УФИМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НЕФТЯНОЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ОПОРНЫЙ ВУЗ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Кинематика и динамика материальной точки. Законы Ньютона , сила и импульс. Работа и энергия.

Ст. преп., к. ф.-м. н. Бачурина Ольга Владимировна
obachurina@yahoo.com

Лекция 1

Основная литература

1. Савельев, И.В. Курс физики (в 3 т.). **Том 1.** Механика. Молекулярная физика. **Том 2.** Электричество и магнетизм [Электронный ресурс] : учебное пособие / И.В. Савельев. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2018. — 356 с.
2. Трофимова, Т. И. Курс физики [Текст] : учеб. пособие для вузов / Т. И. Трофимова. - 22-е изд., стер. - М. : Академия, 2016. - 560 с.
3. Лейберт, Б. М. Конспект лекций по физике [Электронный ресурс] : учебное пособие / Б. М. Лейберт, Е. М. Пестряев ; УГНТУ, каф. Физики. - 2-е изд. - Уфа : Изд-во УГНТУ, 2010. - 2,52 Мб
4. Рогачев, Н.М. Курс физики: учебное пособие / Спб: Изд-во Лань, 2010, 448 с.

Алгоритм написания лекции

Алгоритм написания лекции:

1. Не начинай записывать материал с первых слов учителя, сначала выслушай высказываемую им мысль до конца и пойми ее.
2. Приступай к записи в тот момент, когда учитель, заканчивая изложение одной мысли, начинает ее комментировать.
3. Не старайся записать материал дословно (при этом чаще теряется главная мысль, такую запись трудно вести), отбрасывай второстепенные слова, те, без которых не теряется главная мысль.
4. Сокращай слова, некоторые из них обозначай значками. После сокращений оставляй место, чтобы закончить запись дома.
5. Старайся писать быстро (не менее 120 букв в минуту).
6. Если в лекции встречаются непонятные места – оставь место в тетради, после урока уточни их у учителя и запиши.
7. Используй общие правила написания конспекта (соблюдай отступы, делай выделения и т.д.).
8. В ближайшие дни обработай текст конспекта, выправь стиль, расставь знаки препинания, допиши текст, подчеркни главное и т.д.

Бально-рейтинговая система оценки знаний студентов

Шкала пересчета итогового рейтингового балла в оценку	
Итоговый рейтинговый балл	Проставляемая оценка
90 - 100	Отлично
75 – 89	Хорошо
50 – 74	Удовлетворительно
<50	Неудовлетворительно

Рейтинговая оценка является ***суммарным*** показателем, формируемым на основе оценки знаний студента в ***течение семестра*** и по итогам ***экзаменационных испытаний (зачета).***

Темы для СРС

- 1. Основные и вспомогательные единицы системы интернациональной (СИ).
- 2. Понятие веса тела. Где вес тела больше: на полюсе или на экваторе? Анализ изменения веса тела в вертикально движущемся лифте.
- 3. Основные понятия векторной алгебры (сложение и вычитание векторов, векторное и скалярное произведение векторов)
- Виды механических движений

Наличие конспекта лекций и тем по СРС обязательно!!!

Общие понятия механики:

- *Механическое движение* - процесс изменения положения тела или его частей по отношению к другим телам или друг другу
- *Материальной точка (м.т.)* - тело, размерами которого при описании его движения в условии данной задачи можно пренебречь
- *Тело отсчета* – произвольно выбранное тело, относительно которого определяется положение других (движущихся тел)
- *Система координат (С.К.)* – система (простейшем случае прямоугольная декартовая система x,y,z), связанная с телом отсчета.
- *Система отсчета(С.О)* – система тел вместе с часами, в качестве которых может быть выбран любой периодический процесс

Физические основы механики

Механика и ее структура

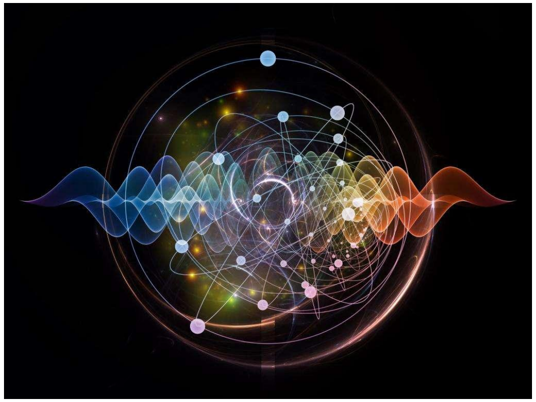
- *Классическая* (Механика Галилея-Ньютона). Изучает законы движения <u>макроскопических тел</u> , скорости которых малы по сравнению со скоростью распространения света в вакууме

- *Релятивистская.* Изучает законы движения <u>макроскопических тел</u> со скоростями , сравнимыми со скоростью распространения света в вакууме (основана на специальной теории относительности А. Эйнштейна)

- *Квантовая.* Изучает законы движения <u>микроскопических тел</u> (отдельных атомов и элементарных частиц)

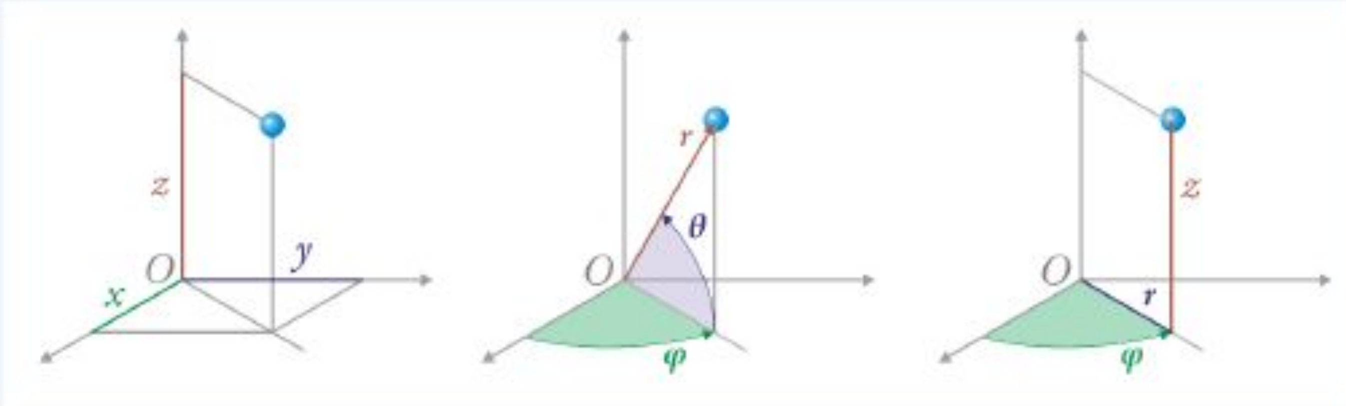
Разделы механики:

Кинематика	Динамика	Статика
Не рассматривает причины движения тел	Законы движения тел и причины	Законы равновесия тел



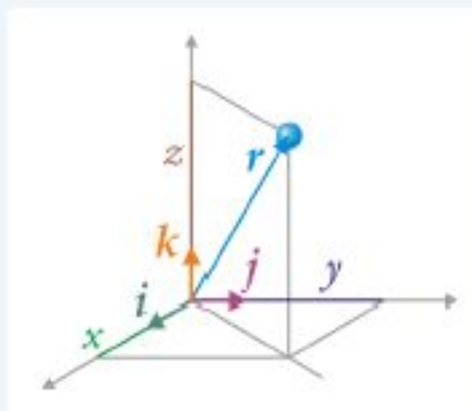
МАТ. СПРАВКА

Систем координат существует множество, однако, в основном, применяются так называемые ортогональные системы координат, у которых оси взаимно перпендикулярны друг другу. Наше пространство 3-мерное, поэтому положение тела определятся набором из 3-х чисел



Прямоугольная (x, y, z) Сферическая (r, φ, θ) Цилиндрическая (ρ, φ, z)

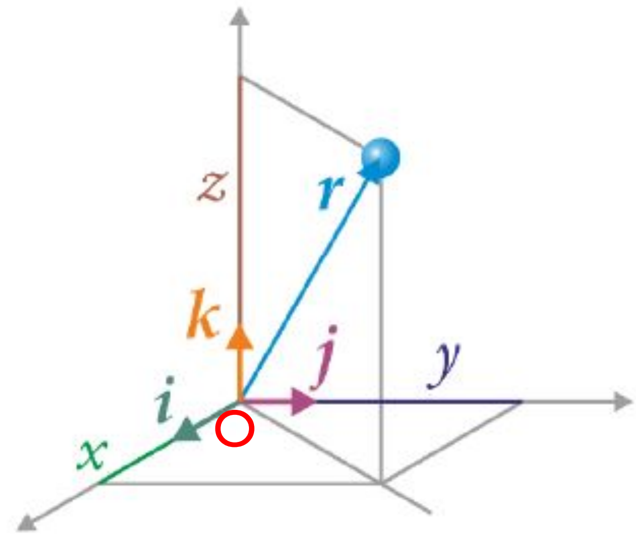
Самой простейшей из них является **прямоугольная декартова система координат**, т.е. 3-х взаимно перпендикулярных осей (оси *X*, *Y* и *Z*)



На рисунке изображена *правосторонняя система координат*, т.е. если мы переходим от оси *X* к оси *Y*, вращая правосторонний винт или штопор по часовой стрелке, то острие штопора укажет направление третьей оси *Z*.

