

Исследование лингвистических модификаторов нечётких множеств в среде MathCad

Подготовила ст. гр. 649:

Шестакова Л.Н.

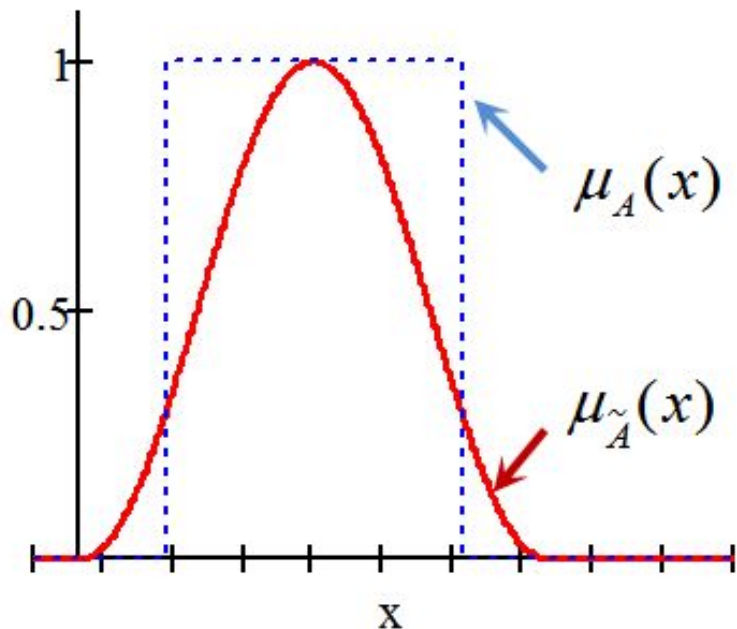
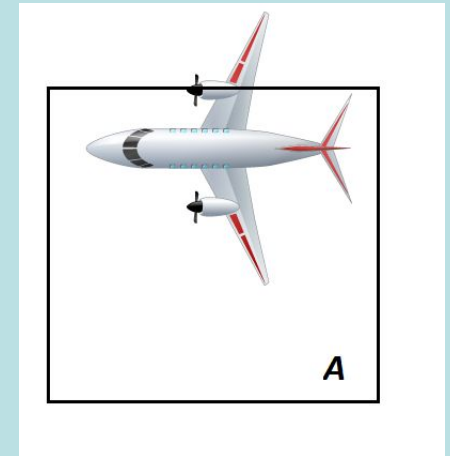
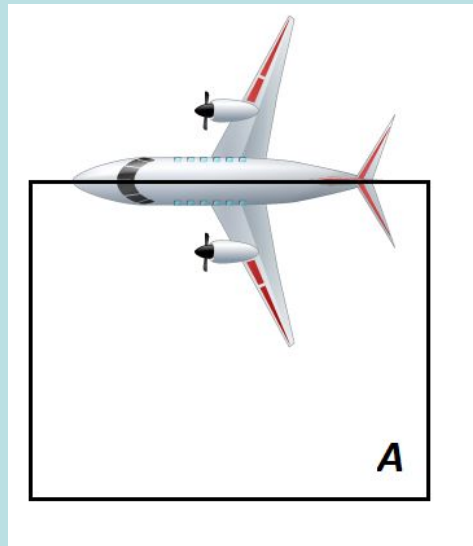
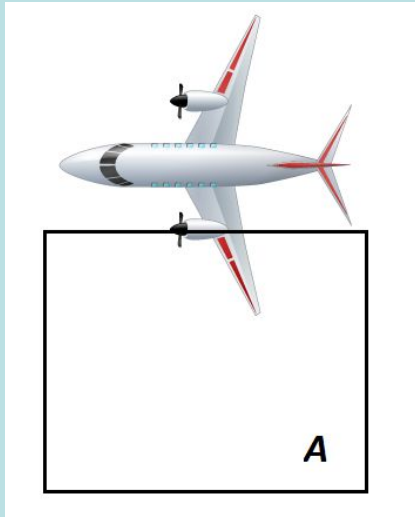
Руководитель:

доц. каф. ВМ РГРТУ

Конюхов А.Н.

Рязань, 2018

Что такое нечёткое множество?



