

Иркутский национальный исследовательский технический университет



Первый полет – 21 декабря 1988 г. ; экипаж-7 человек; Дальность полета – 15 400 км; грузоподъемность – 250 тонн; тяга (мощность): $6 \times 229,47$ кН; длина – 84 м; высота – 18,2 м



Причиной постройки Ан-225 была необходимость создания авиатранспортной системы для проекта многоразового космического корабля «Буран».



Основным назначением Ан-225 была перевозка различных компонентов ракеты-носителя и космического корабля от места производства и сборки к месту запуска, а также доставка космического челнока на космодром в случае приземления его на запасных аэродромах



Самолёт способен перевозить уникальные грузы на фюзеляже, габариты которых не позволяют разместить их на других наземных и воздушных транспортных средствах. Для установки этих грузов на фюзеляже имеется специальная система крепления

Ан-225 представляет собой шестимоторный турбореактивный высокоплан со стреловидным крылом и двухкилевым оперением. Оборудован шестью авиадвигателями Д-18Т



Самолёт имеет возможность:

- перевозки грузов широкого назначения (крупногабаритных, тяжёлых, длинномерных) общим весом до 250 т;
- внутриконтинентальной беспосадочной перевозки грузов весом 180—200 т;
- межконтинентальной перевозки грузов весом до 150 т;
- перевозки тяжёлых крупногабаритных моногрузов весом до 200 т снаружи на фюзеляже;
- самолёт является базой для создания авиационно-космических систем (проект).





Самолёт обладает вместительной грузовой кабиной, которая позволяет перевозить внутри фюзеляжа: 50 легковых автомобилей; 16 десятитонных универсальных авиационных контейнеров; моногрузы весом до 200 т (турбины, генераторы, автосамосвалы)

Модуль военно-технической (военно-специальной) подготовки

Раздел №1. «Воздушные суда, их вооружение и оборудование»

Тема № 4. Основы радиотехники

Лекция №13. Цепь с последовательным соединением R, L, C. Векторные диаграммы напряжений и токов. Полное сопротивление цепи. Треугольник сопротивлений. Закон Ома, законы Кирхгофа. Комплекс полного сопротивления цепи. Резонанс напряжений. Резонанс токов. Полная, активная и реактивная электрические мощности. Треугольник электрических мощностей

лектор - кандидат физико-математических наук, доцент,
полковник запаса

Кобзарь Владимир Анатольевич

Цепь с последовательным соединением R, L, C.

Векторные диаграммы напряжений и токов

Расчет рассматриваемой цепи произведем для действующих значений величин. В цепи имеются два реактивных элемента, сопротивления которых зависят от частоты питающего напряжения. Изменяя частоту питающего напряжения, можно добиться такого положения, когда одно из реактивных сопротивлений будет больше другого или когда они будут равны

$$x_L = 2\pi f L$$

$$x_C = \frac{1}{2\pi f C}$$

$$U_R + U_L + U_C = U$$

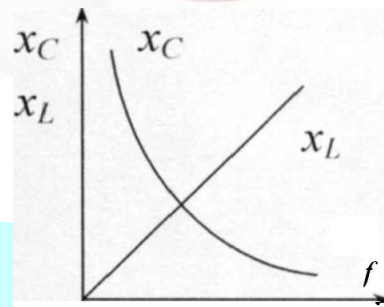
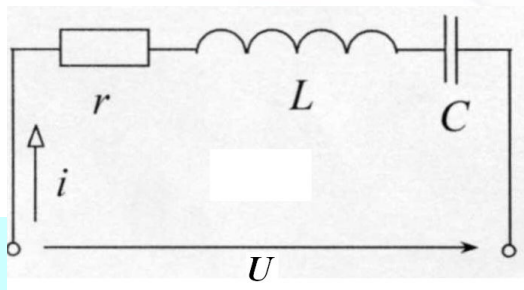
$$i = I_m \sin \omega t \quad (1)$$

$$i \cdot r + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt = U_m \sin(\omega t + \psi) \quad (2)$$

