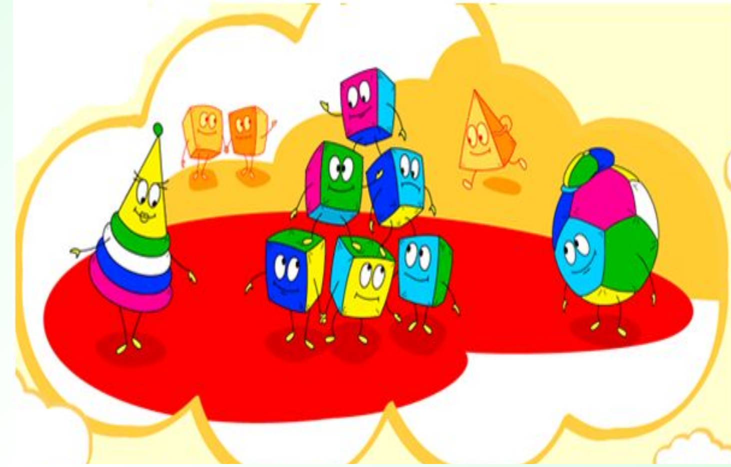
Тема урока:

Сочетания

9 класс

Мы уже говорили о том, что различают 3 вида соединений: **размещения, перестановки и сочетания.**



Это зависит от того, входят ли в соединения все элементы данного множества или только часть их, играет ли роль порядок элементов или не играет.

Вспомните известные факты

Как обозначается произведение чисел от 1 до n?

Ответ:

Произведение всех натуральных чисел от 1 до n обозначается n! (n! =1 · 2 · 3…n)

Что называется размещением?
По какой формуле вычисляется размещение?

Ответ:

Размещениями из n элементов по k ($k \le n$) называется любой выбор k элементов, взятых в определённом порядке из n элементов.

$$A_n^k = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot (n-(k-1))$$

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

Задача

На станции 7 запасных путей. Сколькими способами можно расставить на них 4 поезда?

$$A_7^4 = \frac{7!}{(7-4)!} = \frac{7!}{3!} =$$

$$= 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 = 20 \cdot 42 = 840$$

Что называется перестановками?
Как обозначаются перестановки?
По какой формуле вычисляются перестановки?

Ответ:

- Размещения из n элементов по n называются перестановками.
- Обозначение: P_n
- Формула для вычисления перестановок:

$$P_n = A_n^n = \frac{n!}{(n-n)!} = n!$$

Что называется сочетаниями? Как обозначаются сочетания и по какой формуле производятся вычисления?

Ответ:

- Сочетаниями из n объектов по k называют любой выбор k объектов, взятых из n объектов.
- Обозначение: C_n^k
- Формула для вычисления сочетаний:

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

В отличие от размещений в сочетаниях не имеет значения порядок расположения элементов.

$$A_n^k = C_n^k \cdot P_k \qquad \Rightarrow C_n^k = \frac{A_n^k}{P_k}$$

$$C_n^k = C_n^{n-k}$$

$$C_n^{n-k} = \frac{n!}{(n-k)! \cdot (n-n+k)!} = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$$

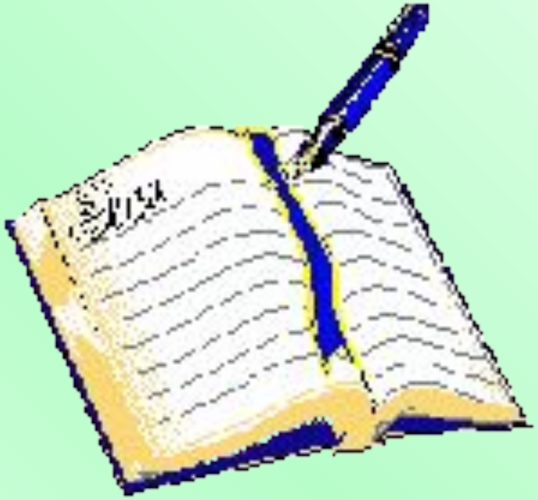
$$C_n^k = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$$

Простейшие комбинации

Перестановки	Размещения	Сочетания
Из n элементов по n элементов	Из n элементов по k элементов	Из n элементов по k элементов
Порядок имеет значение	Порядок имеет значение	Порядок не имеет значения
$P_n = n!$	$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)\,!}$	$C_n^k = \frac{n!}{(n-k)\,!\cdot k!}$

Решите задачи:

п. 13.5 № 773



В классе 7 человек успешно занимаются математикой. Сколькими способами можно выбрать из них двоих для участия в математической олимпиаде?

Решение:

$$C_7^2 = \frac{7!}{2!(7-2)!} = \frac{7!}{2!\cdot 5!} = \frac{5!\cdot 6\cdot 7}{1\cdot 2\cdot 5!} = \frac{6\cdot 7}{2} = 21$$

№ 769.

В магазине «Филателия» продается 8 различных наборов марок, посвященных спортивной тематике. Сколькими способами можно выбрать из них 3 набора?

Решение:

$$C_8^{\ 2} = \frac{8!}{5!\cdot 2!} = \frac{8\cdot 7\cdot 6}{1\cdot 2\cdot 3} = 56(сп.)$$

Бригада, занимающаяся ремонтом школы, состоит из 12 маляров и 5 плотников. Из них для ремонта физкультурного зала надо выделить 4 маляров и 2 плотников. Сколькими способами можно это сделать?

Решение:

$$C_{12}^{4} \cdot C_{5}^{2} = \frac{12!}{4! \cdot 8!} \cdot \frac{5!}{2! \cdot 3!} = \frac{9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12}{2 \cdot 3 \cdot 4} \cdot \frac{4 \cdot 5}{2} =$$

$$= 3 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 = 4950 (сп.)$$

Задача

У одного ученика есть 11 книг по математике, а у другого – 15. Сколькими способами они могут выбрать по 3 книги каждый для обмена?

$$k = C_{11}^{3} \cdot C_{15}^{3} = \frac{11! \cdot 15!}{(3!)^{2} \cdot 8! \cdot 12!}$$

Задача

У 6 взрослых и 11 детей обнаружены признаки инфекционного заболевания. Чтобы проверить диагноз выбирают 2-х взрослых и 3-х детей для сдачи анализов. Сколькими способами можно это сделать?

$$k = C_6^2 \cdot C_{11}^3 = \frac{6! \cdot 11!}{2! \cdot 4! \cdot 3! \cdot 8!}$$

Задача

В шахматном кружке занимаются 2 девочки и 7 мальчиков. Для участия в соревнованиях необходимо составить команду из 4 человек, в которую должна входить хотя бы одна девочка. Сколькими способами можно это сделать?

$$k = C_7^2 + C_2^1 \cdot C_7^3$$

Задача

Сколькими способами можно разбить 10 человек на две баскетбольные команды по 5 человек в каждой?

$$k = \frac{C_{10}^{5}}{2}$$

Домашнее задание:

- п. 13.5
- № 770, № 774
- Задания выполняете к 17.04.

Спасибо за внимание!