Нечеткое множество (НМ) – это совокупность пар следующего вида

$$\tilde{A} = \{ \langle x \in U, \mu_{\tilde{A}}(x) \rangle \}, \quad 0 \leq \mu_{\tilde{A}}(x) \leq 1$$

$\mu_{\tilde{A}}(x)$ - функция принадлежности (ФП) элемента x НМ;

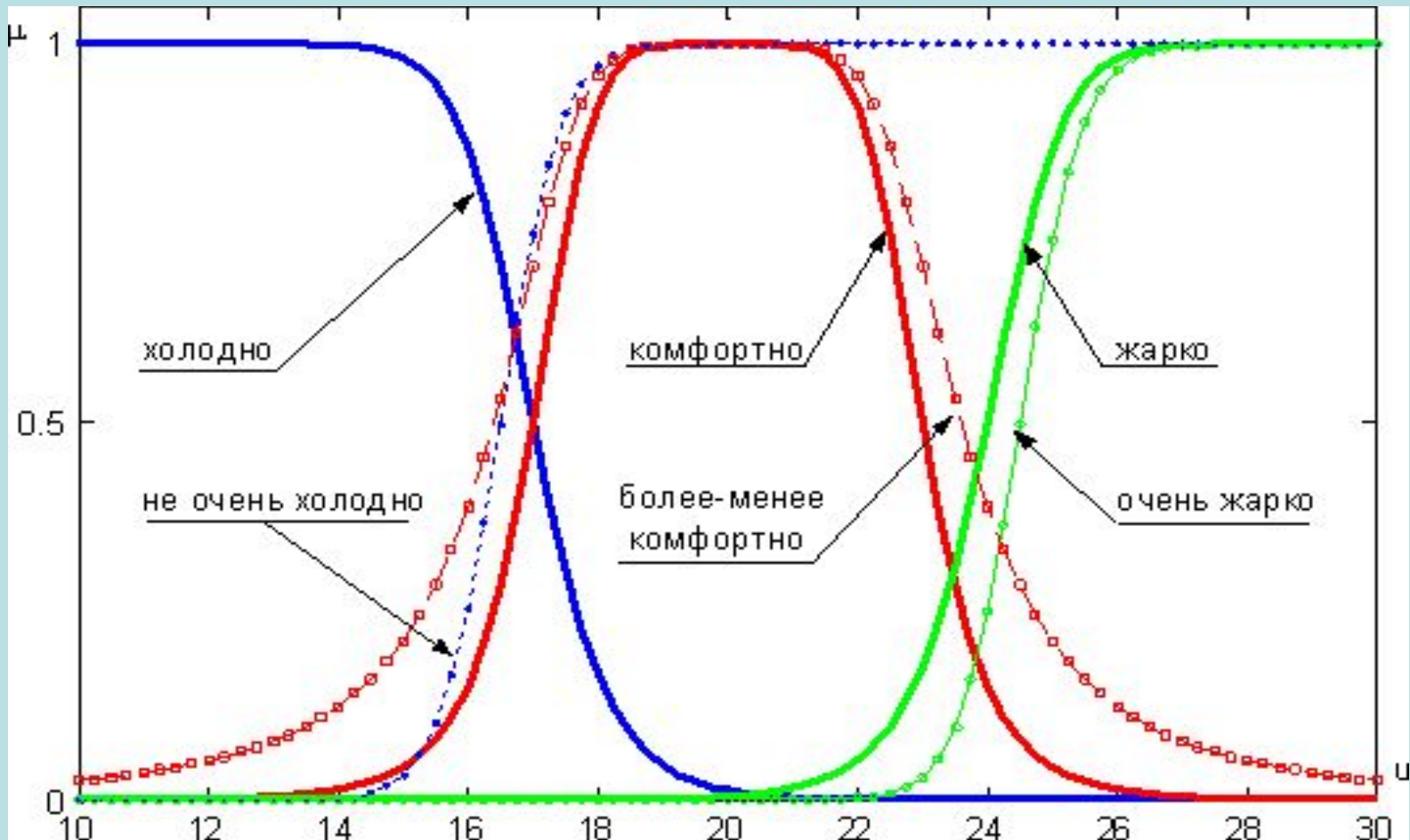
U - множество-универсум.

Моделирование в терминах НМ

A = «температура в комнате» - имя лингвистической переменной;

$U = [5,35]$ – универсум (возможный диапазон температур, $^{\circ}\text{C}$);

$T = \{\text{"холодно"}, \text{"комфортно"}, \text{"жарко"}\}$ - базовое терм-множество



Что такое лингвистические модификаторы?

Лингвистические модификаторы или «хеджи» (англ. - hedges) определяются как слова, способные изменять аспекты значений других слов, на которые они направлены.

