

Сложные проценты

ЛЕКЦИЯ 4

Сложные проценты

В средне- и долгосрочных финансово-кредитных операциях, если проценты не выплачиваются сразу после их начисления, а присоединяются к сумме долга, применяют **сложные проценты**.

База для начисления сложных процентов в отличие от простых не остается постоянной — она увеличивается с каждым шагом во времени. Абсолютная сумма начисляемых процентов возрастает, и процесс увеличения суммы долга происходит с ускорением.

Наращение по сложным процентам можно представить как последовательное реинвестирование средств, вложенных под простые проценты на один период начисления. Присоединение начисленных процентов к сумме, которая послужила базой для их начисления, часто называют **капитализацией процентов**.

Сложные проценты

$$S = P(1 + i)^n$$

P - первоначальный размер долга (ссуды, кредита, капитала и т.д.),

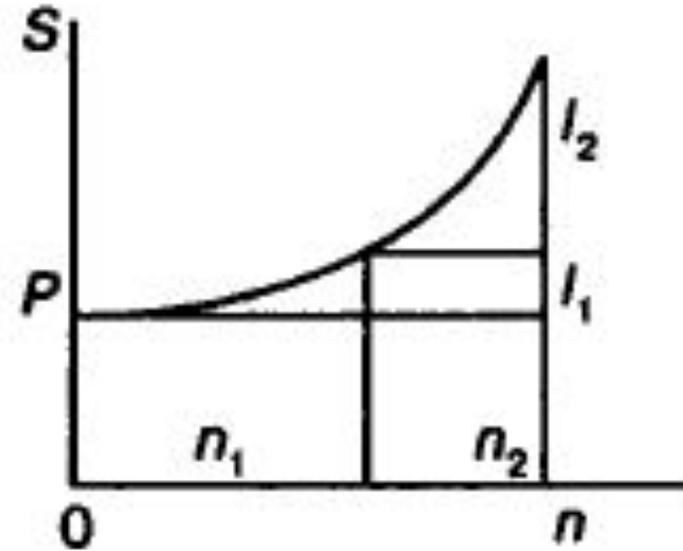
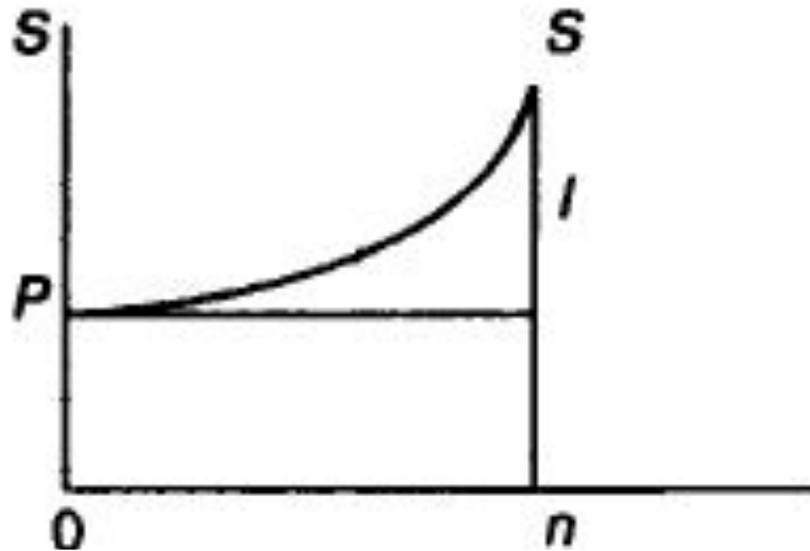
S - наращенная сумма на конец срока ссуды,

i - уровень годовой ставки процентов,

n - срок, число лет наращения

$$I = S - P = P[(1 + i)^n - 1]$$

Рост по сложным процентам



Величину $(1 + i)^n$ называют множителем наращения по сложным процентам.

Пример

Какой величины достигнет долг, равный 3 млн тенге, через 5 лет при росте по сложной ставке 18% годовых?



