

Шестнадцатое декабря
Классная работа

*ТЕМА. Следствия из теорем
синусов и косинусов*

Задачи на черном фоне – в рабочую тетрадь.

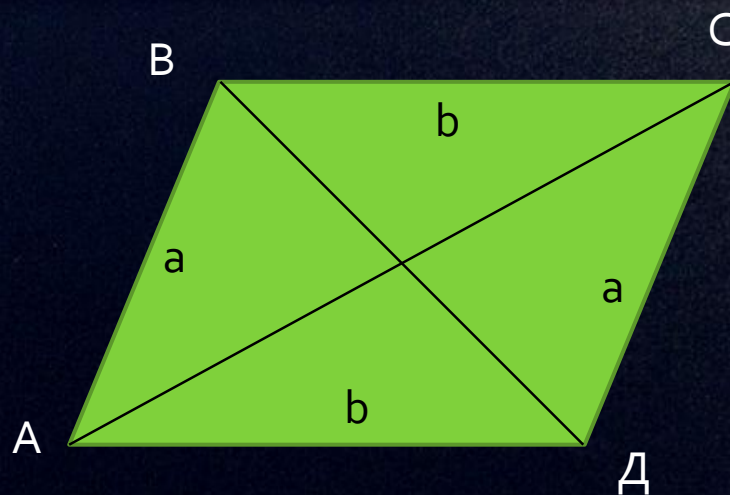
Все, что на зеленом фоне – в тетрадь с правилами + ВЫУЧИТЬ.

Готовимся также к зачёту!!!!!!!

Задача 1.

Дано: ABCD-параллелограмм
AB=CD=a, BC=AD=b.

Найти: 1) диагонали AC и BD;
2) сумму их квадратов.



Решение :

Рассм. $\triangle ABD$: $BD^2 = AB^2 + AD^2 - 2 AB AD \cos A$ (по Т.кос)
 $BD^2 = a^2 + b^2 - 2 ab \cos A$

Рассм. $\triangle ABC$: $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 AB BC \cos B$ (по Т.кос)
 $\angle B$ -тупой, то $\cos B = -\cos A$ (по формул. привед.)
 $AC^2 = a^2 + b^2 - 2 ab (-\cos A) = a^2 + b^2 + 2 ab \cos A$

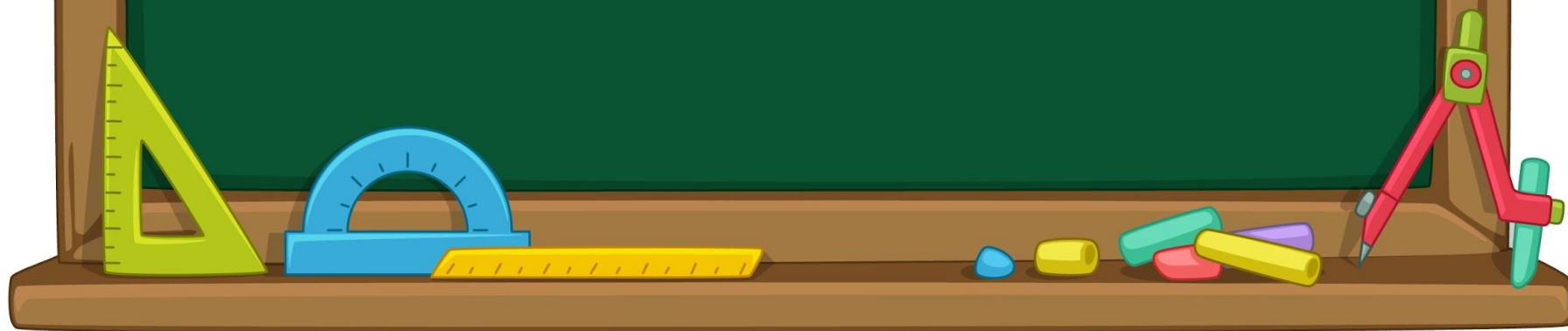
Значит, $AC^2 + BD^2 = a^2 + b^2 - 2 ab \cos A + a^2 + b^2 + 2 ab \cos A$

$$AC^2 + BD^2 = 2a^2 + 2b^2$$

СЛЕДСТВИЕ 1

Сумма квадратов диагоналей
параллелограмма равна сумме
квадратов всех его сторон.

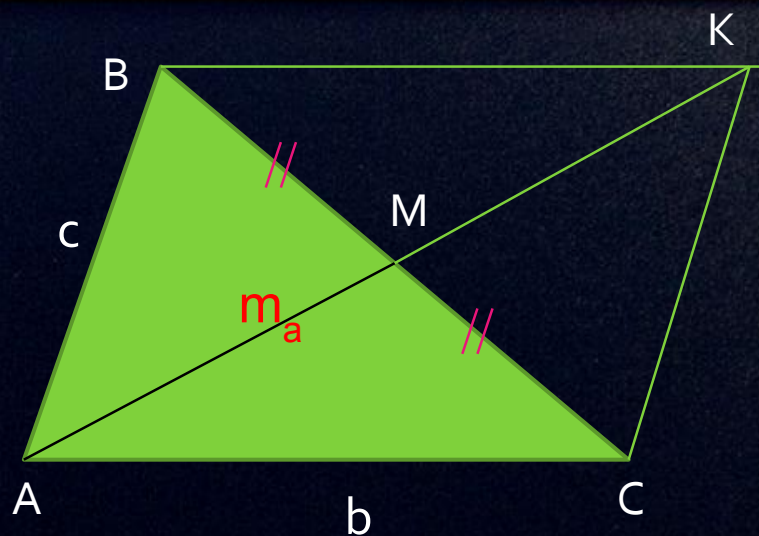
$$d_1^2 + d_2^2 = 2a^2 + 2b^2$$



Задача 2.