Как правило, каждому лингвистическому модификатору ставится в соответствие некоторый **оператор**, оказывающий необходимое воздействие на исходное нечеткое множество.

1. Оператор концентрирования (с параметром $k > 1$) (смысловые оттенки - **ОЧЕНЬ, СИЛЬНО**)

$$\mu_{CON_k(A)}(x) = CON_k(\mu_A(x)) = (\mu_A(x))^k.$$

2. Оператор растяжения (с параметром $0 < k < 1$) (смысловые оттенки - БОЛЕЕ ИЛИ МЕНЕЕ, ПОЧТИ)

$$\mu_{DIL_k(\mathbb{A})}(x) = DIL_k(\mu_{\mathbb{A}}(x)) = (\mu_{\mathbb{A}}(x))^k.$$

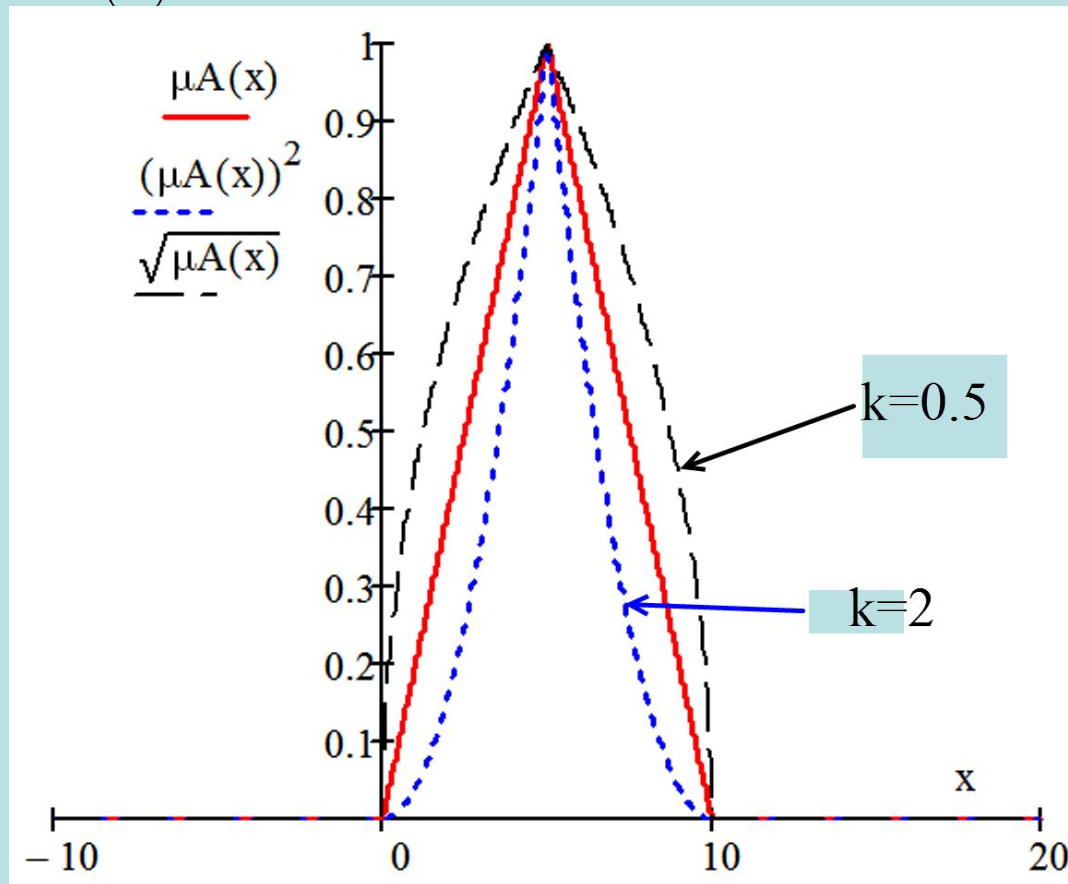


Рис. Иллюстрация действия операторов CON_2 и $DIL_{0.5}$ на НМ с треугольной ФП

Оператор повышения контрастности (с параметром $k > 1$) (смысловые оттенки - **ОПРЕДЕЛЕННО**)

$$\mu_{INT_k(A)}(x) = INT_k(\mu_A(x)) = \begin{cases} 2^{k-1} (\mu_A(x))^k & \text{если } \mu_A(x) < 0,5 \\ 1 - 2^{k-1} (1 - \mu_A(x))^k & \text{иначе} \end{cases}$$