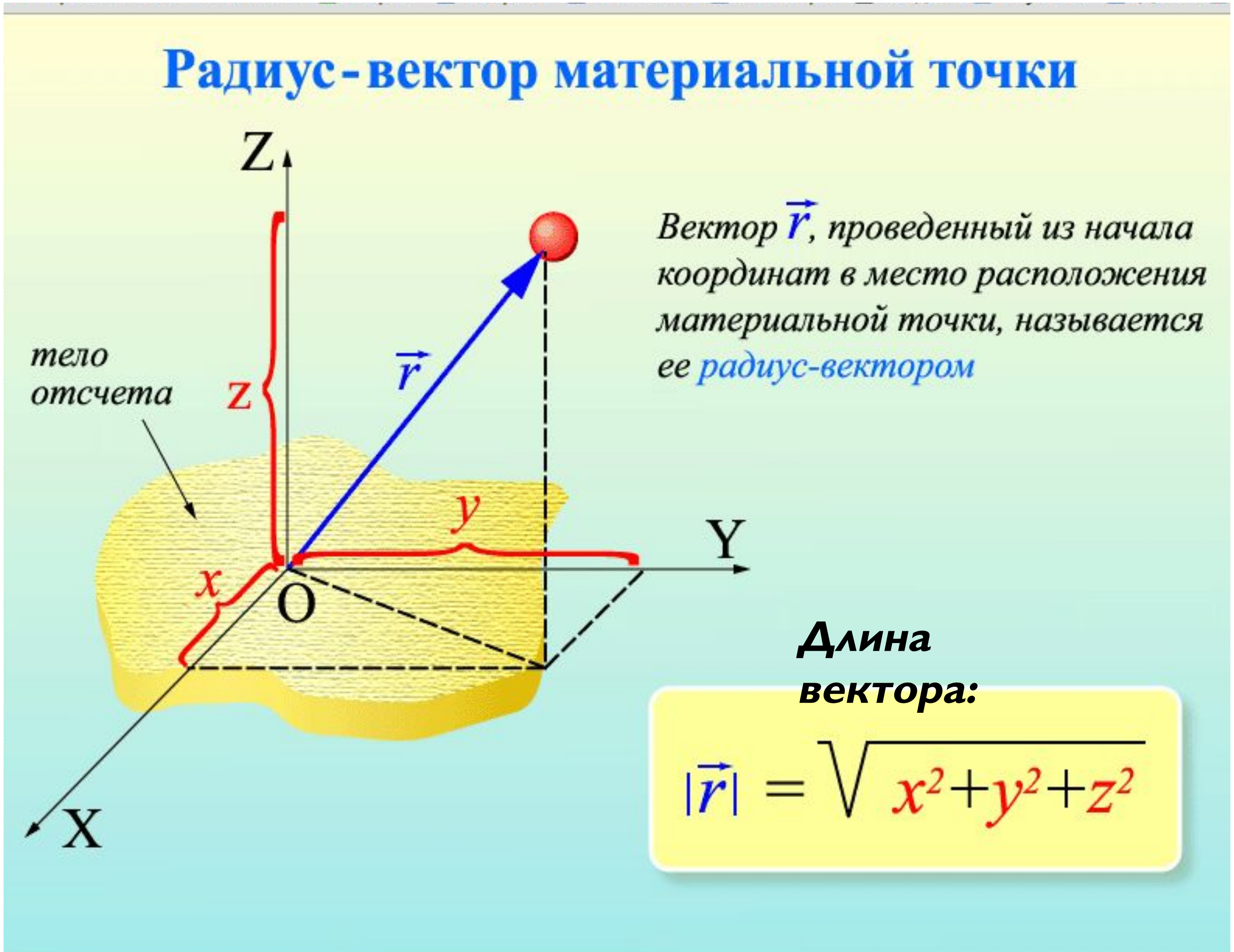
Прямоугольная декартова система координат

- образуется тремя взаимно перпендикулярными осями координат X , Y и Z. Оси координат пересекаются в точке O, которая называется началом координат, на каждой оси выбрано положительное направление, указанное стрелками, и единица измерения отрезков на осях. X — ось абсцисс, Y — ось ординат, Z — ось аппликат.
- описывается набором **ортов**, сонаправленных с осями координат. Количество ортов равно размерности системы координат и все они перпендикулярны друг другу.
- В трёхмерном случае такие орты обычно обозначаются **i , j** и **k** или $\mathbf{e_x}$, $\mathbf{e_y}$ и $\mathbf{e_z}$.



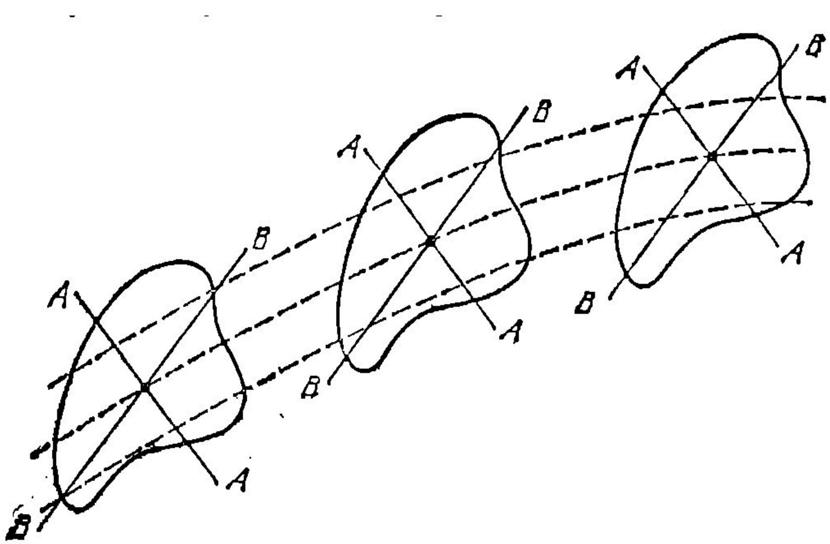
Орт, направленный вдоль оси *X*, обозначается как **i** . По модулю **i** равен единице, и направлен вдоль оси *X*. Аналогично определяются орты **j** и **k** .

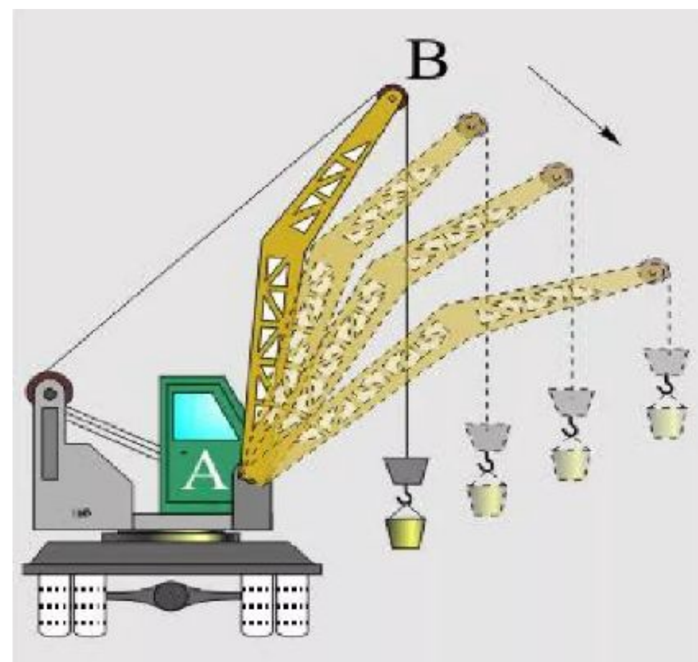
Радиус-вектор материальной точки



Виды движений:
а)поступательное движение

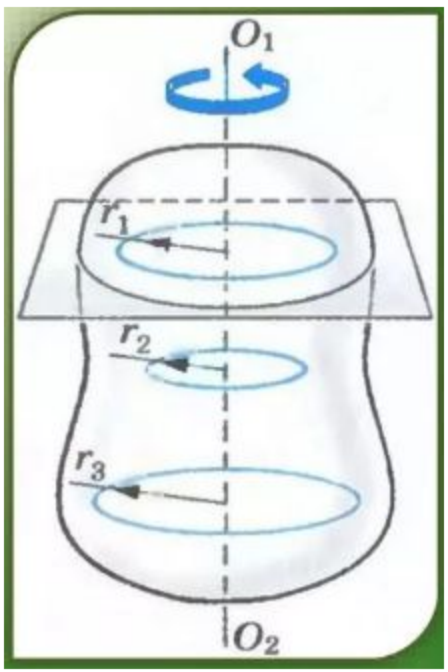
- *Поступательным* называется такое движение, при котором любая прямая жестко связанная с телом, остается при его движении параллельной самой себе т.е. тело не поворачивается и не вращается.