Пример

Остров Манхэттен, на котором расположена центральная часть Нью-Йорка, был куплен (вернее, обменян) за 24 доллара. Стоимость земли этого острова 350 лет спустя оценивалась примерно в 40 миллиардов долларов, т.е. первоначальная сумма увеличилась в $1,667 \times 10^9$ раз!

Этот рост достигается при сложной процентной ставке всего 6,3% годовых.

Рост по сложным процентам

Формула наращенения по сложным процентам получена для годовой процентной ставки и срока, измеряемого в годах.

Однако ее можно применять и при других периодах начисления. В этих случаях i означает ставку за один период начисления (месяц, квартал и т.д.), а n — число таких периодов. Например, если i — ставка за полугодие, то n — число полугодий и т. д.

Начисление процентов в смежных календарных периодах. Пример

Ссуда была выдана на два года — с 1 мая 2018 г. по 1 мая 2020 г.
Размер ссуды 10 млн руб. Необходимо распределить начисленные проценты (ставка 14% АСТ/АСТ) по календарным годам.

Переменные ставки

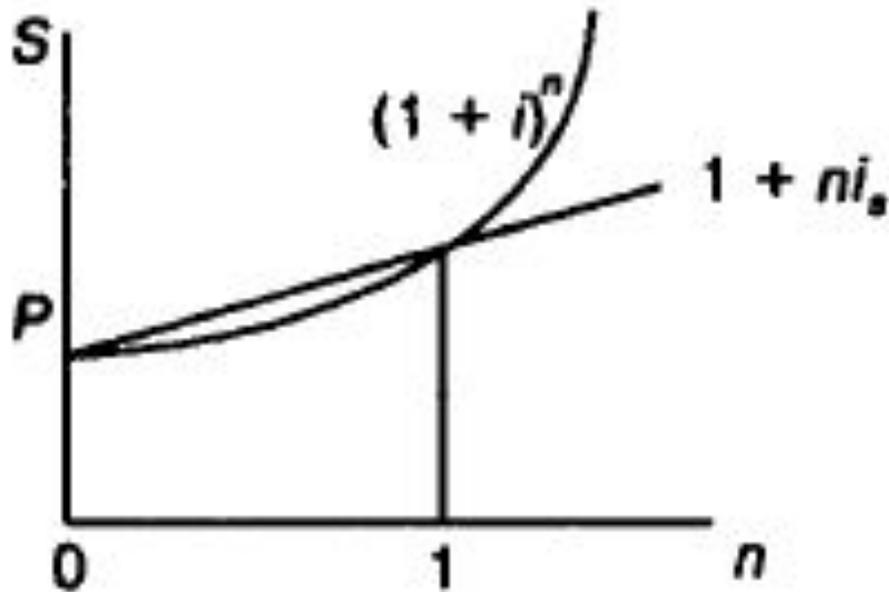
Неустойчивость кредитно-денежного рынка заставляет модернизировать “классическую” схему, например, с помощью применения плавающих ставок

$$S = P(1 + i_1)^{n_1}(1 + i_2)^{n_2} \dots (1 + i_k)^{n_k}$$

Пример

Срок ссуды — 5 лет, договорная базовая процентная ставка — 12% годовых плюс маржа 0,5% в первые два года и 0,75 % в оставшиеся годы. Множитель наращения в этом случае составит:

Сравнение роста по сложным и простым процентам



- для срока меньше года простые проценты больше сложных:

$$(1 + ni) > (1 + i)^n$$

- для срока больше года сложные проценты больше простых:

$$(1 + ni) < (1 + i)^n$$

- для срока, равного году, множители наращения равны друг другу.

$$(1 + ni) = (1 + i)^n$$

Формулы удвоения

Наиболее наглядно влияние вида ставки можно охарактеризовать, сопоставляя числа лет, необходимые для удвоения первоначальной суммы.

Для простых процентов

$$n = \frac{1}{i}$$

Для сложных процентов

$$n = \frac{\ln 2}{\ln(1+i)}$$

Найдем сроки удвоения для $i = 22,5\%$