

# Исследование лингвистических модификаторов нечётких множеств в среде MathCad

Подготовила ст. гр. 649:

Шестакова Л.Н.

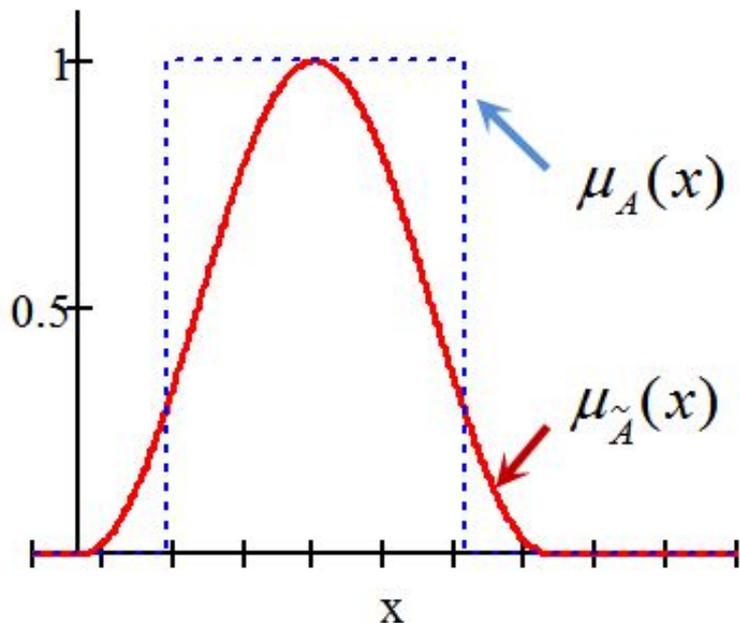
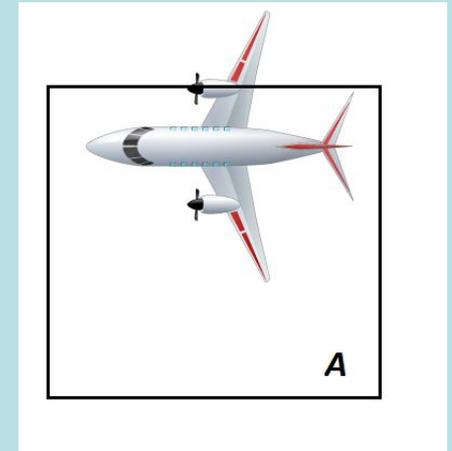
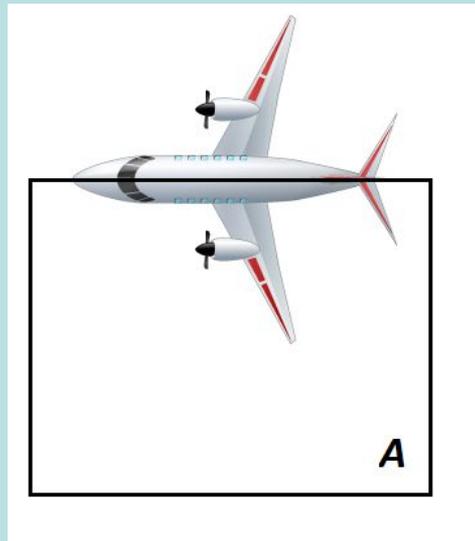
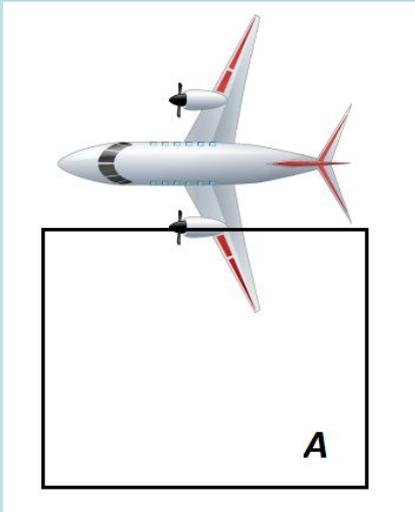
Руководитель:

доц. каф. ВМ РГРТУ

Конюхов А.Н.

