

Измерение информации: содержательный подход

Информация и информационные процессы

Содержательный подход к измерению информации

Для человека **информация** — это знания человека. Рассмотрим вопрос с этой точки зрения.

Получение новой информации приводит к расширению знаний. Если некоторое сообщение приводит к уменьшению неопределенности нашего знания, то можно говорить, что **такое сообщение содержит информацию**.

Отсюда следует вывод, что **сообщение информативно** (т.е. содержит ненулевую информацию), **если оно пополняет знания** человека. Например, прогноз погоды на завтра — информативное сообщение, а сообщение о вчерашней погоде неинформативно, т.к. нам это уже известно.

Нетрудно понять, что информативность одного и того же сообщения может быть разной для разных людей. Например: « $2 \times 2 = 4$ » информативно для первоклассника, изучающего таблицу умножения, и неинформативно для старшеклассника.

Количество информации – это мера уменьшения неопределенности знаний.

Информативность сообщения

Но для того чтобы **сообщение** было **информативно** оно должно еще быть **понятно**.

Быть *понятным*, значит быть *логически связанным с предыдущими знаниями* человека. Определение «значение определенного интеграла равно разности значений первообразной подынтегральной функции на верхнем и на нижнем пределах», скорее всего, не пополнит знания и старшеклассника, т. к. оно ему не понятно. Для того, чтобы понять данное определение, нужно закончить изучение элементарной математики и знать начала высшей.

Получение всяких знаний должно идти от простого к сложному. И тогда каждое новое сообщение будет в то же время **понятным**, а значит, будет **нести информацию** для человека.

Сообщение несет информацию для человека, если содержащиеся в нем сведения являются для него новыми и понятными.

Единица измерения информации

Очевидно, различать лишь две ситуации: «нет информации» — «есть информация» для измерения информации недостаточно. Нужна единица измерения, тогда мы сможем определять, в каком сообщении информации больше, в каком — меньше.

Единица измерения информации была определена в науке, которая называется теорией информации. Эта единица носит название «**бит**». Ее определение звучит так:

Сообщение, уменьшающее неопределенность знаний в два раза, несет 1 бит информации.

Неопределенность знаний о некотором событии — это количество возможных результатов события.

Пример:



После сдачи зачета или выполнения контрольной работы ученик мучается неопределенностью, он не знает, какую оценку получил.

«Зачет», «незачет»?

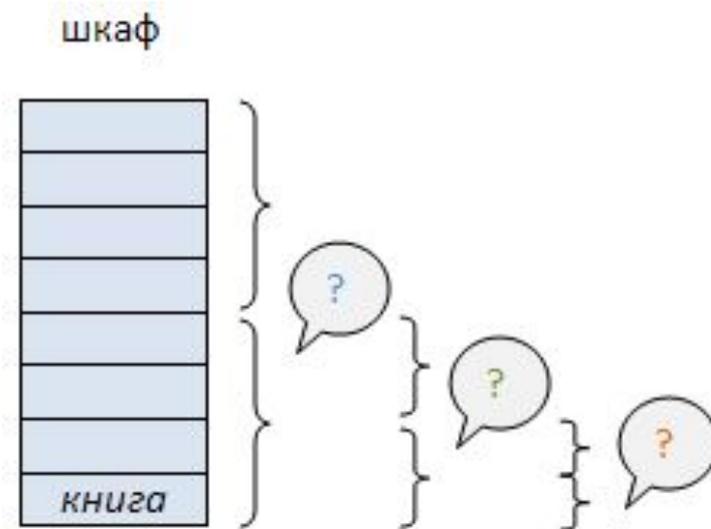
«2», «3», «4» или «5»?

Наконец, учитель объявляет результаты, и он получаете одно из двух информационных сообщений: «зачет» или «незачет», а после контрольной работы одно из четырех информационных сообщений: «2», «3», «4» или «5».

Информационное сообщение об оценке за зачет приводит к **уменьшению неопределенности знания в два раза**, так как получено одно из двух возможных информационных сообщений. Информационное сообщение об оценке за контрольную работу приводит к **уменьшению неопределенности знания в четыре раза**, так как получено одно из четырех возможных информационных сообщений.

Пример:

На книжном стеллаже восемь полок. Книга может быть поставлена на любую из них. Сколько информации содержит сообщение о том, где находится книга?



Задаем вопросы:

- *Книга лежит выше четвертой полки?*

- *Нет.*

- *Книга лежит ниже третьей полки?*

- *Да .*

- *Книга — на второй полке?*

- *Нет.*

- *Ну теперь все ясно! Книга лежит на первой полке!*

Каждый ответ уменьшал неопределенность в два раза.

Всего было задано три вопроса. Значит набрано 3 бита информации. И если бы сразу было сказано, что книга лежит на первой полке, то этим сообщением были бы переданы те же 3 бита информации.

