



**УФИМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
НЕФТЯНОЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
ОПОРНЫЙ ВУЗ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

# **Кинематика и динамика материальной точки. Законы Ньютона , сила и импульс. Работа и энергия.**

Ст. преп., к. ф.-м. н. Бачурина Ольга  
Владимировна  
[obachurina@yahoo.com](mailto:obachurina@yahoo.com)

Лекция 1

# Основная литература

---

1. Савельев, И.В. Курс физики (в 3 т.). **Том 1.** Механика. Молекулярная физика. **Том 2.** Электричество и магнетизм [Электронный ресурс] : учебное пособие / И.В. Савельев. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2018. — 356 с.
2. Трофимова, Т. И. Курс физики [Текст] : учеб. пособие для вузов / Т. И. Трофимова. - 22-е изд., стер. - М. : Академия, 2016. - 560 с.
3. Лейберт, Б. М. Конспект лекций по физике [Электронный ресурс] : учебное пособие / Б. М. Лейберт, Е. М. Пестряев ; УГНТУ, каф. Физики. - 2-е изд. - Уфа : Изд-во УГНТУ, 2010. - 2,52 Мб
4. Рогачев, Н.М. Курс физики: учебное пособие / Спб: Изд-во Лань, 2010, 448 с.

# Алгоритм написания лекции

## *Алгоритм написания лекции:*

- 1. Не начинай записывать материал с первых слов учителя, сначала выслушай высказываемую им мысль до конца и пойми ее.*
- 2. Приступай к записи в тот момент, когда учитель, заканчивая изложение одной мысли, начинает ее комментировать.*
- 3. Не старайся записать материал дословно (при этом чаще теряется главная мысль, такую запись трудно вести), отбрасывай второстепенные слова, те, без которых не теряется главная мысль.*
- 4. Сокращай слова, некоторые из них обозначай значками. После сокращений оставляй место, чтобы закончить запись дома.*
- 5. Старайся писать быстро (не менее 120 букв в минуту).*
- 6. Если в лекции встречаются непонятные места – оставь место в тетради, после урока уточни их у учителя и запиши.*
- 7. Используй общие правила написания конспекта (соблюдай отступы, делай выделения и т.д.).*
- 8. В ближайшие дни обработай текст конспекта, выправь стиль, расставь знаки препинания, дополни текст, подчеркни главное и т.д.*

# Бально-рейтинговая система оценки знаний студентов

## Шкала пересчета итогового рейтингового балла в оценку

Итоговый рейтинговый балл	Проставляемая оценка
90 - 100	Отлично
75 – 89	Хорошо
50 – 74	Удовлетворительно
<50	Неудовлетворительно

Рейтинговая оценка является **суммарным** показателем, формируемым на основе оценки знаний студента в **течение семестра** и по итогам **экзаменационных испытаний (зачета)**.

# Темы для СРС

---

- 1. Основные и вспомогательные единицы системы интернациональной (СИ).
- 2. Понятие веса тела. Где вес тела больше: на полюсе или на экваторе? Анализ изменения веса тела в вертикально движущемся лифте.
- 3. Основные понятия векторной алгебры (сложение и вычитание векторов, векторное и скалярное произведение векторов)
- Виды механических движений