Рязань, 2018

# Что такое нечёткое множество?



Нечеткое множество (НМ) – это совокупность пар следующего вида

$$\tilde{A} = \{ \langle x \in U, \mu_{\tilde{A}}(x) \rangle \}, \quad 0 \leq \mu_{\tilde{A}}(x) \leq 1$$

$\mu_{\tilde{A}}(x)$  - функция принадлежности (ФП) элемента  $x$  НМ;

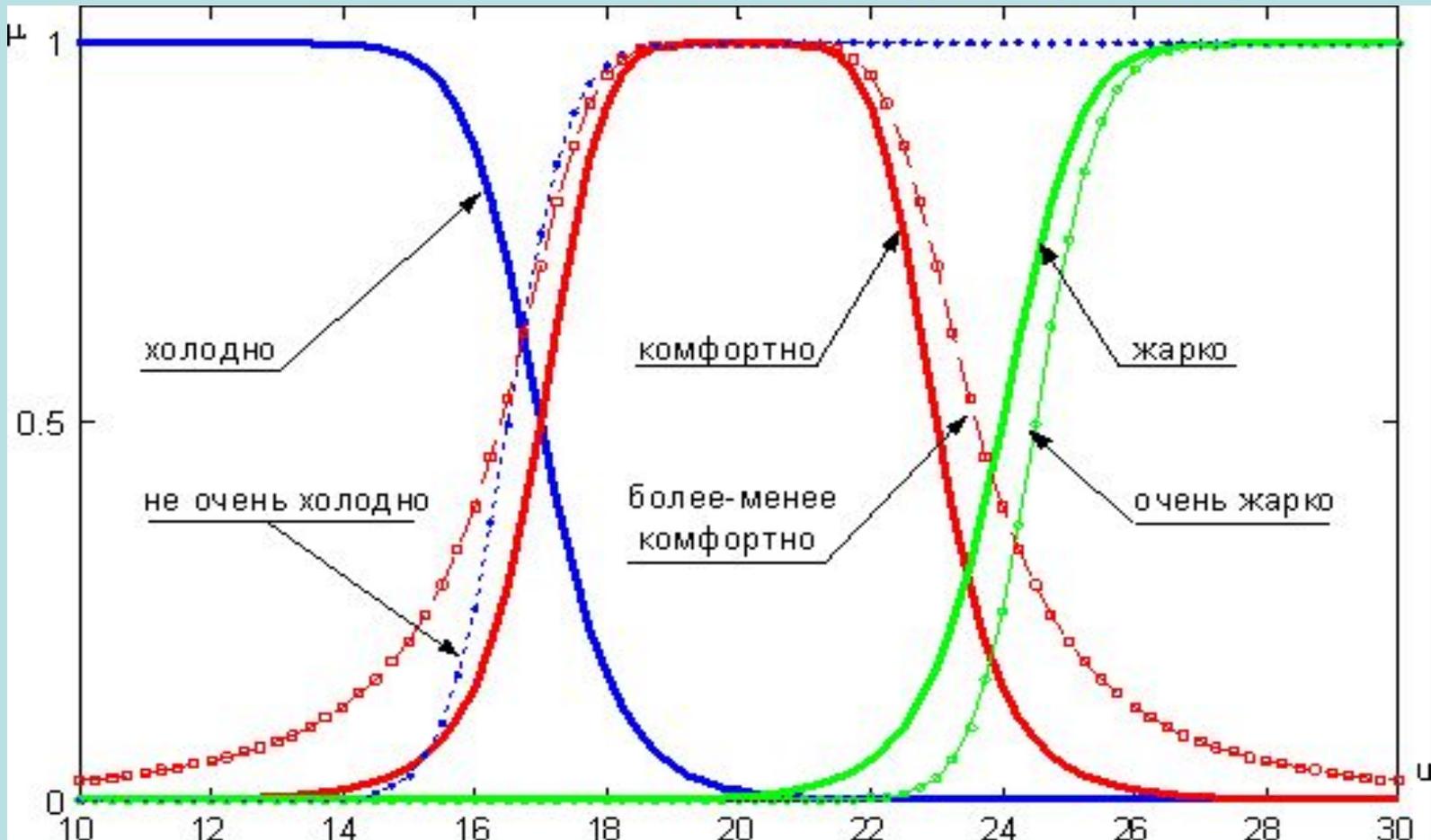
$U$  - множество-универсум.

# Моделирование в терминах НМ

$A$  = «температура в комнате» - имя лингвистической переменной;

$U = [5,35]$  – универсум (возможный диапазон температур,  $^{\circ}\text{C}$ );

$T = \{\text{"холодно"}, \text{"комфортно"}, \text{"жарко"}\}$  - базовое терм-множество



# Что такое лингвистические модификаторы?

**Лингвистические модификаторы** или «хеджи» (англ. - hedges) определяются как слова, способные изменять аспекты значений других слов, на которые они направлены.