подставляя (1) в (2)

$$r \cdot I_m \sin \omega t + \omega L I_m \cos \omega t - \frac{1}{\omega C} I_m \cos \omega t = U_m \sin(\omega t + \psi) \text{ или}$$

$$r \cdot I_m \sin \omega t + \omega L I_m \sin(\omega t + 90^\circ) + \frac{1}{\omega C} I_m \sin(\omega t - 90^\circ) = U_m \sin(\omega t + \psi)$$



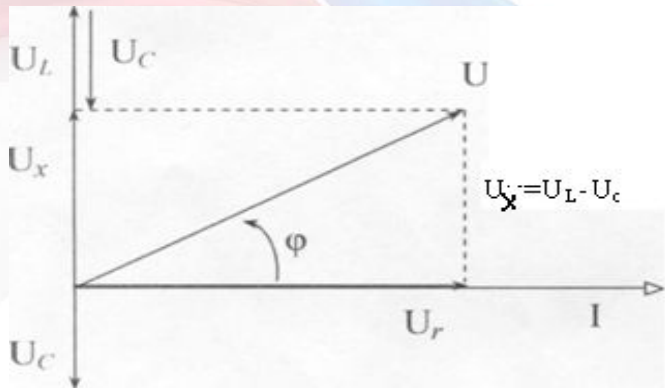
Исходя из р. . ., рассматриваемая цепь может работать в трех режимах:

$$X_L > X_C;$$

$$X_L < X_C;$$

$$X_L = X_C.$$

Сумме мгновенных значений синусоидальных функций соответствует геометрическая сумма векторов, изображающих эти функции. Построим векторную диаграмму при $X_L > X_C$ в следующей последовательности:



$$U = \sqrt{U_r^2 + (U_L^2 - U_C^2)},$$

$$\varphi = \arctg \frac{U_x}{U}$$

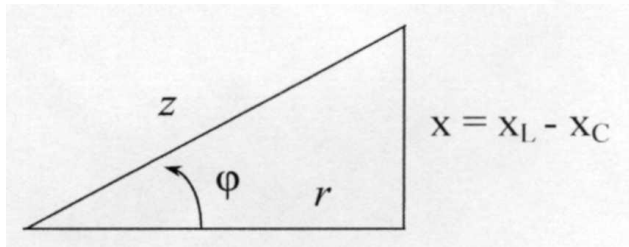
Цепь для источника создает *активно-индуктивный характер нагрузки*

Наличие сдвига фаз между напряжением источника и током в цепи указывает на то, что наряду с активной мощностью, расходуемой в активном сопротивлении, в цепи имеет место и обмен энергиями между реактивными элементами и источником (реактивная мощность).

1. Вектор тока отложим вправо горизонтально от нулевой точки;
2. Вектор U_r отложим параллельно вектору тока, т.к. в цепи с резистором ток и напряжение совпадают по фазе;
3. Вектор U_L опережает ток по фазе на угол 90° , поэтому откладываем его по отношению к вектору тока против часовой стрелки;
4. Вектор U_C отстает от тока по фазе на угол 90° , поэтому откладываем его по отношению к вектору тока по часовой стрелке. Так как в цепи ток на всех участках одинаков, а по условию $X_L > X_C$ то и $U_L > U_C$

Полное сопротивление цепи. Треугольник сопротивлений

Если стороны треугольника векторной диаграммы напряжений разделить на одну и ту же величину - ток I , то образуется подобный ему прямоугольный *треугольник сопротивлений*, из которого может быть определено полное сопротивление цепи Z

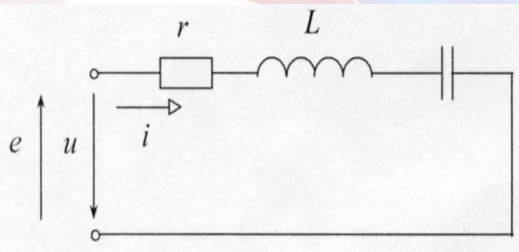


$$z = \sqrt{r^2 + (x_L - x_C)^2}$$

$$\frac{U_L}{I} - \frac{U_C}{I} = x_L - x_C$$

Расчет электрических цепей с использованием векторных диаграмм треугольников сопротивлений и мощностей называют методом сопротивлений. Он применим лишь к простым цепям с последовательным соединением пассивных элементов