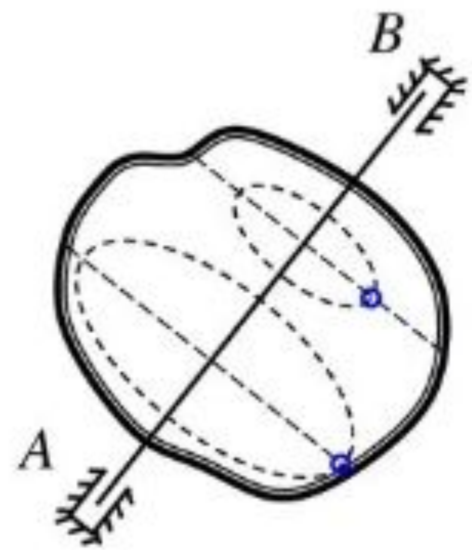




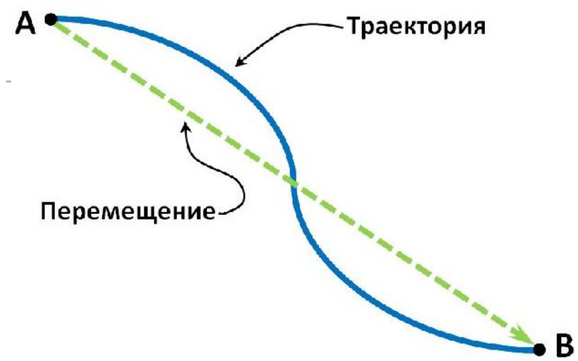
Виды движений:
б)вращательное движение

- *Вращательным* называется такое движение, при котором все точки тела движутся по окружностям, центры которых лежат на одной прямой, называемой осью вращения.

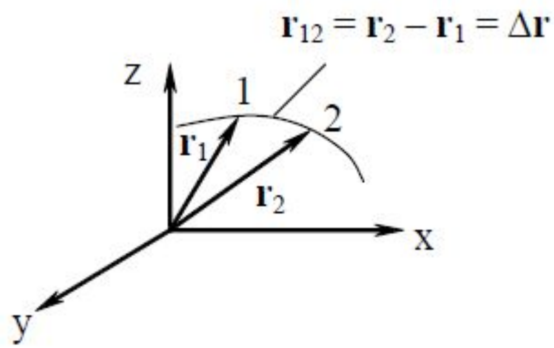




1. Кинематика поступательного движения материальной точки (м. т.)



- *Траектория* – линия , которая описывает при своем движении материальная точка. *Виды:* - прямолинейная
  - криволинейная
- *Перемещение* – вектор $\overrightarrow{r_{12}}$ соединяющий начальную точку 1 и конечную точку 2.



- Каждому моменту времени t соответствует свой радиус-вектор $\overrightarrow{r(t)}$:

$$\left|\overrightarrow{r(t)}\right| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

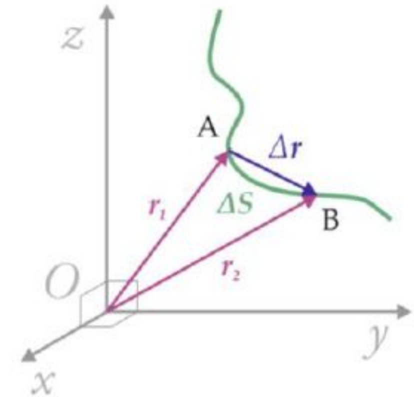
- Движение точки может быть описано **векторной** функцией:

$$\mathbf{r}(\mathrm{t}) = \mathrm{x}(\mathrm{t})\mathbf{i} + \mathrm{y}(\mathrm{t})\mathbf{j} + \mathrm{z}(\mathrm{t})\mathbf{k}$$

- $x = x(t), y = y(t), z = z(t)$ **кинематические уравнения (скалярные), эквивалентны векторному уравнению:**

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t)$$ - *кинематический закон движения*

1.1 Скорость



- **Скорость** – величина, показывающая как быстро, изменяется положение (координата) тела.

Если моменту времени t_1 соответствует радиус-вектор $\mathbf{r}_1$, а $t_2 - \mathbf{r}_2$, то за промежуток $\Delta t = t_2 - t_1$ тело получит перемещение $\Delta\mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$. В этом случае <u>средней скоростью</u> $\langle\mathbf{V}\rangle$ за Δt называют величину

$$\langle\mathbf{V}\rangle = \frac{\Delta\mathbf{r}}{\Delta t},$$

- Мгновенной скоростью в момент времени t называют вектор

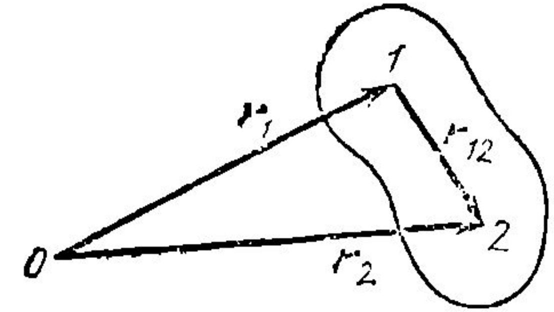
$$\mathbf{V} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}.$$

- Скорость в каждой точке траектории направлена по касательной к ней

$$V_X = \frac{dx}{dt}; \quad V_Y = \frac{dy}{dt}; \quad V_Z = \frac{dz}{dt}; \quad |\mathbf{V}| = \sqrt{V_X^2 + V_Y^2 + V_Z^2}.$$

- $$|\mathbf{V}| = V = \left|\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\mathbf{r}}{\Delta t}\right| = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{|\Delta\mathbf{r}|}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{dS}{dt}$$

1.1 Скорость



- Обозначив цифрами 1 и 2 две произвольные точки тела, при поступательном движении вектор $\overrightarrow{r_{12}}$, проведенный из т. 1 в т. 2, остается постоянным. Он связан с радиус-векторами точек соотношением $\overrightarrow{r_2} = \overrightarrow{r_1} + \overrightarrow{r_{12}}$. Продифференцировав это соотношение по времени, получим: $\dot{\overrightarrow{r_2}} = \dot{\overrightarrow{r_1}}$, т.е. $\overrightarrow{v_2} = \overrightarrow{v_1}$. Ещё одно дифференцирование дает, что $\overrightarrow{a_2} = \overrightarrow{a_1}$.
- Таким образом, скорости и ускорения точек 1 и 2 одинаковы. При *поступательном движении все точки твердого тела имеют в любой момент времени одинаковые скорости и ускорения*.
- Производная $\vec{r}$ по времени t называется **скоростью**, а вторая производная $\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$ – **ускорением** точки. Производную по времени принято обозначать точкой над буквой: $\vec{v} = \dot{\vec{r}}$, $\vec{a} = \ddot{\vec{r}}$
- *при равномерном движении скорость, изменяясь как угодно по направлению, остается постоянной по модулю*

Скорость – величина, показывающая как быстро, изменяется положение (координата) тела.