Как правило, каждому лингвистическому модификатору ставится в соответствие некоторый **оператор**, оказывающий необходимое воздействие на исходное нечеткое множество.

## 1. Оператор концентрирования (с параметром $k > 1$ ) (смысловые оттенки - **ОЧЕНЬ, СИЛЬНО**)

$$\mu_{CON_k(A)}(x) = CON_k(\mu_A(x)) = (\mu_A(x))^k.$$

## 2. Оператор растяжения (с параметром $0 < k < 1$ ) (смысловые оттенки - БОЛЕЕ ИЛИ МЕНЕЕ, ПОЧТИ)

$$\mu_{DIL_k(\mathbb{A})}(x) = DIL_k(\mu_{\mathbb{A}}(x)) = (\mu_{\mathbb{A}}(x))^k.$$

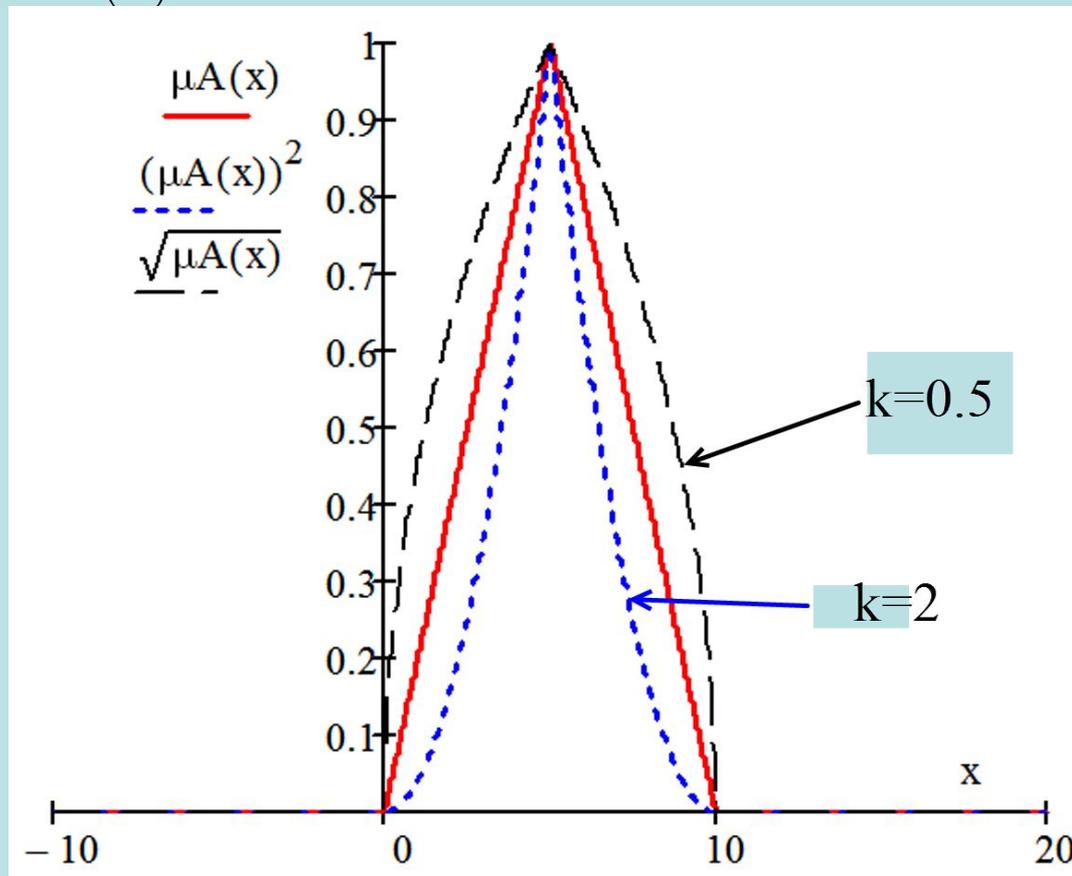


Рис. Иллюстрация действия операторов  $CON_2$  и  $DIL_{0.5}$  на НМ с треугольной ФП

# Оператор повышения контрастности (с параметром $k > 1$ ) (смысловые оттенки - **ОПРЕДЕЛЕННО**)

$$\mu_{INT_k(A)}(x) = INT_k(\mu_A(x)) = \begin{cases} 2^{k-1} (\mu_A(x))^k & \text{если } \mu_A(x) < 0,5 \\ 1 - 2^{k-1} (1 - \mu_A(x))^k & \text{иначе} \end{cases}$$