Закон Ома в комплексной форме. Полное сопротивление цепи



$$U = U_m \sin(\omega t + \psi_U)$$

$$U_R + U_L + U_C = U$$

$$r \cdot i + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt = U \quad (1) \text{ интегро-дифференциальное}$$

неоднородное уравнение

$$U_m \sin(\omega t + \psi_U) \rightarrow \dot{U} \quad i = I_m \sin(\omega t + \psi_U - \varphi) = I_m \sin(\omega t + \psi_I) \rightarrow \dot{I}$$

Решение уравнения (1) будем искать не в синусоидальных функциях, а в виде комплексных амплитуд. При этом операции дифференцирования и интегрирования заменятся соответственно умножением и делением на $j\omega$. Тогда (1) примет вид

$$r \cdot \dot{I}_m + j\omega L \dot{I}_m + \frac{1}{j\omega C} \dot{I}_m = \dot{U}_m \quad \text{проделив на } \sqrt{2}$$

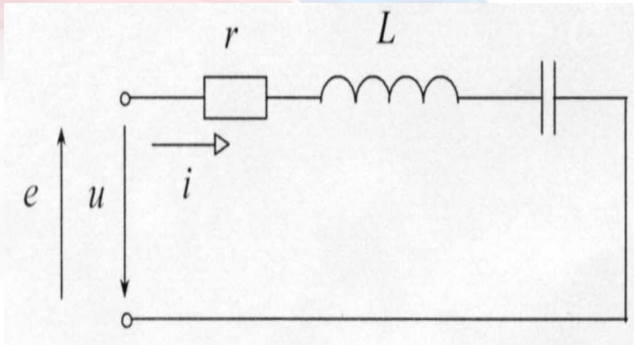
$$r \cdot \dot{I} + j\omega L \dot{I} + \frac{1}{j\omega C} \dot{I} = \dot{U} \quad (2)$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{r + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{\dot{U}}{Z}$$

$$Z = r + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = r + jx$$

Закон Ома в комплексной форме

Первый и второй законы Кирхгофа в комплексной форме



$$r \cdot \dot{I} + j\omega L \dot{I} + \frac{1}{j\omega C} \dot{I} = \dot{U} \quad (1)$$

$$r \cdot \dot{I} = \dot{U}_r, \quad j\omega L \dot{I} = \dot{U}_L, \quad \frac{1}{j\omega C} \dot{I} = \dot{U}_C$$

$$\dot{U}_r + \dot{U}_L + \dot{U}_C = \dot{U} \quad (2)$$

Соотношение (2) представляет собой уравнение по второму закону Кирхгофа в комплексной форме.

$$\sum_{k=1}^n \dot{U}_k = \sum_{k=1}^m \dot{E}_k$$

Второй закон Киргофа в
комплексной форме

Алгебраическая сумма комплексных напряжений в контуре равна алгебраической сумме комплексных ЭДС в этом же контуре

Первый закон
Киргофа в
комплексной форме



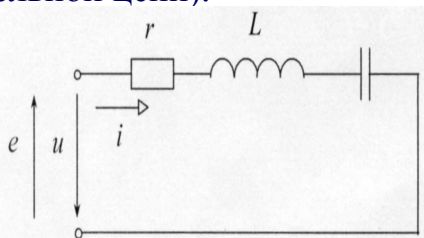
$$\sum_{k=1}^n \dot{I}_k = 0$$

Алгебраическая сумма комплексных токов в узле равна нулю

Резонанс напряжений

Резонансом в электрической цепи, содержащей катушку индуктивности и конденсатор, называется явление при котором *разность фаз напряжения и тока на входе цепи равна нулю*.