Формула вычисления количества информации равновероятных событий

$$2^I = N, \text{ где}$$

N - возможное количество событий,

I - количество информации в сообщении о том, что произошло одно из N событий, бит.

Количество информации, содержащееся в сообщении о том, что произошло одно из N равновероятных событий, определяется из решения показательного уравнения: $2^I = N$.

$$I = \log_2 N$$

Пример 1:

Сколько информации содержит сообщение о том, что из колоды карт достали король пик?

Решение:

В колоде 32 карты. В перемешанной колоде выпадение любой карты равновероятное событие.

$$N = 32. I - ?$$

$$2^I = N$$

$$2^I = 32$$

$$2^5 = 32$$

$$I = 5 \text{ бит}$$



Пример 2:

Сколько информации содержит сообщение о выпадении грани с числом 3 на шестигранном игральном кубике?



Пример 2:

Сколько информации содержит сообщение о выпадении грани с числом 3 на шестигранном игральном кубике?



Решение:

$$N = 6. I - ?$$

$$2^I = N$$

$$2^I = 6$$

$$2^2 < 6 < 2^3$$

$$I = 2.58496 \text{ бит}$$

Задания выполнить в тетради:

- 1) В книге 512 страниц. Сколько информации несет сообщение о том, что закладка лежит на какой-либо странице?
- 2) Сколько информации несет сообщение о том, что концерт состоится в октябре?

**Вероятностный подход к
определению количества
информации.**

Формула Шеннона

**Количество информации в сообщении о
неравновероятном событии:**

$$I = \log_2(1/p), \text{ где}$$

I – это количество информации, бит

p – вероятность события.

Вероятность события выражается в долях единицы и вычисляется по формуле:

$$p=K/N$$

где

K – величина, показывающая сколько раз произошло интересующее нас событие,

N – общее число возможных исходов какого-то процесса.

Задача: Бабушка испекла 8 пирожков с капустой, 24 пирожков с повидлом. Маша съела один пирожок. Вычислить вероятность выбора пирожка с разной начинкой и количество информации, которое при этом было получено.

Решение:

Пусть K_1 — это количество пирожков с повидлом, $K_1=24$

K_2 — количество пирожков с капустой, $K_2=8$

N — общее количество пирожков, $N = K_1 + K_2 = 24 + 8 = 32$

Вероятность выбора пирожка с повидлом: $p_1 = 24/32 = 3/4 = 0,75$.

Вероятность выбора пирожка с капустой: $p_2 = 8/32 = 1/4 = 0,25$.

Обращаем внимание учащихся на то, что в сумме все вероятности дают 1.

Вычислим количество информации, содержащееся в сообщении, что Маша выбрала пирожок с повидлом:

$$I_1 = \log_2(1/p_1) = \log_2(1/0,75) = \log_2 1,3 = 1,15470 \text{ бит.}$$

Вычислим количество информации, содержащееся в сообщении, если был выбран пирожок с капустой:

$$I_2 = \log_2(1/p_2) = \log_2(1/0,25) = \log_2 4 = 2 \text{ бит.}$$

Качественную связь между вероятностью события и количеством информации в сообщении об этом событии можно выразить так: ***чем меньше вероятность некоторого события, тем больше информации содержит сообщение об этом событии.***

Вопрос: сколько получим информации при выборе пирожка любого вида?

Ответить на этот вопрос нам поможет формула вычисления количества информации для событий с различными вероятностями, которую предложил в 1948 г. американский инженер и математик К.Шеннон.

Если **I**-количество информации, **N**-количество возможных событий, **p_i** - вероятности отдельных событий, где **i** принимает значения от **1** до **N**, то количество информации для событий с различными вероятностями можно определить

$$I = - \sum_{i=1}^N p_i \cdot \log_2 p_i$$

можно расписать формулу в таком виде:

$$I = -(p_1 \cdot \log_2 p_1 + p_2 \cdot \log_2 p_2 + p_3 \cdot \log_2 p_3 + p_4 \cdot \log_2 p_4 + \dots + p_N \cdot \log_2 p_N)$$

Рассмотрим формулу на нашем примере:

$$\begin{aligned} I &= - (p_1 \cdot \log_2 p_1 + p_2 \cdot \log_2 p_2) \\ &= - (0,25 \cdot \log_2 0,25 + 0,75 \cdot \log_2 0,75) \\ &\approx - (0,25 \cdot (-2) + 0,75 \cdot (-0,42)) \\ &= 0,815 \text{ бит} \end{aligned}$$

Задача: В корзине лежат 32 клубка красной и черной шерсти. Среди них 4 клубка красной шерсти.

Сколько информации несет сообщение, что достали клубок красной шерсти? Сколько информации несет сообщение, что достали клубок шерсти любой окраски?

План работы над презентацией:

- 1) Краткий конспект темы (то, что выделено красным)
- 2) Решение задач (дано, найти, решение, ответ)
- 3) Вывод по работе