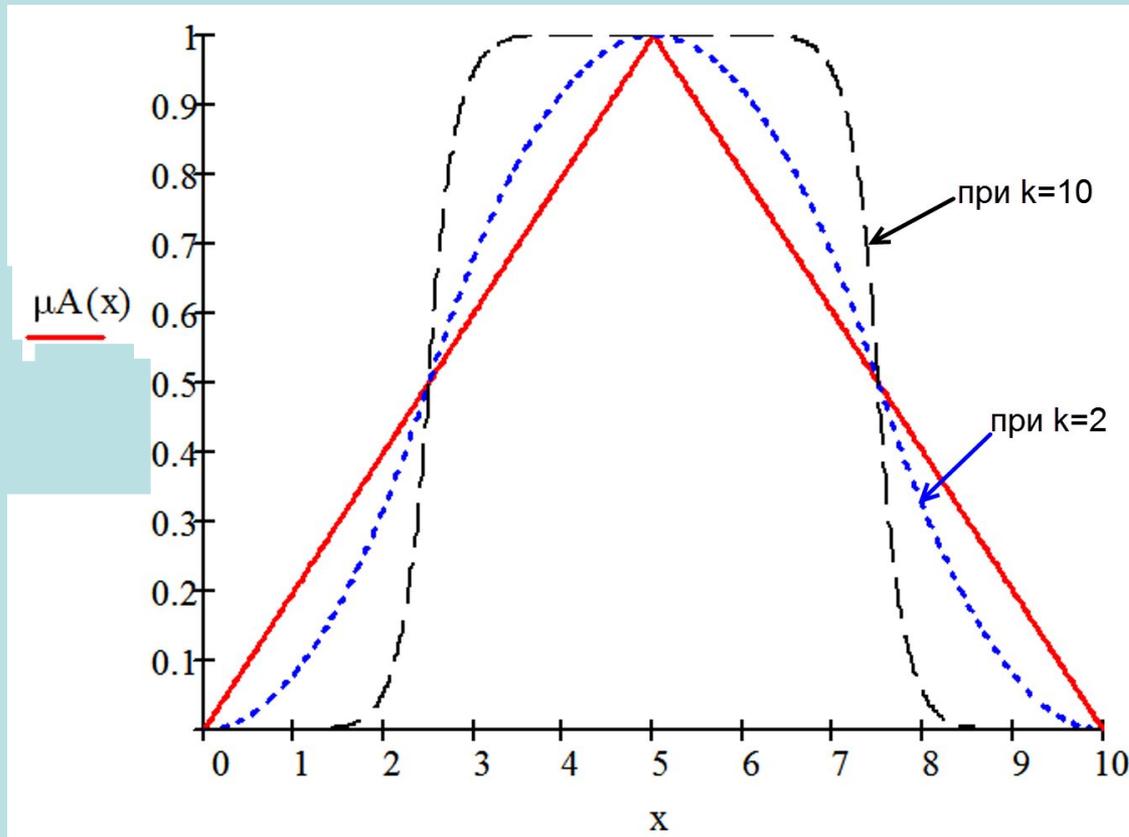
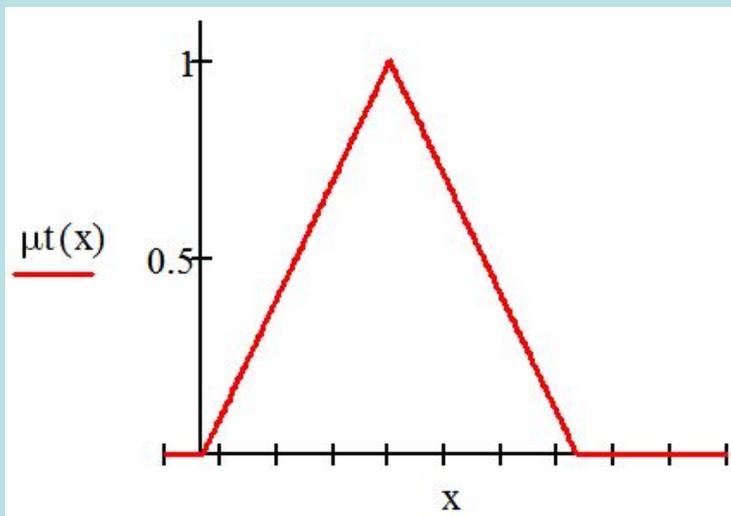