Резонансные явления имеют место, как при последовательном, так и при параллельном соединении катушек индуктивности и конденсаторов. При этом имеет место два вида резонанса: резонанс напряжений (в последовательной цепи) и резонанс токов (в параллельной цепи).



$$Z = r + jx = r + j(X_L - X_C) = r + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})$$

При резонансе

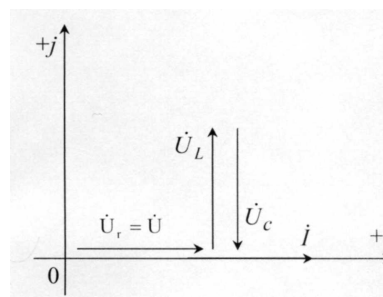
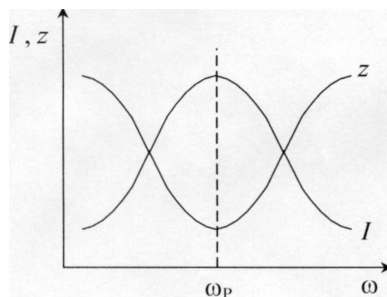
$$X = X_L - X_C = \omega L - \frac{1}{\omega C} = 0 \quad (1)$$

Уравнение (1) - условие возникновения резонанса напряжений. Т.е. *общее реактивное сопротивление цепи равно нулю*

$$\omega = \omega_p = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad I = \frac{\dot{U}}{Z} = \frac{\dot{U}}{r}$$

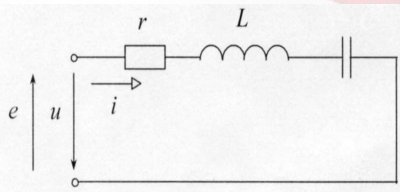
при резонансе полное сопротивление цепи минимальное и равно активному сопротивлению, т.е. $Z = r$; ток в цепи при резонансе будет максимальным

Графики зависимости I и Z от частоты и векторная диаграмма при резонансе



Добротность последовательного контура

Построим треугольник сопротивлений последовательного контура и найдем сопротивления реактивных элементов при резонансе



$$X_{LP} = \omega_p L = \frac{I}{\sqrt{LC}} L = \sqrt{\frac{L}{C}} = \rho \quad X_{LP} = X_{CP} = \sqrt{\frac{L}{C}} = \rho$$

$$X_{CP} = \frac{I}{\omega_p C} = \frac{\sqrt{LC}}{C} = \sqrt{\frac{L}{C}} = \rho$$

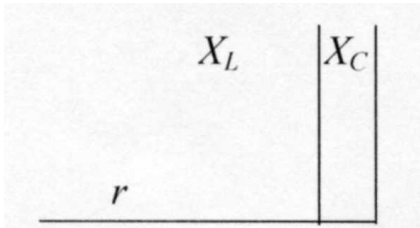
ρ - волновое
(характеристическое)
сопротивление [Ом]

Найдем напряжение на индуктивности и емкости

$$U_{Lp} = I \cdot X_{Lp} = \frac{U}{r} \cdot \rho = U \cdot \Theta,$$

$$U_{Cp} = I \cdot X_{Cp} = \frac{U}{r} \cdot \rho = U \cdot \Theta,$$

$$\Theta = \rho / r - \text{добротность контура}$$



Добротность контура (коэффициент резонанса) показывает во сколько раз напряжение на индуктивности U_{Lp} или на емкости U_{Cp} при резонансе больше, чем напряжение, приложенное к цепи.

Величина, обратная добротности, называется *затуханием* и обозначается α . В радиоаппаратуре, где резонансные явления используются наиболее хорошо, значение добротности контура равно $\Theta=5-500$.

Резонанс токов

Если к выводам электрической цепи, состоящей из параллельно соединенных элементов приложено синусоидальное напряжение, то синусоидальный ток проходящий через эту цепь равен алгебраической сумме синусоидальных токов в параллельных ветвях (первый закон Кирхгофа)

Ток в сопротивлении совпадает по фазе с напряжением ток в индуктивности отстает, а ток в емкости опережает напряжение на $\pi/2$ следовательно суммарный ток в цепи равен

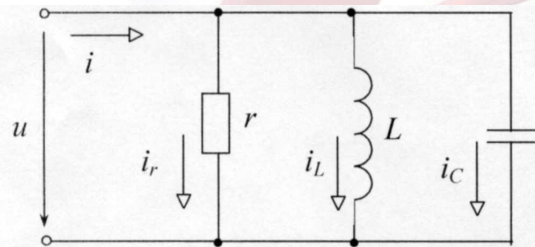
$$I_m \sin(\omega t - \varphi) = \frac{1}{r} U_m \sin \omega t - \frac{1}{\omega L} U_m \cos \omega t + \omega C U_m \cos \omega t = \\ = U_m \left[\frac{1}{r} \sin \omega t - \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C \right) \cos \omega t \right] = U_m [g \sin \omega t - b \cos \omega t] \quad (1)$$

