плоскостей Σ и θ



$\Sigma(AB \cap BC)$

$\theta (m \parallel l)$

$\Omega_2 \cap \Sigma = 1,2; \Omega_2 \cap \theta = 3,4;$

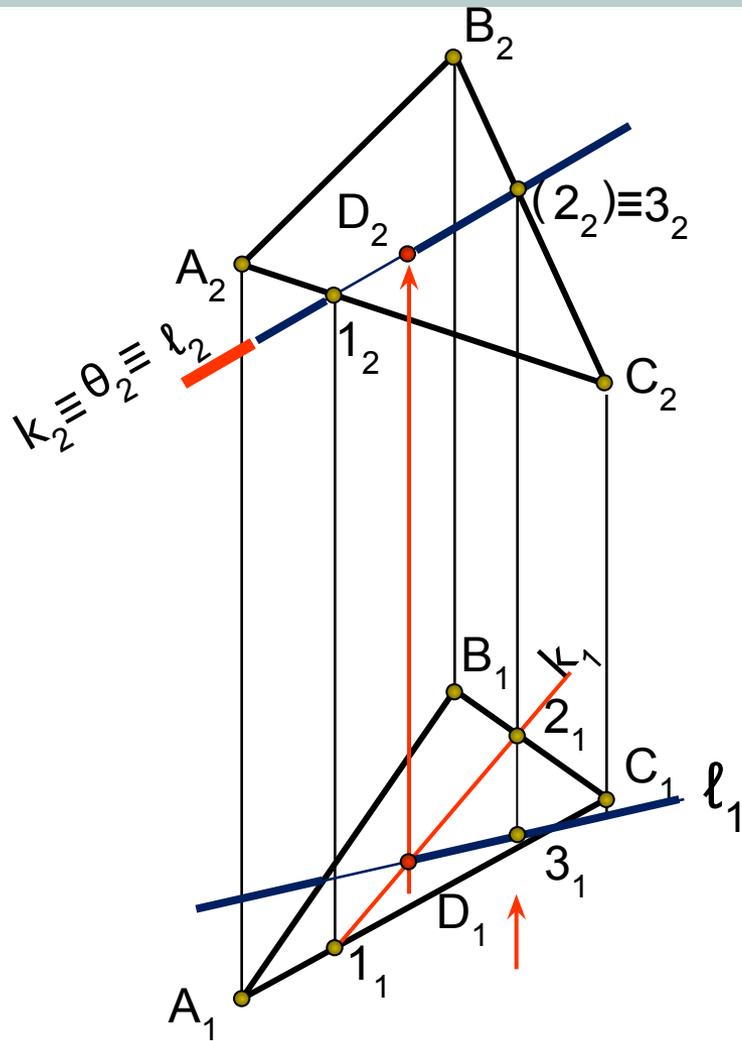
$1,2 \cap 3,4 = N;$

$\Omega_2^I \cap \Sigma = 5,6; \Omega_2^I \cap \theta = 7,8;$

$5,6 \cap 7,8 = M;$

$\Sigma \cap \theta = MN$

Задача *Найти точку пересечения прямой ℓ с плоскостью Δ*



$$\theta_2 \subset \ell_2;$$

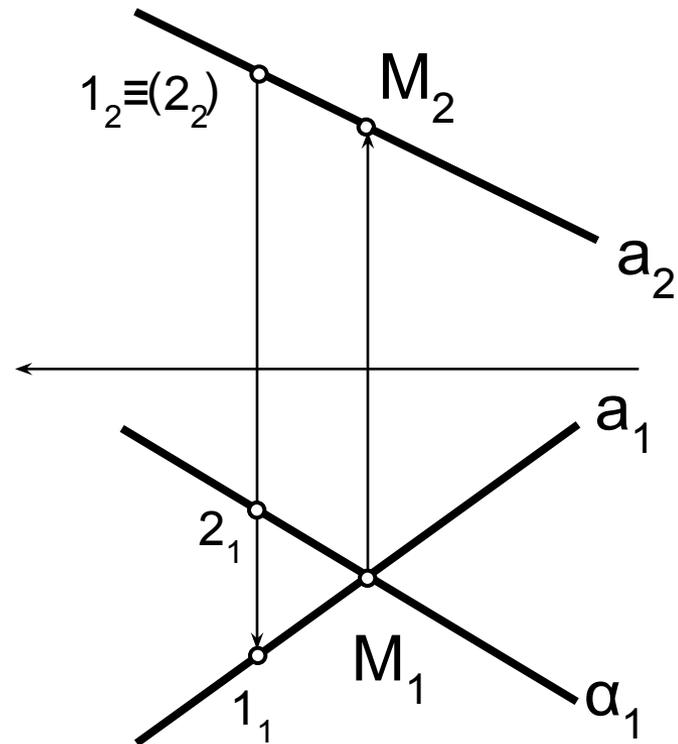
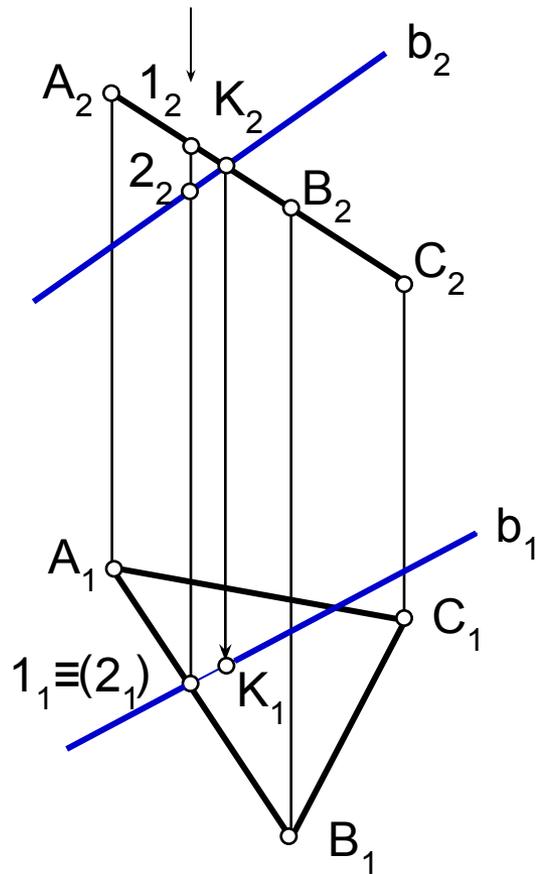
$$\theta_2 \cap \square(A_2B_2C_2) = k_2;$$

$$k_1 \cap \ell_1 = D_1;$$

$$\ell \cap \square(ABC) = D$$

Пересечение прямой общего положения с проецирующей плоскостью

(Плоскость задана следом)





ЖЕЛАЮ
УДАЧИ!