Рис. Результат действия оператора  $INT_k$  на НМ с треугольной ФП при  $k=2$  и  $k=10$

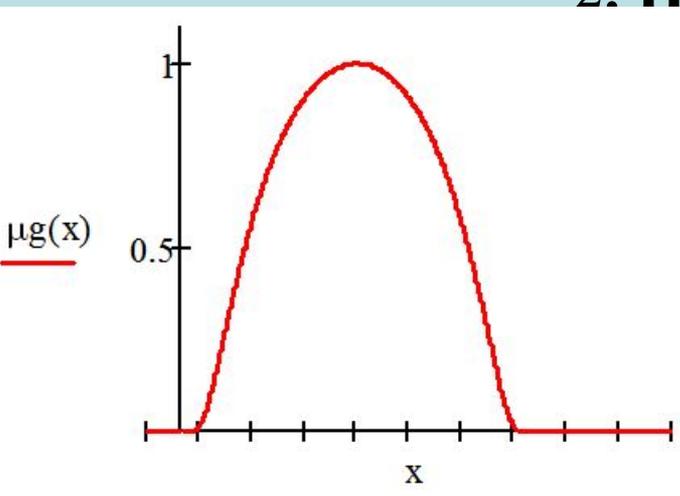
# Модельные нечеткие множества для исследования

## 1. НМ с треугольной ФП



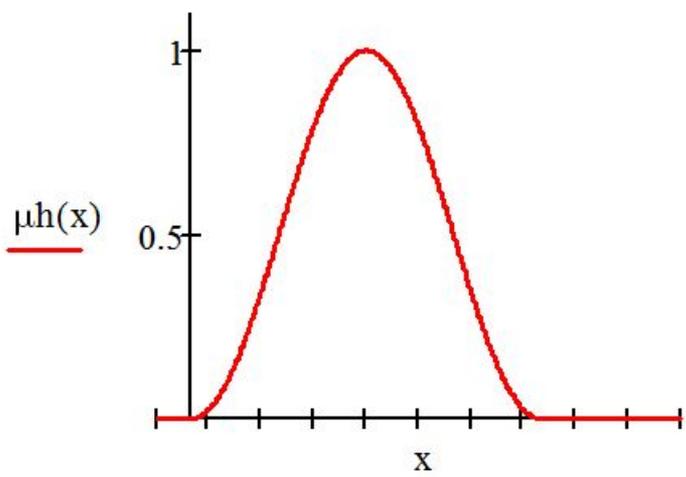
$$\mu_{\mathbb{A}}^t(x) = \begin{cases} \frac{x-a}{b-a}, & \text{если } a \leq x < b, \\ \frac{c-x}{c-b}, & \text{если } b \leq x \leq c, \\ 0 & \text{иначе} \end{cases}$$

## 2. НМ с гауссовой ФП



$$\mu_{\mathbb{A}}^g(x) = \begin{cases} \exp\left[1 - \frac{(c-a)^2}{4(c-x)(x-a)}\right], & \text{если } a < x < c \\ 0 & \text{иначе} \end{cases}$$

### 3. НМ с гармонической ФП



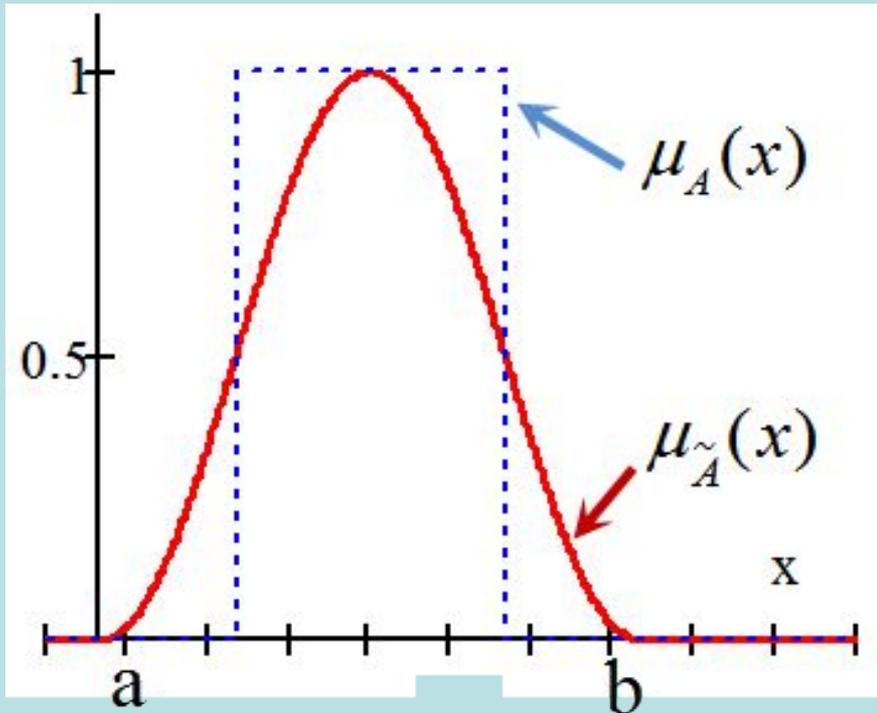
$$\mu_h(x) = \begin{cases} 0.5 \left( 1 + \cos \left( \pi \frac{x-b}{c-b} \right) \right), & a \leq x \leq c \\ 0 & \text{иначе} \end{cases}$$