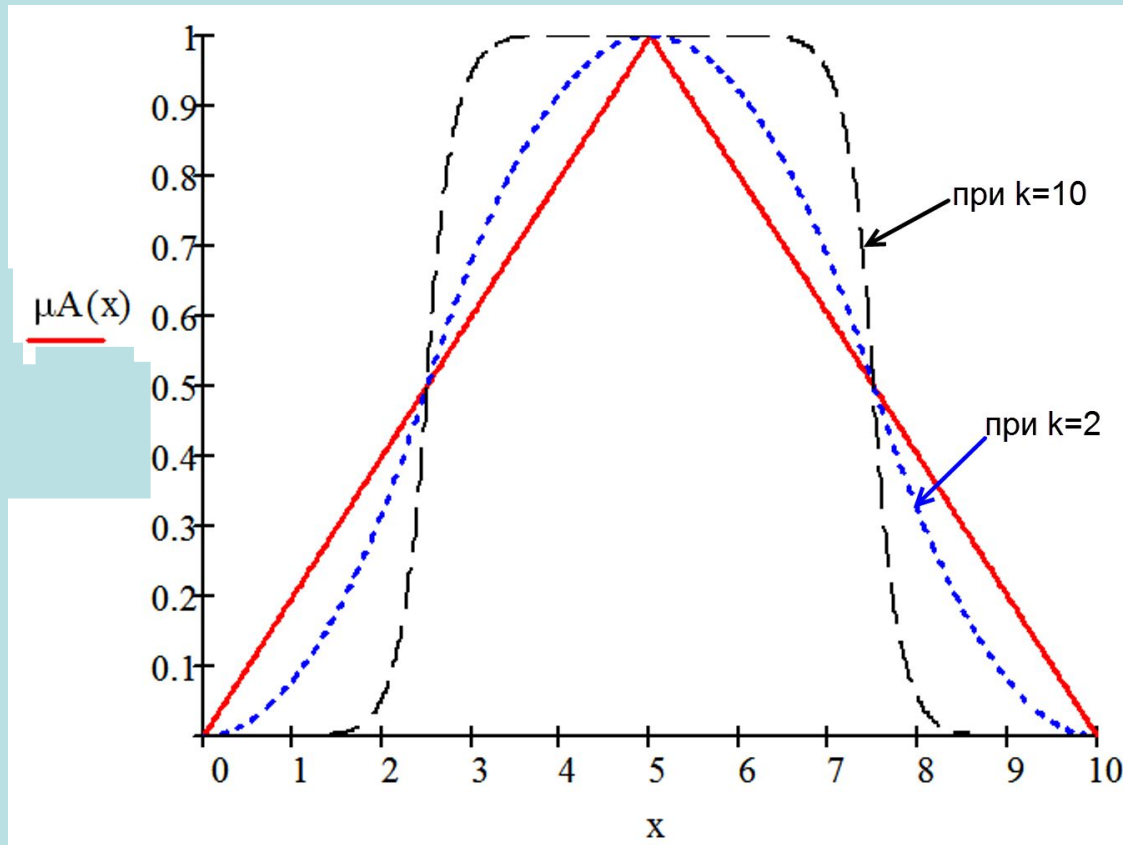
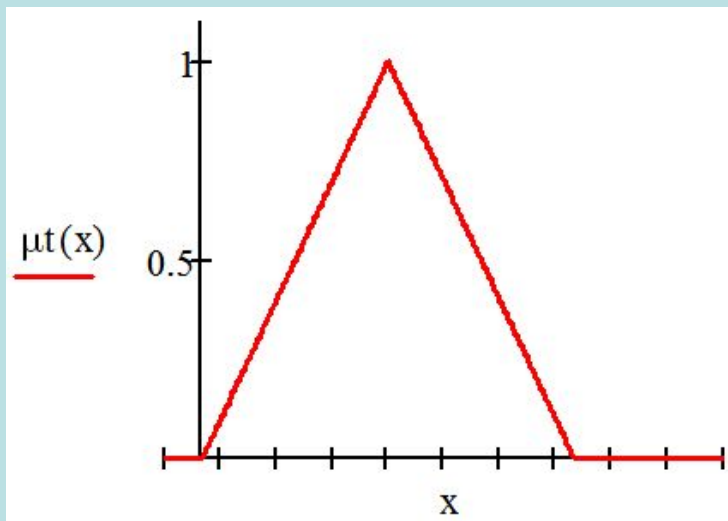