$$b = b_L - b_C = \frac{1}{\omega L} - \omega C \quad \text{реактивная проводимость}$$

$$g = \frac{1}{r} \quad \text{активная проводимость}$$

$$y = \sqrt{g^2 + b^2} \quad \text{полная проводимость}$$

$$i = i_r + i_L + i_C$$



Уравнение (1) представляет собой тригонометрическую форму записи первого закона Кирхгофа для мгновенных токов

Явление резонанса в электрической цепи, содержащей параллельно соединенные индуктивные и емкостные элементы называется *резонансом токов*. Согласно определению, резонанс в данной цепи имеет место в том случае, когда напряжение и ток на входе совпадают по фазе, т.е. тогда, когда проводимость цепи будет чисто *активной*. Комплексная величина полной проводимости Y равна:

$$Y = \frac{1}{r} - j \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C \right) = g - j(b_L - b_C) = g - jb = y \angle^{-j\varphi}$$

$$Y = g \quad \text{активная} \quad \text{при } b = \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C \right) = 0 \quad \frac{1}{\omega L} = \omega C$$

При резонансе ток в неразветвленной цепи между током и напряжением равен нулю

$$\dot{I} = \dot{U} \cdot g$$

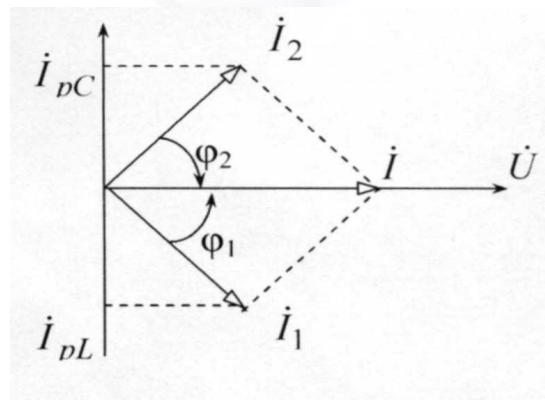
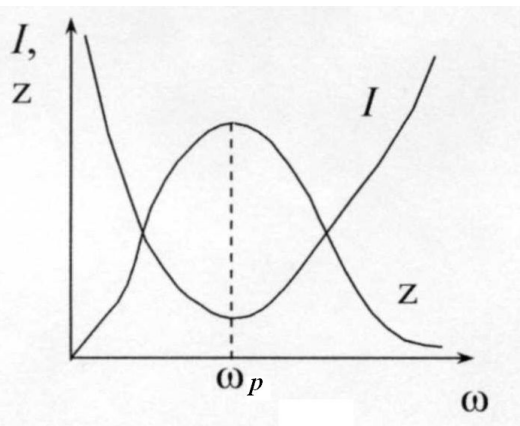
угол сдвига фаз

Свойства цепи при резонансе:

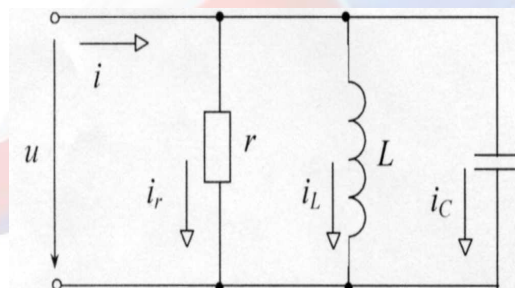
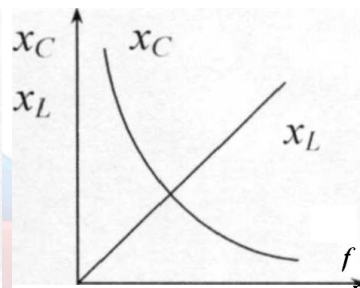
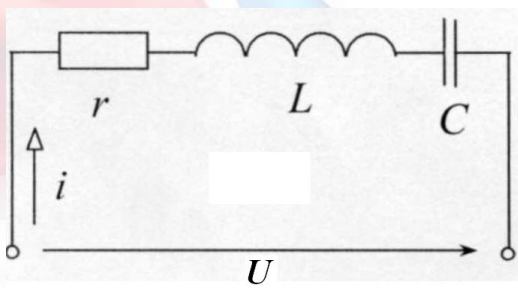
- при резонансе полное сопротивление цепи максимальное, т.к. проводимость цепи минимальная и равна чисто активной проводимости;
- ток в неразветвленной части цепи I будет минимальным