**Цель исследования** – количественно изучить особенности влияния лингвистических модификаторов на модельные нечеткие множества при различных значениях параметра  $k$

# Индекс нечеткости как индикатор воздействия ЛМ

$$I_{\tilde{A}}^H = \frac{2}{b-a} \int_a^b |\mu_{\tilde{A}}(x_i) - \mu_A(x_i)| dx.$$

где  $\mu_A(x_i)$  - характеристическая функция четкого множества, ближайшего к данному НМ:



$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{если } 0,5 < (\mu_{\tilde{A}})x \leq 1 \\ 0 & \text{если } 0 \leq (\mu_{\tilde{A}})x < 0,5. \end{cases}$$

В качестве меры эффекта воздействия операторов на НМ при каждом значении параметра  $k$  рассчитывался коэффициент относительного изменения индекса нечеткости

$$\alpha(k) = \frac{I_0 - I_k}{I_0},$$

где  $I_0$  – индекс нечеткости исходного НМ (предполагается  $I_0 \neq 0$ , т.е. исходное множество - нечеткое);  $I_k$  – индекс нечеткости НМ, полученного в результате воздействия оператора с параметром  $k$ .

# Моделирование ЛМ в MathCad

## Membership function

1. Triangle       $a := 0$        $c := 100$        $b := \frac{a + c}{2}$

$$\mu(x) := \begin{cases} \frac{x - a}{b - a} & \text{if } a < x \leq b \\ \frac{c - x}{c - b} & \text{if } b < x < c \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

## Nearest crisp set

$$\mu_0(x) := \begin{cases} 1 & \text{if } \mu(x) > 0.5 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

# Моделирование ЛМ в MathCad

Fuzziness modifier

$$F(\xi, k) := \begin{cases} 2^{k-1} \cdot \xi^k & \text{if } \xi < 0.5 \\ [1 - 2^{k-1} \cdot (1 - \xi)^k] & \text{otherwise} \end{cases}$$

Indices of fuzziness

$$I_0 := \frac{2}{c-a} \cdot \int_a^c |\mu(x) - \mu_0(x)| dx = 0.5$$

$$\mu_F(x, k) := \begin{cases} 1 & \text{if } F(\mu(x), k) > 0.5 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$IF(k) := \frac{2}{c-a} \cdot \int_a^c |F(\mu(x), k) - \mu_F(x, k)| dx$$