Рис. Результат действия оператора INT_k на НМ с треугольной ФП при $k=2$ и $k=10$

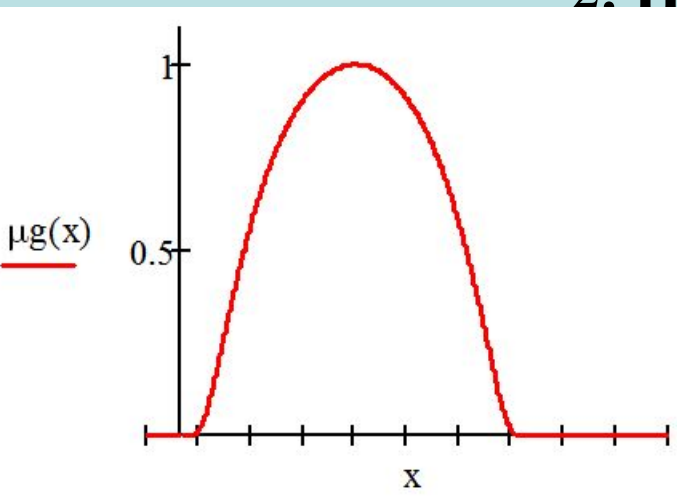
Модельные нечеткие множества для исследования

1. НМ с треугольной ФП



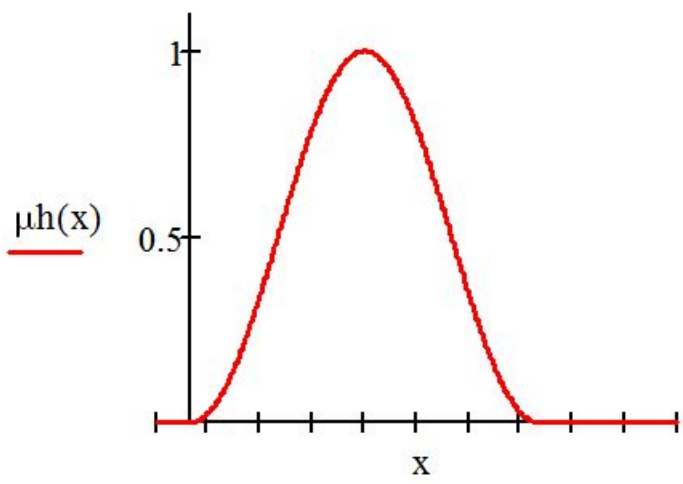
$$\mu_{\mathbb{A}}^t(x) = \begin{cases} \frac{x-a}{b-a}, & \text{если } a \leq x < b, \\ \frac{c-x}{c-b}, & \text{если } b \leq x \leq c, \\ 0 & \text{иначе} \end{cases}$$

2. НМ с гауссовой ФП



$$\mu_{\mathbb{A}}^g(x) = \begin{cases} \exp\left[1 - \frac{(c-a)^2}{4(c-x)(x-a)}\right], & \text{если } a < x < c \\ 0 & \text{иначе} \end{cases}$$

3. НМ с гармонической ФП



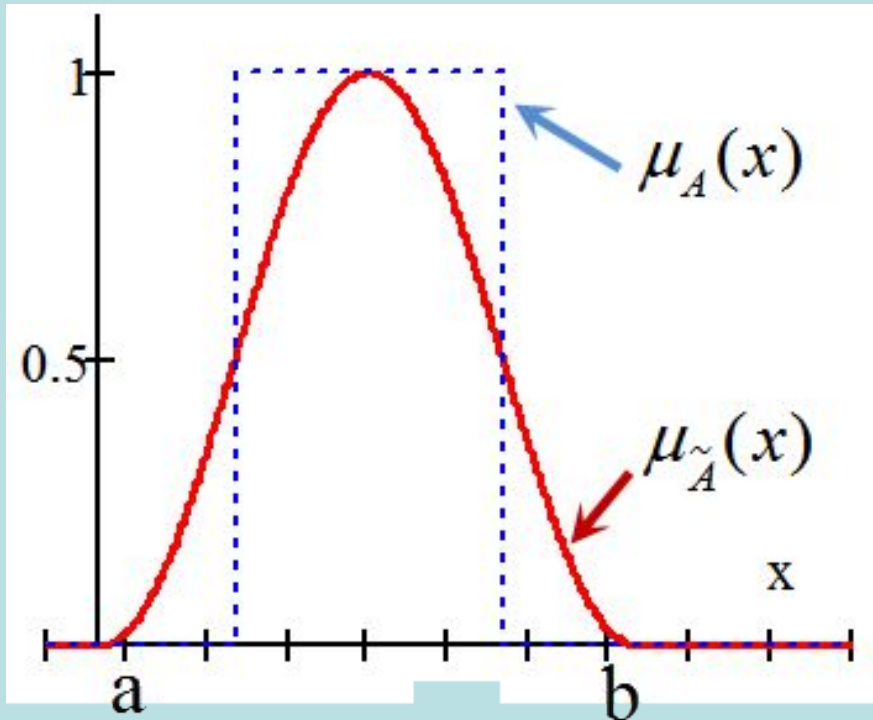
$$\mu_h(x) = \begin{cases} 0.5 \left(1 + \cos \left(\pi \frac{x-b}{c-b} \right) \right), & a \leq x \leq c \\ 0 & \text{иначе} \end{cases}$$