1.1 Скорость

- Вектор скорости можно разложить по ортам:

$\vec{v} = \dot{x}\vec{e}_x + \dot{y}\vec{e}_y + \dot{z}\vec{e}_z = v_x\vec{e}_x + v_y\vec{e}_y + v_z\vec{e}_z$, откуда $v_x = \frac{dx}{dt}, v_y = \frac{dy}{dt}, v_z = \frac{dz}{dt}$

- Следовательно, *компоненты скорости равны производным соответствующих координат по времени.*

- Зная модуль скорости в каждый момент времени, можно вычислить путь, пройденный частицей от момента времени t_1 до момента t_2. Разобьем интервал времени $t_2 - t_1$ на N малых (не обязательно одинаковых) промежутков Δt_i. Будем считать, что $\Delta s_i \approx v_i \Delta t_i$. Весь путь s, пройденный частицей равен сумме путей Δs_i: $s = \sum_{i=1}^{N} \Delta s_i \approx \sum_{i=1}^{N} v_i \Delta t_i$
- Если уменьшать промежутки Δt_i, произведения с возрастающей точностью будут определять пройденные за эти промежутки пути Δs_i . Сделаем предельные переход: $s = \lim\limits_{\Delta t_i \to 0} \sum_{i=1}^{N} v_i \Delta t_i = \int_{t_1}^{t_2} v(t)dt$

- **Среднее значение модуля скорости**:

$$\langle v \rangle = \frac{s}{t} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int\limits_{t_1}^{t_2} v(t)dt$$

1.2 Ускорение

- **Ускорение** – это величина, характеризующая быстроту изменения вектора скорости : $\vec{a} = \lim\limits_{\Delta t \to \infty} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \dot{\vec{v}}$
- т.к. $\vec{v} = \dot{\vec{r}}$, то $\vec{a} = \frac{d}{dt}\left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right) = \frac{d}{dt}\dot{\vec{r}} = \ddot{\vec{r}}$ $\qquad \vec{a} = \ddot{\vec{r}}$
- Следовательно, ускорение можно определить как первую производную скорости по времени, либо как вторую производную радиус-вектора по времени.
- Продифференцировав по времени $\vec{v} = \dot{\vec{r}}$ получим:

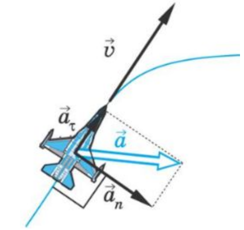
$$\vec{a} = \ddot{x}\overrightarrow{e_x} + \ddot{y}\overrightarrow{e_y} + \ddot{z}\overrightarrow{e_z}$$

- Ускорение, как и любой вектор можно выразить через его компоненты по координатным осям: $\vec{a} = a_x\overrightarrow{e_x} + a_y\overrightarrow{e_y} + a_z\overrightarrow{e_z}$, тогда

$$a_x = \ddot{x} = \frac{d^2x}{dt^2}, a_y = \ddot{y} = \frac{d^2y}{dt^2}, a_z = \ddot{z} = \frac{d^2z}{dt^2}$$

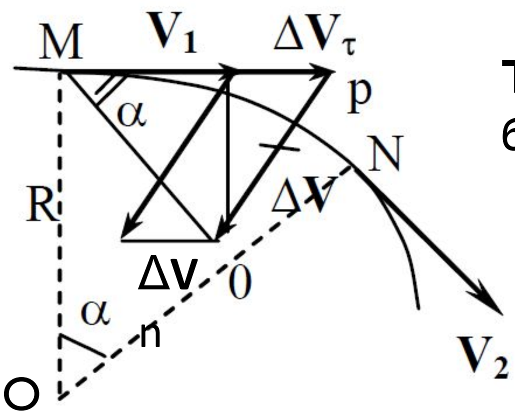
- Таким образом, компоненты ускорения равны вторым производным соответствующих координат по времени.

1.2 Ускорение нормальное и тангенциальное



- Скорость меняется по величине и по направлению, приращение скорости **ΔV** раскладывают на две величины: **ΔV**τ– направленный вдоль **ΔV** (приращение скорости по величине) и **ΔVn**– направленный перпендикулярно **V** (приращение скорости по направлению) т.е. $\Delta\mathbf{V} = \Delta\mathbf{V}_\tau + \Delta\mathbf{V}_n$

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{V}_\tau}{dt} + \frac{d\mathbf{V}_n}{dt}$$



Тангенциальное (касательное) ускорение характеризует быстроту изменения **V** по величине

$$\mathbf{a}_\tau = \frac{d\mathbf{V}_\tau}{dt}$$

Нормальное (центростремительное ускорение) характеризует быстроту изменения **V** по направлению

$$\mathbf{a}_n = \frac{d\mathbf{V}_n}{dt}$$

- Для вычисления **an** рассмотрим Δ0MN и ΔMP0 при условии малого перемещения точки по траектории. Из подобия этих треугольников P0:MP = MN:0M

$$\frac{\Delta V_n}{V} = \frac{\Delta S}{R} \Rightarrow \Delta V_n = \frac{V}{R}\Delta S; \quad a_n = \frac{dV_n}{dt} = \frac{V^2}{R}$$

- **Полное ускорение** в этом случае определится: $a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = \sqrt{\left(\frac{dV}{dt}\right)^2 + \left(\frac{V^2}{R}\right)^2}$

1.3 Примеры

СРС!!!!

1. Дать определение по каждому виду!

2. Записать формулы

равноускоренное	равнозамедленное
Скорость увеличивается $\upsilon \uparrow$	Скорость уменьшается $\upsilon \downarrow$
Направление векторов $\vec{\upsilon}$ и $\vec{a}$ совпадает $\vec{\upsilon}\uparrow\uparrow\vec{a}$	Направление векторов $\vec{\upsilon}$ и $\vec{a}$ не совпадает $\vec{\upsilon}\uparrow\downarrow\vec{a}$

1.3 Примеры

- Равноускоренное прямолинейное движение (**a**=const)

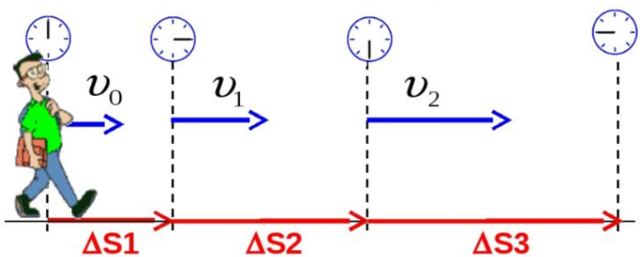
$$\Delta V = a\,\Delta t \quad \text{или} \quad V - V_0 = a(t - t_0),$$

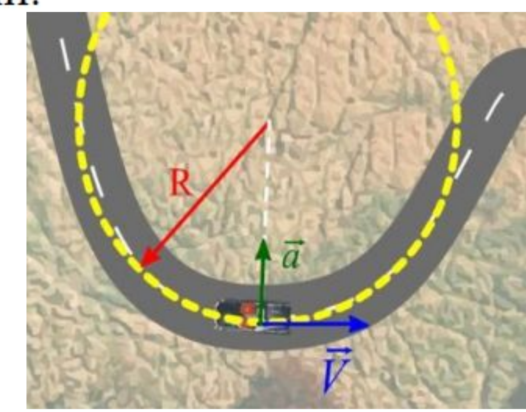
где V_0 – скорость в момент времени t_0. Полагая $t_0 = 0$, находим $V = V_0 + at$, а пройденный путь S из формулы (1.1.7):

$$V = \frac{ds}{dt}$$

$$S = \int V dt, \quad \text{т.е.} \quad S = S_0 + V_0 t + \frac{at^2}{2},$$

где S_0 – постоянная, определяемая из начальных условий.





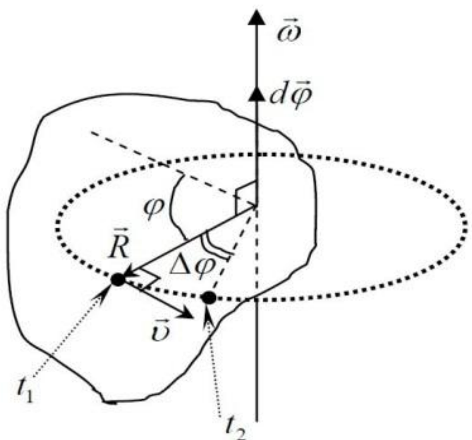
- Равномерное движение по окружности

Скорость меняется только по направлению, т . е.

- $\Delta V_\tau = 0; \; a_\tau = 0; \; a_n = \dfrac{V^2}{R}$ = const - центростремительное у

1.4 Кинематика вращательного движения

- *Абсолютно твердое тело* - тело, деформациями которого можно пренебречь в условиях данной задачи.