$$\alpha(k) := \frac{I_0 - IF(k)}{I_0}$$

# Результаты исследования оператора $\text{INT}_k$

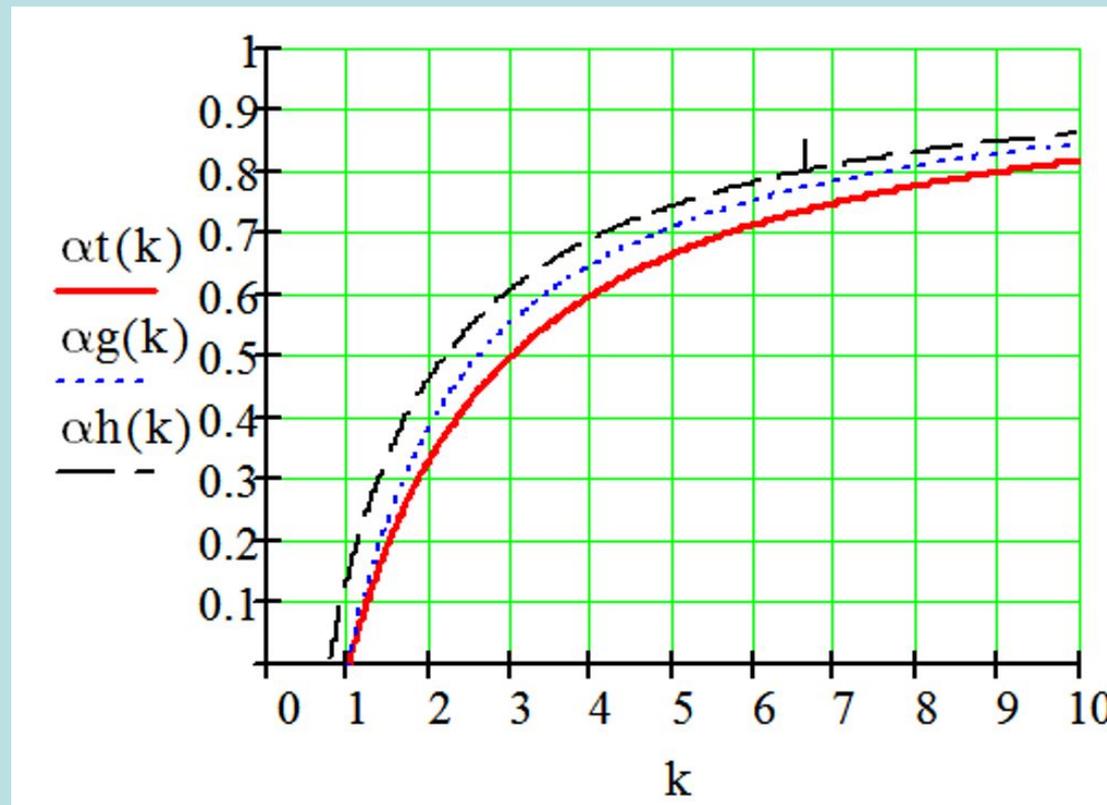


Рис. Зависимость коэффициента относительного изменения индекса нечеткости  $\alpha(k)$  для оператора  $\text{INT}_k$  от параметра  $k$ .  
Обозначение: «t» - для НМ с треугольной ФП, «g» - для гауссовой ФП; «h» - для гармонической ФП