Цель исследования – количественно изучить особенности влияния лингвистических модификаторов на модельные нечеткие множества при различных значениях параметра k

Индекс нечеткости как индикатор воздействия ЛМ

$$I_{\tilde{A}}^H = \frac{2}{b-a} \int_a^b |\mu_{\tilde{A}}(x_i) - \mu_A(x_i)| dx.$$

где $\mu_A(x_i)$ - характеристическая функция четкого множества, ближайшего к данному НМ:



$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{если } 0,5 < \mu_{\tilde{A}}(x) \leq 1 \\ 0 & \text{если } 0 \leq \mu_{\tilde{A}}(x) \leq 0,5. \end{cases}$$

В качестве меры эффекта воздействия операторов на НМ при каждом значении параметра k рассчитывался коэффициент относительного изменения индекса нечеткости

$$\alpha(k) = \frac{I_0 - I_k}{I_0},$$

где I_0 – индекс нечеткости исходного НМ (предполагается $I_0 \neq 0$, т.е. исходное множество - нечеткое); I_k – индекс нечеткости НМ, полученного в результате воздействия оператора с параметром k .

Моделирование ЛМ в MathCad

Membership function

1. Triangle $a := 0$ $c := 100$ $b := \frac{a + c}{2}$

$$\mu(x) := \begin{cases} \frac{x - a}{b - a} & \text{if } a < x \leq b \\ \frac{c - x}{c - b} & \text{if } b < x < c \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Nearest crisp set

$$\mu_0(x) := \begin{cases} 1 & \text{if } \mu(x) > 0.5 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Моделирование ЛМ в MathCad

Fuzziness modifier

$$F(\xi, k) := \begin{cases} 2^{k-1} \cdot \xi^k & \text{if } \xi < 0.5 \\ [1 - 2^{k-1} \cdot (1 - \xi)^k] & \text{otherwise} \end{cases}$$

Indices of fuzziness

$$I_0 := \frac{2}{c - a} \cdot \int_a^c |\mu(x) - \mu_0(x)| dx = 0.5$$

$$\mu_F(x, k) := \begin{cases} 1 & \text{if } F(\mu(x), k) > 0.5 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$IF(k) := \frac{2}{c - a} \cdot \int_a^c |F(\mu(x), k) - \mu_F(x, k)| dx$$