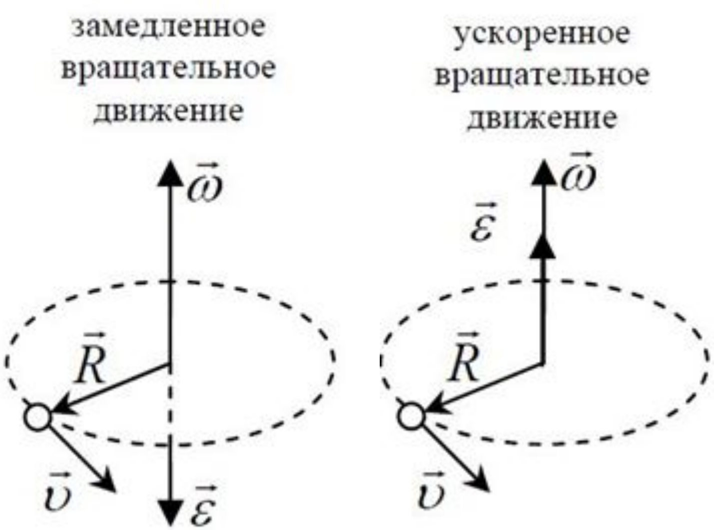
Положение такого тела при вращении вокруг неподвижной оси можно охарактеризовать скалярной величиной – **угловой координатой φ.**

$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ за $\Delta t = t_2 - t_1$. $d\vec{\varphi}$ – элементарное угловое перемещение за время dt. Введем $d\vec{\varphi}$ как вектор, направление которого вдоль оси вращения определяется по правилу правого винта

- **Угловая скорость** $\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$ характеризует быстроту вращения тела вокруг неподвижной оси. Направление $\vec{\omega}$ совпадает с направлением $d\vec{\varphi}$, и определяется по правилу правого винта
- **Угловое ускорение** $\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$ характеризует быстроту изменения угловой скорости. При неподвижной оси вращения вектора $\vec{\omega}$ и $\vec{\varepsilon}$ совпадают по направлению в случае ускоренного вращательного движения, и противоположны в случае замедленного.

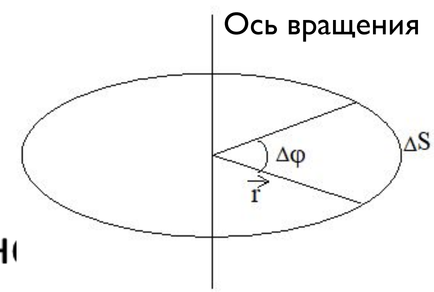
1.4 Кинематика вращательного движения

- Примеры



- Если задана зависимость $\varphi(t)$, то применение написанных выше равенств для $\boldsymbol{\omega}$ и $\boldsymbol{\varepsilon}$ дает решение прямой задачи кинематики вращательного движения

- Получим соотношения, дающие решение обратной задачи кинематики вращательного движения. Пусть задана зависимость углового ускорения от времени $\varepsilon(t)$. Изменение угловой скорости за малый промежуток времени dt равно $d\omega = \varepsilon dt$
- Точка, находящаяся на расстоянии $\vec{r}$ от оси враще ния проходит путь $\Delta S = r\Delta\varphi$



- Поделим обе части равен $\dfrac{\Delta S}{\Delta t} = r\dfrac{\Delta\varphi}{\Delta t}$ при $\Delta t \to 0$, получим пределы от левой и правой частей равенства:

$$\frac{dS}{dt} = r\frac{d\varphi}{dt}$$

- Но $\dfrac{dS}{dt} = v$, $\dfrac{d\varphi}{dt} = \omega$. Следовательно,

$$\boldsymbol{v = \omega r}$$

1.4 Кинематика вращательного движения

- Таким образом, чем **дальше отстоит точка от оси вращения, тем больше ее линейная скорость**: $\boldsymbol{v = \omega r}$
- Известно, что $a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$, $a_\tau = \frac{dv}{dt}$, но $v = \omega r$

следовательно $a_\tau = \frac{d}{dt}(r\omega) = r\frac{d\omega}{dt} = r\varepsilon$ $\quad a_n = \frac{v^2}{2} = \frac{(r\omega)^2}{2} = r\omega^2$

Единицы измерения угловых величин

$$\omega = \left[\frac{\text{рад}}{c}\right] \qquad \nu = \left[c^{-1} = \frac{1}{c}\right]$$

$$\varepsilon = \left[\frac{\text{рад}}{c^2}\right] \qquad T = [c]$$

- Откуда *полное ускорение:* $a = \sqrt{r^2\varepsilon^2 + r^2\omega^4} = r\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}$
- Из написанных формул видно, что a_τ, a_n и a растут с увеличением расстояния точек до оси вращения. Формула $v = \omega r$ устанавливает связь между модулями векторов ***v***, ***r***, и **ω,** которые перпендикулярны друг к другу.

Соответствие линейных и угловых величин	
Линейные	**Угловые**
x, y, z, координата	φ, угол поворота
$\mathbf{r}$, радиус-вектор	$\boldsymbol{\varphi}$, угол поворота
$\mathbf{v}$, скорость	$\boldsymbol{\omega}$, угловая скорость
$\mathbf{a}$, ускорение	$\boldsymbol{\varepsilon}$, угловое ускорение

2. Динамика материальной точки. Основные понятия

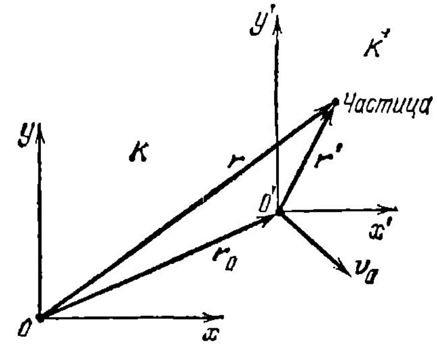
- Движущаяся материя
- Пространство и время
- Масса как мера инертности тел, **m**
- Сила как мера механического воздействия, **F**

- Соотношения между этими понятиями определяются законами движения (Ньютона)
- Сформулированы Ньютоном как обобщение и уточнение опытных фактов.

2.1. Законы динамики поступательного движения

2. 1 Инерциальные системы отсчета(ИСО) ПЕРВЫЙ ЗАКОН НЬЮТОНА.

- **Инерциальная система** – система отсчета, относительно которой материальная точка, *свободная от внешних воздействий*, либо покоится, либо движется равномерно и прямолинейно.
- *Любая система отсчета, движущаяся относительно какой-либо инерциальной системы поступательно с постоянной скоростью, является также инерциальной.*
- Для этого, рассмотрим движение материальной точки относительно систем отсчета K и K'. Допустим, что система K' движется относительно K поступательно с постоянной скоростью v_0. Между показанными на рис. векторами имеется соотношение:



$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{r}'.$$

- Продифференцировав его по времени, получим: $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{v}'$. Если на частицу не действуют никакие тела и система К инерциальная, то скорость $\vec{v}$ частицы в этой системе будет постоянной.

- ПЕРВЫЙ ЗАКОН НЬЮТОНА. *Всякое тело находится в состоянии покоя или равномерного и прямолинейного движения, пока воздействие со стороны других тел не заставит его изменить это состояние.*

2. 1 Сила. Масса.
ВТОРОЙ ЗАКОН НЬЮТОНА

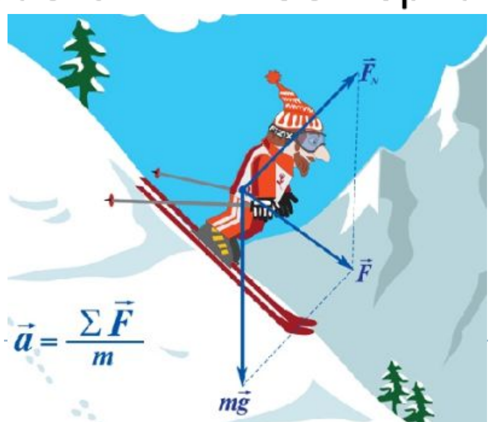
- **Сила** - векторная величина, характеризующая воздействие на данное тело со стороны других тел. $\vec{F}$- сила
- Модуль этой величины определяет интенсивность воздействия, а *направление совпадает с направлением ускорения*, сообщаемого телу данным воздействием.
- **Масса** - мера инертности тела. Под инертностью понимают неподатливость тела противиться изменению скорости под воздействием силы. Чтобы выразить массу данного тела числом, нужно сравнить ее с массой эталонного тела, принятого за единицу.
- *Произведение массы тела на его скорость* называют импульсом тела

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

- Выражение определяет импульс материальных точек и протяженных тел, движущихся поступательно.
- **Второй закон Ньютона** утверждает, что скорость изменения импульса частицы равна действию на частицу силе $\vec{F}$: $$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$$

2. 1 ВТОРОЙ И ТРЕТИЙ ЗАКОН НЬЮТОНА

- Подставив $\vec{p} = m\vec{v}$ выражение для импульса, получим: $\frac{d(m\vec{v})}{dt} =_{m=const} m\vec{a} = \vec{F}$
- Вторая формулировка второго закона Ньютона: *произведение массы частицы на ее ускорение равно силе, действующей на эту частицу*.
- Если на тело действует несколько сил, то под $\vec{F}$ подразумевается их векторная сумма сил.