# Результаты исследования оператора $DIL_k$

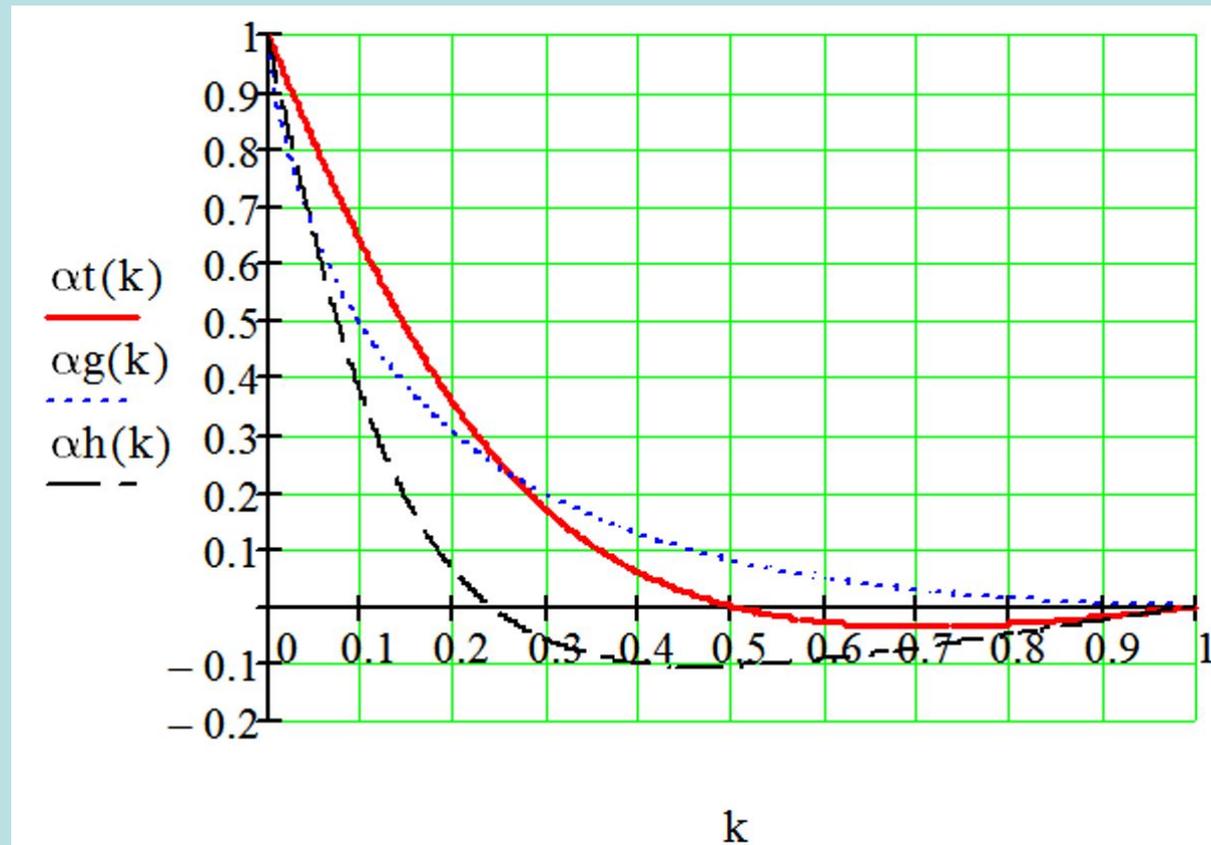


Рис. Зависимость коэффициента относительного изменения индекса нечеткости  $\alpha(k)$  для оператора  $DIL_k$  от параметра  $k$ .

# Результаты исследования оператора $DIL_k$

Сконструируем альтернативный показатель оценки действия оператора  $DIL_k$  – коэффициент растяжения:

$$K_{DIL_k} = \frac{\int_a^c \left( \mu_{DIL_k(\mathbb{A})}(x) - \mu_A(x) \right) dx}{\int_a^c (1 - \mu_A(x)) dx}.$$

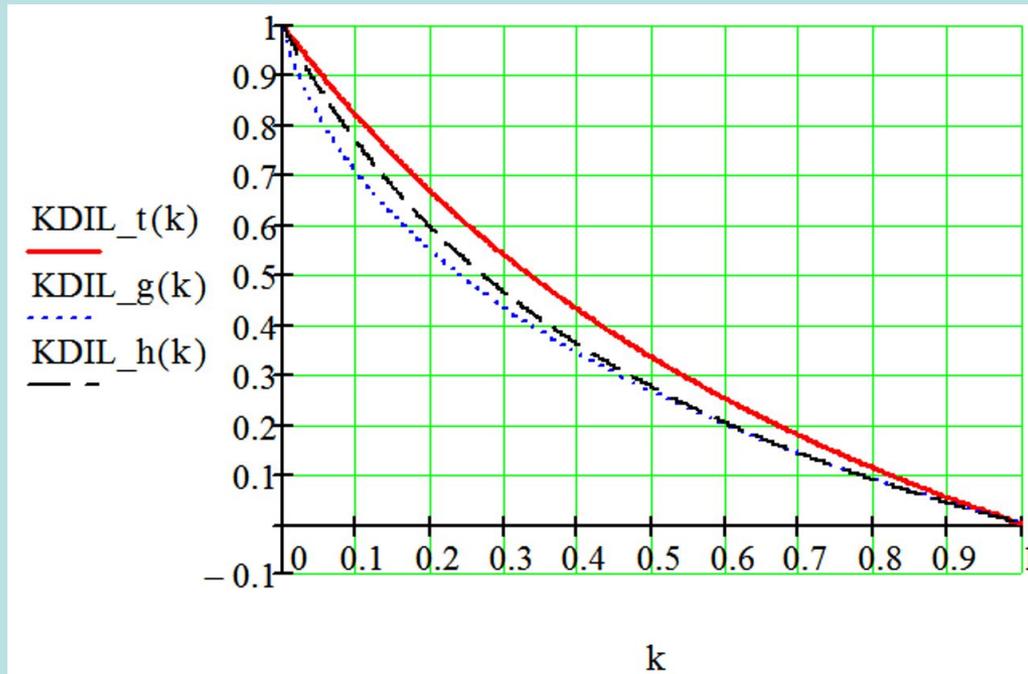


Рис. Зависимость коэффициента растяжения  $K_{DIL}$  для оператора  $DIL_k$  от параметра  $k$ .

# Вывод

Применение пакета MathCad позволяет количественно оценить эффект, оказываемый на нечеткие множества со стороны параметризованных операторов (ЛМ), выявить оптимальные условия их применения, а также возможные ограничения.

Предлагаемый подход может быть применен для совершенствования математического аппарата лингвистических модификаторов.