Дано: $\triangle ABC$

Найти: медиану AM .



Решение :

Дочертим \triangle до параллелограмма,

Тогда медиана AM равна половине диагонали AK .

Т.к. $BC^2 + AK^2 = 2AB^2 + 2AC^2$ (как диагонали пар-мма)

то $AK^2 = 2AB^2 + 2AC^2 - BC^2$

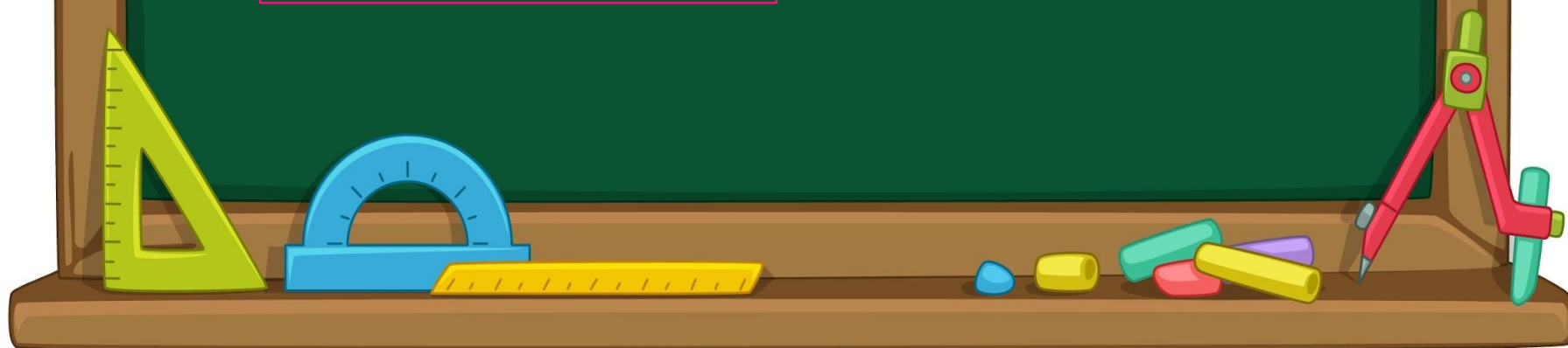
Значит, $AK = \sqrt{2AB^2 + 2AC^2 - BC^2}$

$$AM = \frac{\sqrt{2AB^2 + 2AC^2 - BC^2}}{2}$$

СЛЕДСТВИЕ 2

Длина медианы, проведенной к стороне треугольника равна половине корня квадратного из удвоенной суммы квадратов двух других сторон без квадрата этой стороны.

$$m_a = \frac{\sqrt{2(b^2 + c^2) - a^2}}{2}$$



Задача 3.

Дано: $\triangle ABC$ $\angle B = \alpha$.

Доказать, что $AC = 2R \sin \alpha$

Доказательство:

Проведем диаметр AK .

Тогда

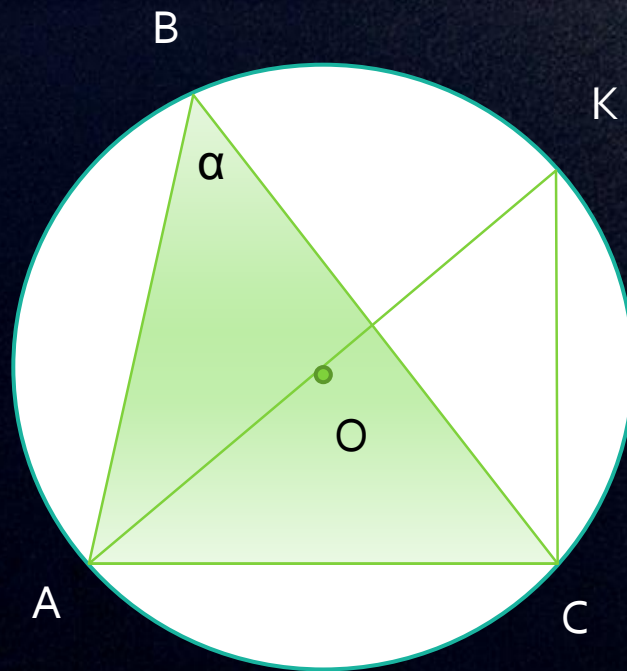
$\angle ACK = 90^\circ$ (впис. угол опирается на диаметр);

$\angle ABC = \angle AKC = \alpha$ (как вписанные, опирающ. на одну и ту же дугу AC).

Из прямоугольного $\triangle ACK$:

$\sin \alpha = AC / AK$, отсюда следует, что

$$AC = AK \sin \alpha = 2R \sin \alpha$$



СЛЕДСТВИЕ 3

Отношение стороны треугольника к синусу противолежащего угла равно диаметру описанной около треугольника окружности.

$$\frac{a}{\sin A} = 2R$$