- *Третий закон Ньютона.* Воздействие тел друг на друга всегда носит характер взаимодействия. Если тело 2 действует на тело 1 с силой $\vec{F}_{12}$, то и тело 1 действует на тело 2 с силой $\vec{F}_{21}$.
- *Третий закон Ньютона утверждает, что силы, с которыми взаимодействуют два тела, равны по модулю и противоположны по направлению,* то есть: $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$
- Таким образом, силы всегда возникают попарно. Подчеркнем, что силы, фигурирующие в соотношении приложены к разным телам, поэтому они не могут уравновесить друг друга.
- Третий закон Ньютона *справедлив лишь в ИСО*. В неинерциальных системах отсчета законы Ньютона несправедливы. Кроме того, отступления от третьего закона Ньютона наблюдаются в случае движения тел со скоростями, сравнимыми со скоростью света.

2.1. Законы динамики поступательного движения

Законы Ньютона в технике

В космосе, где не действует сила трения тело может двигаться с постоянной скоростью бесконечно. В открытом космосе космонавт регулирует свои движения с помощью миниатюрного реактивного двигателя вмонтированного в кресло. Реактивный двигатель позволяет космонавту гасить инерцию и он может двигаться в любом направлении.

2.1. Законы динамики поступательного движения

Законы Ньютона в природе

Шайба, лежащая на льду, покоится относительно системы отсчета, связанной с Землей: влияние на нее Земли компенсируется действием льда.

При давлении лыж на снег образуется тонкая ледяная плёнка которая уменьшает силу трения и лыжник продолжает скользить по инерции.

В случае метания диска, копья и молота снаряд летит по инерции.

2.1. Закон сохранения импульса

- Рассмотрим систему, состоящую из N материальных точек. Обозначим через $\vec{F}_{ik}$ силу, с которой k-я частица действует на i-ю. Символом $\vec{F}_i$ обозначим результирующую всех внешних сил, действующих на i-ю частицу. Напишем уравнения движения всех N частиц.

$$\begin{aligned}
\dot{\mathbf{p}}_1 &= \mathbf{F}_{12} + \mathbf{F}_{13} + \ldots + \mathbf{F}_{1k} + \ldots + \mathbf{F}_{1N} + \mathbf{F}_1, \\
\dot{\mathbf{p}}_2 &= \mathbf{F}_{21} + \mathbf{F}_{23} + \ldots + \mathbf{F}_{2k} + \ldots + \mathbf{F}_{2N} + \mathbf{F}_2, \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
\dot{\mathbf{p}}_i &= \mathbf{F}_{i1} + \mathbf{F}_{i2} + \ldots + \mathbf{F}_{ik} + \ldots + \mathbf{F}_{iN} + \mathbf{F}_i \quad (k \neq i), \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
\dot{\mathbf{p}}_N &= \mathbf{F}_{N1} + \mathbf{F}_{N2} + \ldots + \mathbf{F}_{Nk} + \ldots + \mathbf{F}_{N,N-1} + \mathbf{F}_N \quad (k \neq N)
\end{aligned}$$

- p_i – импульс i-й частицы. Сложим вместе эти уравнения. Слева получится производная по времени от суммарного импульса системы:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}\sum_{i=1}^{N}\vec{p}_i$$

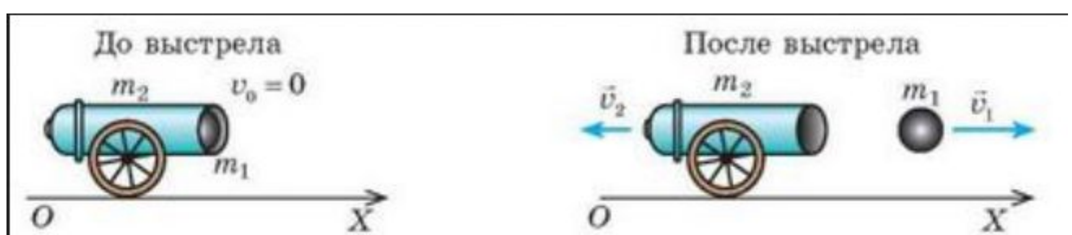
- Справа отличной от нуля будет только сумма внешних сил $\sum \vec{F}_i$. Действительно, сумму внутренних сил можно представить в виде
- $(\vec{F}_{12} + \vec{F}_{21}) + (\vec{F}_{13} + \vec{F}_{31}) + \ldots + (\vec{F}_{ik} + \vec{F}_{ki}) + \ldots + (\vec{F}_{N-1,N} + \vec{F}_{N,N-1})$

2.1. Закон сохранения импульса(ЗСИ)

- Согласно третьему закону Ньютона, каждая из скобок равна нулю. Следовательно, сумма внутренних сил, действующих на тела системы, всегда равна нулю. С учетом этого получим, что

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i$$

- Таким образом, *производная по времени от суммарного импульса системы равна сумме внешних сил, действующих на тела системы*.
- Если система замкнута, внешние силы отсутствуют, правая часть равна 0, следовательно, $\vec{p} = const$.
- *Вывод: суммарный импульс замкнутой системы материальных точек остается постоянным. Это утверждение составляет содержание ЗСИ.*



3. Энергия

- *Энергия не исчезает и не возникает не из чего, она лишь может переходить из одной формы в другую*
- Виды механической энергии:

 1. кинетическая (энергия движения)

 2. потенциальная (зависит от взаимного взаимодействующих тел)

3.1 Кинетическая энергия (КЭ)

- Уравнение системы, состоящей из одной материальной точки массы m, движущейся под действием сил, результирующая которых равна $\vec{F}$

$$m\dot{\vec{v}} = \vec{F}$$

- умножим обе части на элементарное перемещение частицы $d\vec{s}$:

$$m\dot{\vec{v}}d\vec{s} = \vec{F}d\vec{s}$$

- т к $d\vec{s} = \vec{v}dt$, то $m\dot{\vec{v}}\vec{v}dt = m\vec{v}d\vec{v}$. Следовательно, $m\vec{v}d\vec{v} = mvdv = d\left(\frac{mv^2}{2}\right)$
- Заменив полученным выражением левую часть формулы, придем к соотношению: $d\left(\frac{mv^2}{2}\right) = \vec{F}d\vec{s}$

- Если результирующая действующих сил $\vec{F}$ равна 0, то $d\left(\frac{mv^2}{2}\right) = 0$, а сама величина остается постоянной: $E_k = \frac{mv^2}{2}$, E_k - *кинетическая энергия* частицы. **СИ: 1 Дж = 1 Н·м**
- Т.к. mv равно модулю импульса частицы, то можно записать: $E_k = \frac{p^2}{2m}$

3.1 Кинетическая энергия (КЭ)

- Если $\vec{F} \neq 0$, то кинетическая энергия получит за время dt приращение

$$dE_k = \vec{F} d\vec{s}$$

где $d\vec{s}$ – перемещение частицы за время dt

- Величина $dA = \vec{F} d\vec{s}$, называется **<u>работой,</u>** совершаемой силой на пути ds
- **Работа характеризует изменение кинетической энергии, обусловленное действием силы на движущуюся частицу:**

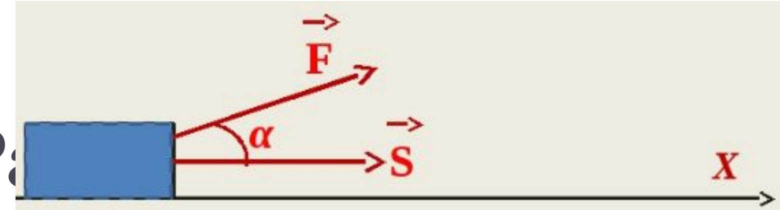
$$dE_k = dA$$

  - Проинтегрируем обе части вдоль траектории частицы от точки 1 до точки 2:

$$\int_1^2 d\left(\frac{mv^2}{2}\right) = \int_1^2 \vec{F} d\vec{s}$$

- Левая часть полученного равенства представляет собой приращение кинетической энергии частицы: $\frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = E_{k2} - E_{k1}$
- Правая часть есть работа A_{12} силы $\vec{F}$ на пути 1 – 2. Таким образом,
  - $A_{12} = E_{k2} - E_{k1}.$
- ***работа результирующей всех сил, действующих на частицу, идет на приращение кинетической энергии частицы***.