**Наличие конспекта лекций и тем по СРС  
обязательно!!!**

---

## Общие понятия механики:

---

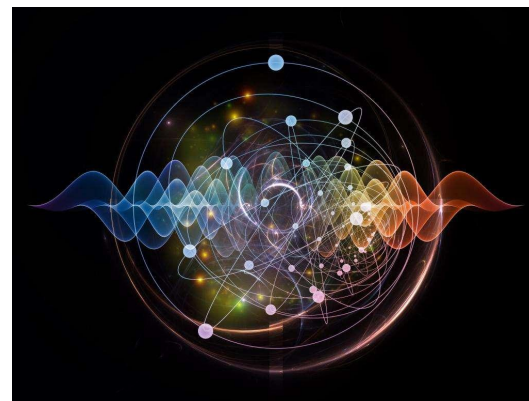
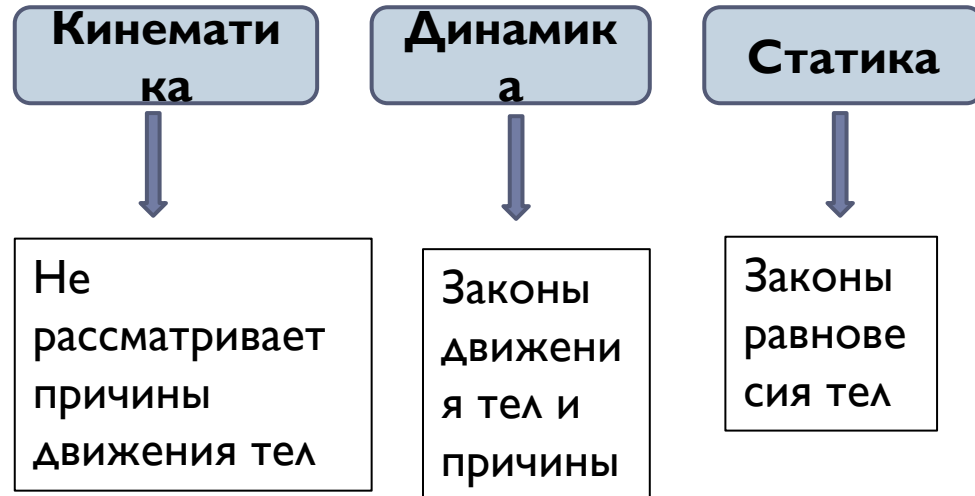
- ▣ *Механическое движение* - процесс изменения положения тела или его частей по отношению к другим телам или друг другу
- ▣ *Материальной точка (м.т.)* - тело, размерами которого при описании его движения в условии данной задачи можно пренебречь
- ▣ *Тело отсчета* – произвольно выбранное тело, относительно которого определяется положение других (движущихся тел)
- ▣ *Система координат (С.К.)* – система (простейшем случае прямоугольная декартова система  $x,y,z$ ), связанная с телом отсчета.
- ▣ *Система отсчета(С.О)* – система тел вместе с часами, в качестве которых может быть выбран любой периодический процесс

# Физические основы механики

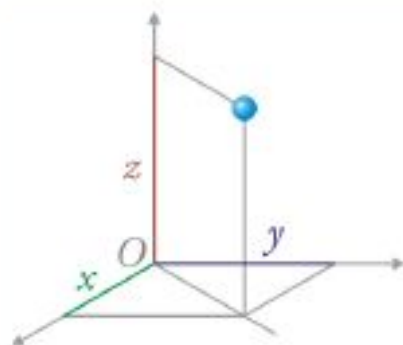
## □ Механика и ее структура

- *Классическая* (Механика Галилея-Ньютона). Изучает законы движения макроскопических тел, скорости которых малы по сравнению со скоростью распространения света в вакууме
- *Релятивистская*. Изучает законы движения макроскопических тел со скоростями, сравнимыми со скоростью распространения света в вакууме (основана на специальной теории относительности А. Эйнштейна)
- *Квантовая*. Изучает законы движения микроскопических тел (отдельных атомов и элементарных частиц)

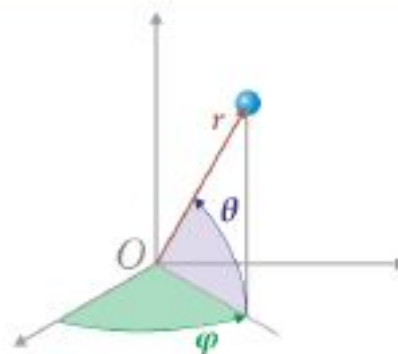
## □ Разделы механики:



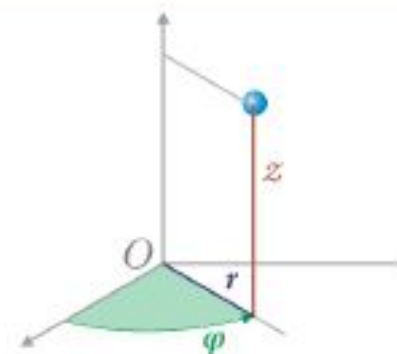
Систем координат существует множество, однако, в основном, применяются так называемые ортогональные системы координат, у которых оси взаимно перпендикулярны друг другу. Наше пространство 3-мерное, поэтому положение тела определяется набором из 3-х чисел



Прямоугольная  $(x, y, z)$

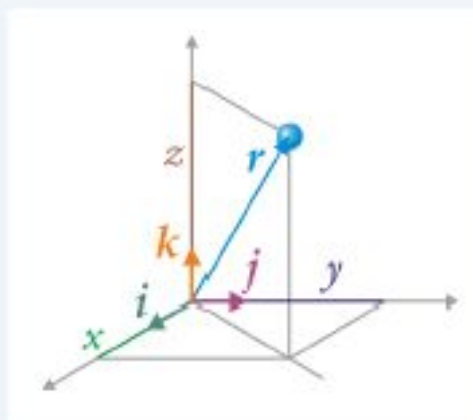


Сферическая  $(r, \varphi, \theta)$



Цилиндрическая  $(\rho, \varphi, z)$

Самой простой из них является **прямоугольная декартова система координат**, т.е. 3-х взаимно перпендикулярных осей (оси  $X$ ,  $Y$  и  $Z$ )

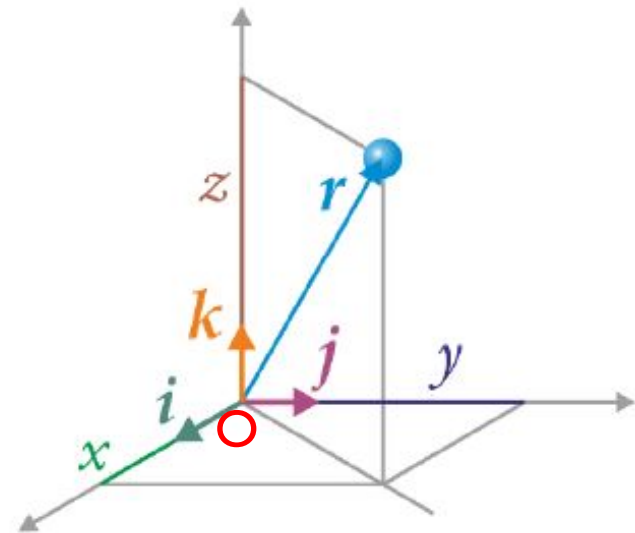


На рисунке изображена *правосторонняя система координат*, т.е. если мы переходим от оси  $X$  к оси  $Y$ , вращая правосторонний винт или штопор по часовой стрелке, то острие штопора укажет направление третьей оси  $Z$ .