$$\alpha(k) := \frac{I_0 - IF(k)}{I_0}$$

Результаты исследования оператора INT_k

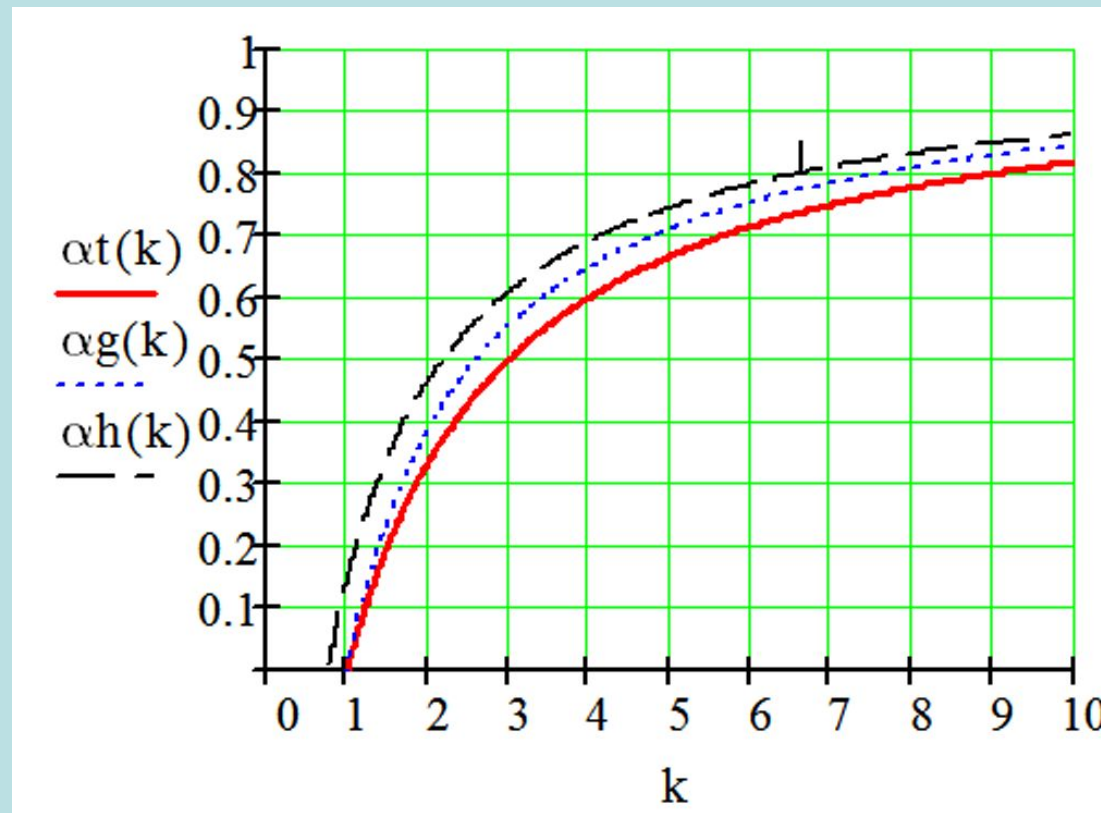


Рис. Зависимость коэффициента относительного изменения индекса нечеткости $\alpha(k)$ для оператора INT_k от параметра k .

Обозначение: «t» - для НМ с треугольной ФП, «g» - для гауссовой ФП; «h» - для гармонической ФП