3. 2 Ра



- **Работа определяется как скалярное произведение силы и перемещения.**
- скалярным произведением векторов $\vec{A}$ и $\vec{B}$ называется скаляр, равный произведению модулей этих векторов и косинуса угла между ними: $\vec{A}\vec{B} = AB\cos\alpha$, т.о. **элементарная работа равна**: $dA = \vec{F}d\vec{s} = Fds\cos\alpha$

где *F* – модуль силы, *ds* – путь, пройденный точкой приложения силы, α – угол между векторами силы $\vec{F}$ и $d\vec{s}$.

- Работа, совершаемая в единицу времени, называется ***мощностью*** (Р):

$$P = \frac{dA}{dt}$$

где *dA* – работа, совершаемая за время *dt*. Подставив вместо *dA* выражение $\vec{F}d\vec{s}$ и приняв во внимание, что $d\vec{s}/dt = \vec{v}$, получим:

$$P = \vec{F}\frac{d\vec{s}}{dt} = \vec{F}\vec{v}$$

- Таким образом, *мощность равна скалярному произведению силы на скорость точки приложения силы*.
- [A]=1Дж ; [P]=1Дж /1с=1 Вт

147 кВт

200 л. с

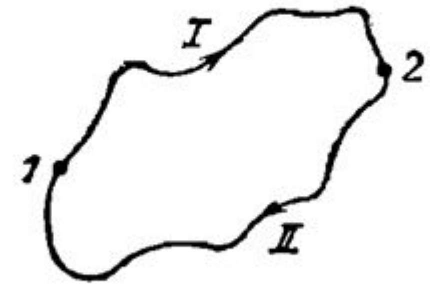
239 кВт

398 л. с

$1\ \text{л. с.} = 735{,}5\ \text{Вт}$

3.3 Консервативные силы

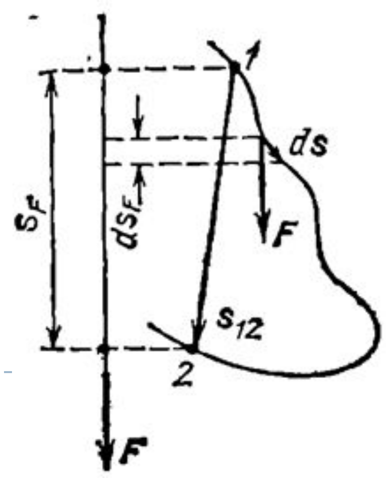
- *Консервативные* - силы, работа которых не зависит от пути, по которому двигалась частица, а зависит лишь от начального и конечного положений частицы.
- Покажем, что **работа консервативных сил на любом замкнутом пути равна нулю.**
- Разобьем произвольный замкнутый путь (рис.) точками 1 и 2 взятыми произвольно. Соответствующие участки обозначим цифрами I и II. Работа на замкнутом пути слагается из работ, совершаемых на этих участках:



$$A = (A_{12})_I + (A_{21})_{II}$$

- Изменение направления движения по участку II на обратное сопровождается заменой всех элементарных перемещений *ds* на –*ds*, вследствие чего $\int \vec{F} d\vec{s}$ изменит свой знак на обратный.
- Следовательно, $(A_{12})_I = -(A_{21})_{II}$.
- Производя такую замену, получим:

$$A = (A_{12})_I - (A_{12})_{II}$$



Примерами консервативных сил являются: **сила** тяжести, **сила** упругости, **сила** кулоновского (электростатического) взаимодействия.

3.3 Консервативные силы

- *Однородное поле* – поле, в котором силы, действующие на частицу, во всех точках поля одинаковы по модулю и направлению,
- *Стационарное поле* – поле, в котором поле не изменяется со временем.

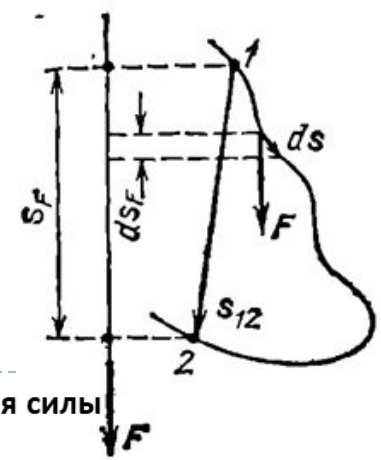
В случае однородного стационарного поля $\vec{F} = const$.

- **Примером** однородного стационарного поля может служить **поле силы тяжести** $\vec{P} = m\vec{g}$ в ограниченной области вблизи поверхности Земли.

Согласно $A_{12} = \vec{F}\,\vec{s}_{12}$ работа, совершаемая над частицей силой $\vec{P}$, независимо от формы траектории, равна $A_{12} = mg(h_1 - h_2)$,

где $h_1 - h_2$ есть проекция перемещения $\vec{s}_{12}$ на направление силы, то есть на направление вниз по вертикали. Следовательно, сила $\vec{P}$ консервативна.

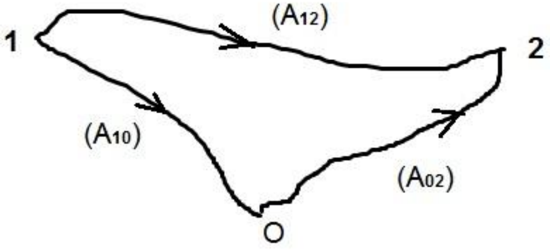
- *Центральное поле* - поле, в любой точке которого направление силы зависит только от расстояния r до этого центра.
- **Примером неконсервативных сил** являются силы сопротивления среды (воздуха) и силы трения(как сухого так и жидкого)



Если F=const, работа, независимо от формы траектории, равна произведению модуля силы на проекцию перемещения S_{12}

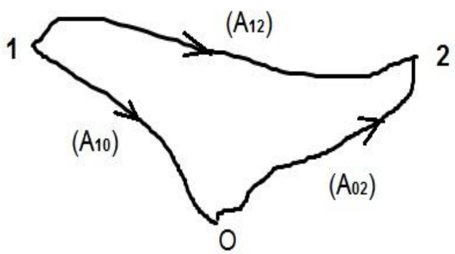
3. 4 Потенциальная энергия (ПЭ)

- Сопоставим каждой точке поля консервативных сил значение некоторой функции координат $E_p(x,y,z)$, которую мы определим следующим образом. Произвольно выбранной точке *O* припишем значение функции E_{p0}, взятое также произвольно. Значение функции в любой другой точке *B* положим равным сумме E_{p0} и работы A_{B0}, совершаемой силами поля при перемещении частицы из точки *B* в точку *O*: $E_{PB} = E_{p0} + A_{B0}$
- Поскольку работа A_{B0} не зависит от пути, значения функции E_p во всех точках поля определяются однозначно. Функция имеет, как и кинетическая энергия размерность работы и называется **потенциальной энергией частицы во внешнем силовом поле**



3.4 Потенциальная энергия

- Образуем разность значений потенциальной энергии точек 1 и 2 (рис.)



Работа, совершаемая на любом пути из т. 1 в т. 2, равна работе, совершаемой на пути, проходящем через точку *O*.

$$E_{p1} - E_{p2} = \left(E_{p0} + A_{10}\right) - \left(E_{p0} + A_{20}\right) = A_{10} - A_{20} = A_{10} + A_{02}$$

(мы воспользовались равенством: A_{20}=$-A_{02}$). Правая часть полученного соотношения дает работу, совершаемую над частицей силами поля на пути из точки 1 в точку 2, проходящую через точку *O*. Вследствие независимости работы от формы пути такая же работа A_{12} совершается на любом другом пути.