Векторная диаграмма для режима резонанса токов

Графики зависимости тока в неразветвленной части цепи и полного сопротивления



Ток в цепи с L отстает от напряжения на угол φ_1 , а ток в цепи с C опережает напряжение на угол φ_2 . Вектор тока I в неразветвленной цепи при резонансе совпадает с вектором напряжения. При этом реактивные составляющие токов I_{pL} и I_{pC} равны по величине и противоположно направлены



$$Z = r + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

$$Y = \frac{1}{r} - j\left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)$$

$$\omega L = \frac{1}{\omega C}$$

$$\omega_p = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\frac{1}{\omega L} = \omega C$$

$$U_{Lp} = U \cdot \Theta,$$

$$U_{Cp} = U \cdot \Theta$$

$$I_{Lp} = I \cdot \Theta,$$

$$I_{Cp} = I \cdot \Theta,$$

$$I_{Lp} = -I_{Cp}$$

Полная, активная и реактивная электрические мощности. Треугольник электрических мощностей

Активная мощность (P) определяет среднее значение энергии, поступающей в электрическую цепь в единицу времени и превращающуюся там в тепло или в другие виды энергии.

$$P = UI \cos \varphi$$

Активная мощность всегда положительна, имеет размерность [Ватт].

Реактивной мощностью (Q) называют мощность, которая характеризует интенсивность обмена энергией между источником и реактивными элементами.

Реактивная мощность рассчитывается по формуле:

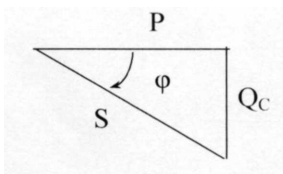
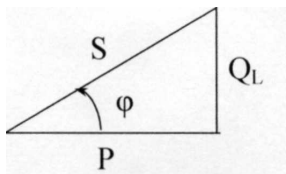
$$Q = UI \sin \varphi$$

и имеет размерность [ВАр].

$$Q = Q_L - Q_C = X_L I^2 - X_C I^2 = (X_L - X_C) I^2 = XI^2$$

Полной мощностью (S) называется величина, определяемая $S = UI$ и характеризующая мощность источников переменного тока. Измеряется полная мощность в [ВА].

Треугольники мощностей



$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{P^2 + (Q_L - Q_C)^2},$$

$$\varphi = \arctg \frac{Q}{P}, \quad P = S \cdot \cos \varphi, \quad Q = S \cdot \sin \varphi$$

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} - \text{коэффициент мощности}$$

Позволяют установить связь между активной, реактивной и полной мощностями

ВЫВОДЫ



В электрической цепи с последовательным соединением элементов: сопротивления, катушки индуктивности и конденсатора возникает явление – резонанс напряжений, а при параллельном соединении элементов – резонанс токов.

Задание на самостоятельную работу

1. Какие три характерные области можно выделить на частотной характеристике цепи, с последовательным соединением R , L , C ?
2. На каких частотах последовательная цепь для источника создает активно-индуктивный характер нагрузки?
3. Запишите и проанализируйте закон Ома в комплексной форме!
4. Какой вид имеет формула полного сопротивления цепи?
5. Какой вид имеют формулы первого и второго законов Кирхгофа в комплексной форме ?
6. Какое основное условие возникновения резонанса в электрической цепи, содержащей катушку индуктивности и конденсатор?
7. Какой вид имеет формула зависимости резонансной частоты от величины индуктивности и емкости конденсатора?
8. Какой параметр показывает во сколько раз напряжение на индуктивности U_L или на емкости U_C при резонансе больше, чем напряжение, приложенное к цепи?
9. Как называется явление резонанса в электрической цепи, содержащей параллельно соединенные индуктивные и емкостные элементы?
10. Чем отличаются полная, активная и реактивная электрические мощности?