Результаты исследования оператора DIL_k

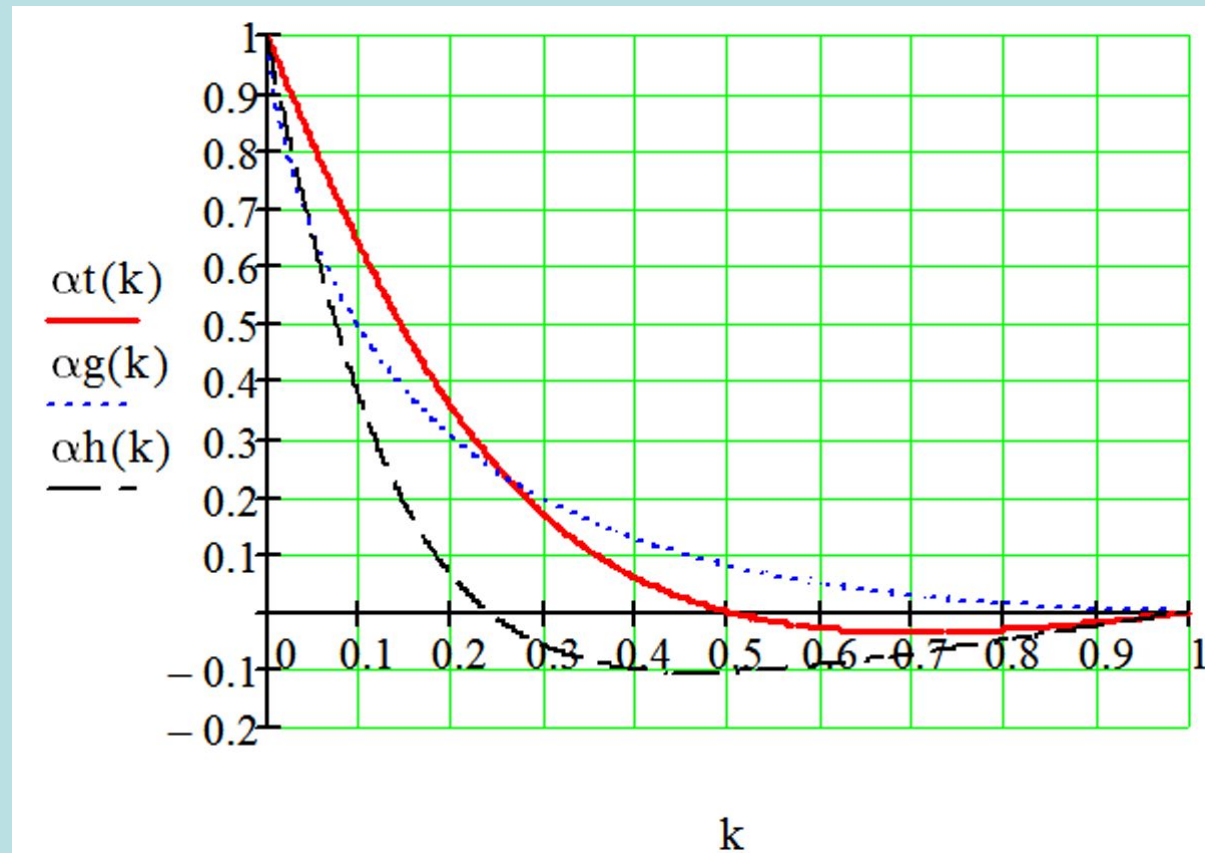


Рис. Зависимость коэффициента относительного изменения индекса нечеткости $\alpha(k)$ для оператора DIL_k от параметра k .

Результаты исследования оператора DIL_k

Сконструируем альтернативный показатель оценки действия оператора DIL_k – коэффициент растяжения:

$$K_{DIL_k} = \frac{\int_a^c \left(\mu_{DIL_k(\mathbb{A})}(x) - \mu_A(x) \right) dx}{\int_a^c (1 - \mu_A(x)) dx}.$$

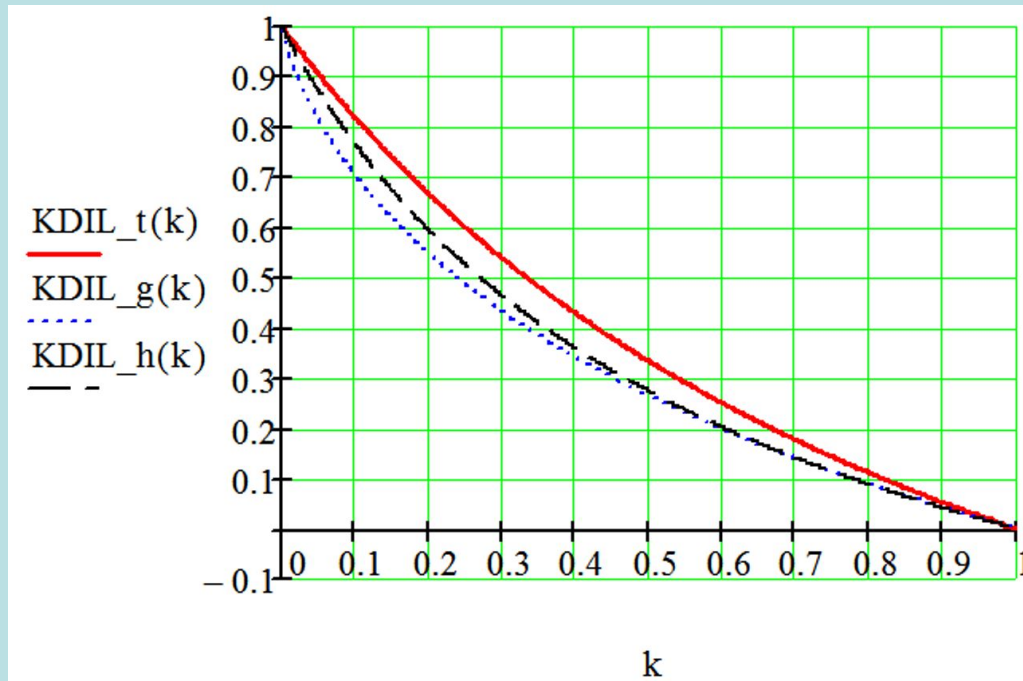


Рис. Зависимость коэффициента растяжения K_{DIL} для оператора DIL_k от параметра k .

Вывод

Применение пакета MathCad позволяет количественно оценить эффект, оказываемый на нечеткие множества со стороны параметризованных операторов (ЛМ), выявить оптимальные условия их применения, а также возможные ограничения.

Предлагаемый подход может быть применен для совершенствования математического аппарата лингвистических модификаторов.