- Следовательно, *работа консервативных сил равна разности значений функции E_p в начальной и конечной точках пути, то есть убыли потенциальной энергии*: $A_{12} = E_{p1} - E_{p2}$
- Работа силы тяжести равна $A_{12} = mg(h_1 - h_2)$
- Сопоставление формул и (дает, что **потенциальная энергия частицы массы *m* в поле сил тяжести** определяется соотношением: $\boldsymbol{E = mgh}$

где *h* отсчитывается от произвольного уровня

3. 4 Потенциальная энергия

- В отличие от кинетической энергии, которая всегда положительна, потенциальная энергия **может быть как положительной, так и отрицательной.**
- Пусть частица движется в поле консервативных сил. При переходе из точки 1 в т. 2 над ней совершается работа $A_{12} = E_{p1} - E_{p2}$. В соответствии с $A_{12} = E_{k2} - E_{k1}$, эта работа равна приращению кинетической энергии частицы. Приравняв оба выражения для работы, получим:

$$E_{k1} + E_{p1} = E_{k2} + E_{p2}$$

- Величина *E*, равная сумме кинетической и потенциальной энергий, называется *полной механической энергией*.
- Формула означает, что *полная механическая энергия частицы, движущейся в поле консервативных сил, остается постоянной*. Это утверждение выражает **закон сохранения механической энергии** для системы, состоящей из одной частицы
- Кинетическая и потенциальная энергии могут превращаться друг в друга. Однако, *если на частицу не действуют никакие силы, кроме обусловивших потенциальную энергию консервативных сил, полная энергия остается постоянной*.

3. 5 Закон сохранения полной механической энергии (ЗСЭ)

- Рассмотрим систему, состоящую из N взаимодействующих друг с другом частиц, находящихся под воздействием внешних как консервативных, так и неконсервативных сил. Силы взаимодействия между частицами предполагаются консервативными.
- Определим работу, совершаемую над частицами при перемещении системы из одного места в другое, сопровождающемся изменением конфигурации системы.
- Работа внешних консервативных сил может быть представлена как убыль потенциальной энергии системы $E_p^{'}$ во внешнем силовом поле:

$$A_{12,\text{внеш.конс.}} = E_{p1}^{'} - E_{p2}^{'}$$

- Работа внутренних сил равна убыли взаимной потенциальной энергии частиц: $A_{12,\text{внутр.}} = E_{p1}^{''} - E_{p2}^{''}$
- Работу неконсервативных сил обозначим посредством A_{12}^{*}.

3.6 Закон сохранения полной механической энергии (ЗСЭ)

- Суммарная работа всех сил затрачивается на приращение кинетической энергии системы, которая равна сумме кинетических энергий частиц:

$$E_k = \sum_{i=1}^{N} \frac{m_i v_i^2}{2}$$

- Следовательно:

$$\left(E'_{p1} - E'_{p2}\right) + \left(E''_{p1} - E''_{p2}\right) + A^*_{12} = E_{k2} - E_{k1}$$

- Сгруппируем члены этого соотношения следующим образом:

$$\left(E_{k2} + E'_{p2} + E''_{p2}\right) - \left(E_{k1} + E'_{p1} + E''_{p1}\right) = A^*_{12}$$

- Сумма кинетической и потенциальной энергий представляет собой **полную механическую энергию системы** E:

$$E = E_k + E'_p + E''_p.$$

- Таким образом, **работа неконсервативных сил равна приращению полной энергии системы**: $E_2 - E_1 = A^*_{12}$
- В случае, когда *неконсервативные силы отсутствуют*, полная механическая энергия системы остается постоянной:

$$E_k + E'_p + E''_p = const.$$

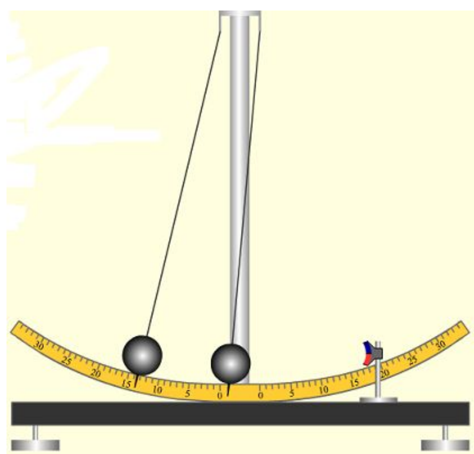
- **Закон сохранения механической энергии**: полная механическая энергия системы материальных точек, находящихся под действием только консервативных сил, остается постоянной.

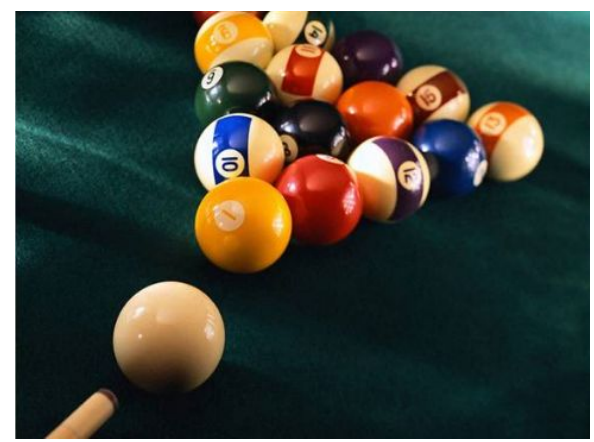
3. 7 Соударение двух тел

- *Удар - кратковременное столкновение соударяющихся тел*

Виды:-1. абсолютно упругий;
2. абсолютно неупругий

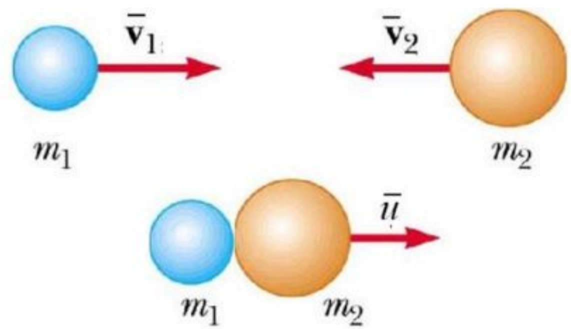
- ***Абсолютно неупругий удар*** характеризуется тем, что потенциальной энергии деформации не возникает. Кинетическая энергия тел полностью или частично переходит во внутреннюю энергию. После удара столкнувшиеся тела либо покоятся, либо движутся с одинаковой скоростью.
- *При абсолютно неупругом ударе* выполняется только закон сохранения импульса (ЗСИ).





3.8 Соударение двух тел. Абсолютно неупругий удар

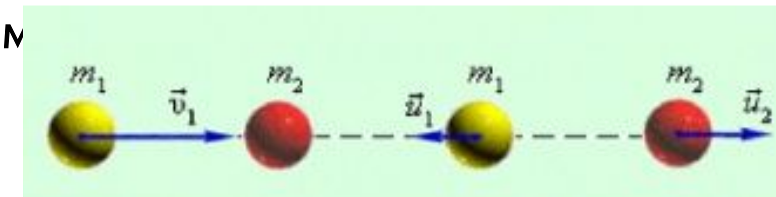
- Пусть массы соударяющихся частиц (материальных частиц) равны m_1 и m_2, а скорости до удара $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$, а после соударения $\vec{u}$.
- Тогда по ЗСИ: $m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{u}$



- Отсюда: $$\vec{u} = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2}$$
- Найдем изменение кинетической энергии шаров, т.е. ту часть, которая перешла во внутреннюю энергию
$$\Delta E_k = \frac{(m_1 + m_2)u^2}{2} - \left(\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}\right)$$
- Подставляя $\vec{u}$ сюда, получим : $$\Delta E_k = \frac{m_1 m_2 (v_1 - v_2)^2}{2(m_1 + m_2)}$$
- Эта **энергия переходит в тепловую энергию**.

3.8 Соударение двух тел. Абсолютный упругий центральный удар

- ***Абсолютно упругий*** - удар, при котором механическая энергия тел не переходит в другие, немеханические, виды энергии.
- При таком ударе кинетическая энергия переходит полностью или частично потенциальную энергию упругой деформации. Затем тела возвращаются к первоначальной форме, отталкивая друг друга.
- **Центральный удар –** удар, при котором шары до удара движутся вдоль прямой, проходящей через их центры.



- Обозначим скорости шаров после удара через $\vec{u}_1$ и $\vec{u}_2$. Напишем законы сохранения энергии и импульса:

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2} \qquad m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2$$

- Решая эту систему уравнений, находим скорости шаров после удара:

$$\vec{u}_1 = \frac{(m_1 - m_2)\vec{v}_1 + 2m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2} \qquad \vec{u} = \frac{2m_1\vec{v}_1 + (m_2 - m_1)\vec{v}_2}{m_1 + m_2}$$