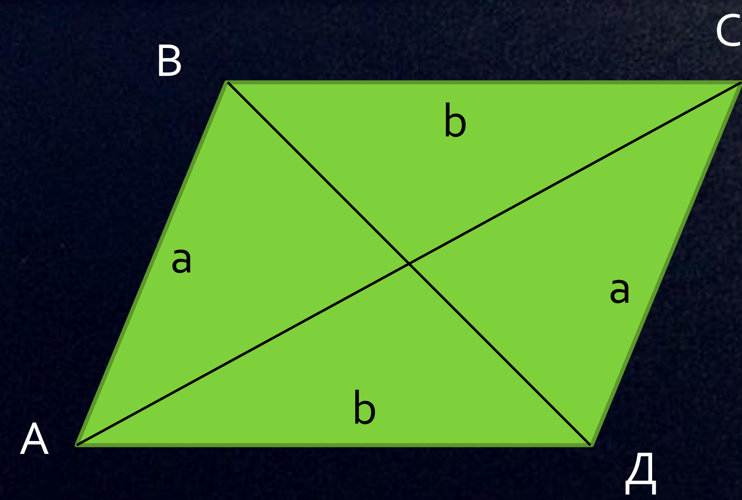
Шестнадцатое декабря
Классная работа

ТЕМА. Следствия из теорем синусов и косинусов

Задачи на черном фоне – в рабочую тетрадь.
Все, что на зеленом фоне – в тетрадь с правилами + ВЫУЧИТЬ.

Готовимся также к зачёту!!!!!!!

Задача 1.



Дано: ABCD-параллелограмм

$AB=CD=a$, $BC=AD=b$.

Найти: 1) диагонали AC и BD;

2) сумму их квадратов.

Решение :

Рассм. ΔABD : $BD^2 = AB^2 + AD^2 - 2\,AB\,AD\cos A$ (по T.cos)

$$BD^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos A$$

Рассм. ΔABC : $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2\,AB\,BC\cos B$ (по T.cos)

$\angle B$-тупой, то $\cos B = -\cos A$ (по формул. привед.)

$$AC^2 = a^2 + b^2 - 2ab(-\cos A) = a^2 + b^2 + 2ab\cos A$$

Значит, $AC^2 + BD^2 = a^2 + b^2 \cancel{- 2ab\cos A} + a^2 + b^2 \cancel{+ 2ab\cos A}$

$$AC^2 + BD^2 = 2a^2 + 2b^2$$

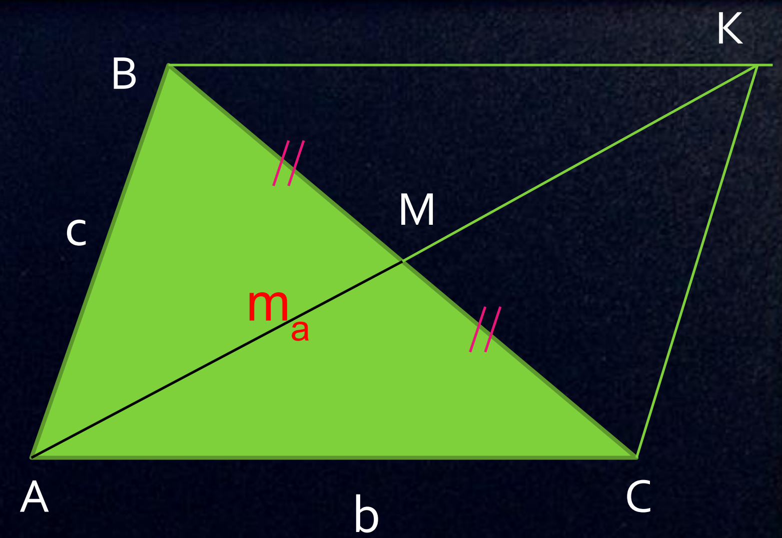
СЛЕДСТВИЕ 1

Сумма квадратов диагоналей параллелограмма равна сумме квадратов всех его сторон.

$$\boxed{d_1^2 + d_2^2 = 2a^2 + 2b^2}$$

Задача 2.

Дано: ΔABC
Найти: медиану AM.



Решение :
Дочертим Δ до параллелограмма,
Тогда медиана AM равна половине диагонали AK .
Т.к. $BC^2 + AK^2 = 2AB^2 + 2AC^2$ (как диагонали пар-мма)
то $AK^2 = 2AB^2 + 2AC^2 - BC^2$
Значит, $AK = \sqrt{2AB^2 + 2AC^2 - BC^2}$

$$AM = \frac{\sqrt{2AB^2 + 2AC^2 - BC^2}}{2}$$

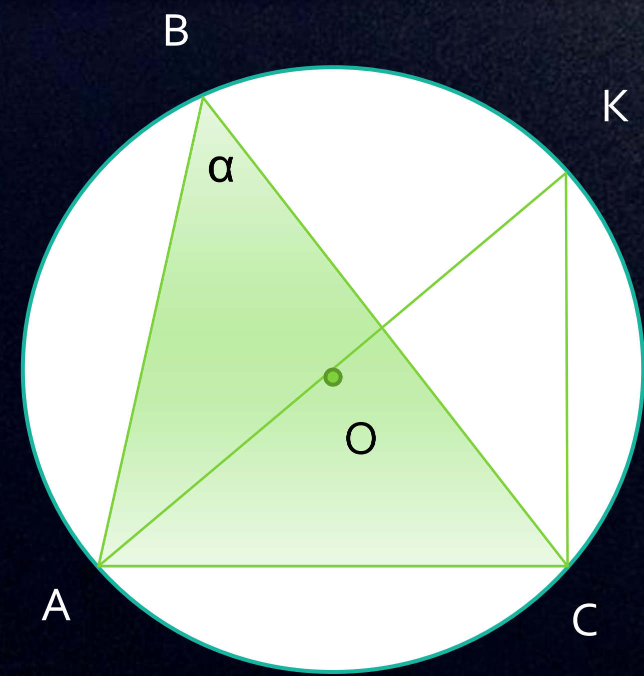
СЛЕДСТВИЕ 2

Длина медианы, проведенной к стороне треугольника равна половине корня квадратного из удвоенной суммы квадратов двух других сторон без квадрата этой стороны.

$$\boxed{m_a = \frac{\sqrt{2(b^2 + c^2) - a^2}}{2}}$$

Задача 3.

Дано: Δ ABC $\angle$B = α.
Доказать, что AC = 2R sin α



Доказательство:

Проведем диаметр АК.
Тогда
$\angle$ АСК=90 (впис.угол опирается на диаметр);
$\angle$ABC=$\angle$AKC=α (как вписанные, опирающ. на одну и ту же дугу АС).
Из прямоугольного Δ АСК :
sin α= AC / AK , отсюда следует, что

$$AC = AK \sin\alpha = 2R \sin\alpha$$

СЛЕДСТВИЕ 3

Отношение стороны треугольника к синусу противолежащего угла равно диаметру описанной около треугольника окружности.

$$\boxed{\frac{a}{\sin A} = 2R}$$