# Прямоугольная декартова система координат

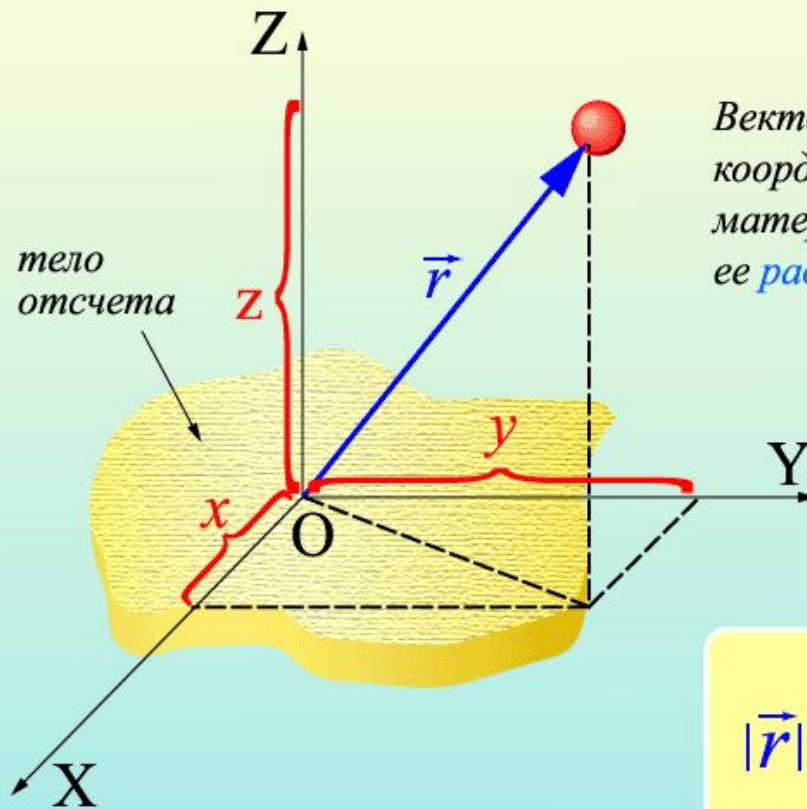
- образуется тремя взаимно перпендикулярными осями координат  $X$ ,  $Y$  и  $Z$ . Оси координат пересекаются в точке  $O$ , которая называется **началом координат**, на каждой оси выбрано положительное направление, указанное стрелками, и **единица измерения** отрезков на осях.  $X$  — ось абсцисс,  $Y$  — ось ординат,  $Z$  — ось аппликат.
- описывается набором **ортов**, сонаправленных с осями координат. Количество ортов равно размерности системы координат и все они перпендикулярны друг другу.
- В трёхмерном случае такие орты обычно обозначаются  $\mathbf{i}$ ,  $\mathbf{j}$  и  $\mathbf{k}$  или  $\mathbf{e}_x$ ,  $\mathbf{e}_y$  и  $\mathbf{e}_z$ .



Орт, направленный вдоль оси  $X$ , обозначается как  $\mathbf{i}$ . По модулю  $\mathbf{i}$  равен единице, и направлен вдоль оси  $X$ . Аналогично определяются орты  $\mathbf{j}$  и  $\mathbf{k}$ .

# Радиус-вектор материальной точки

## Радиус-вектор материальной точки



Вектор  $\vec{r}$ , проведенный из начала координат в место расположения материальной точки, называется ее радиус-вектором

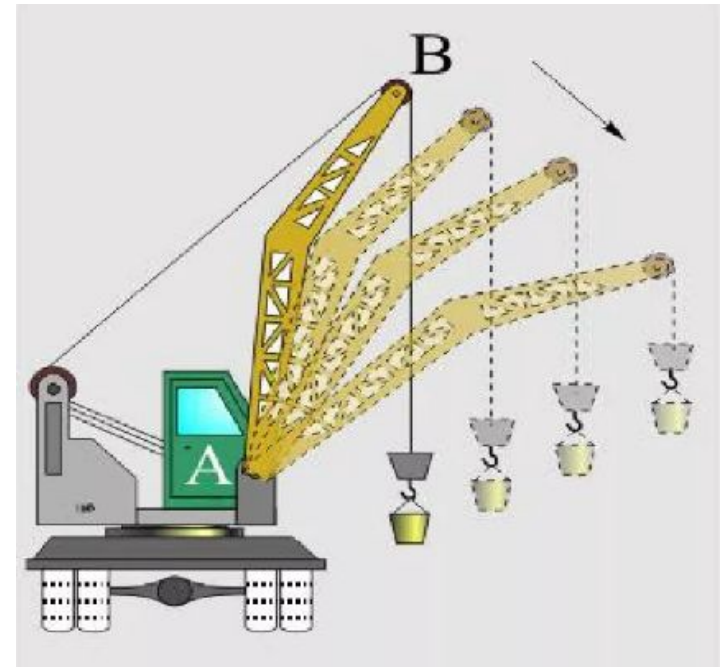
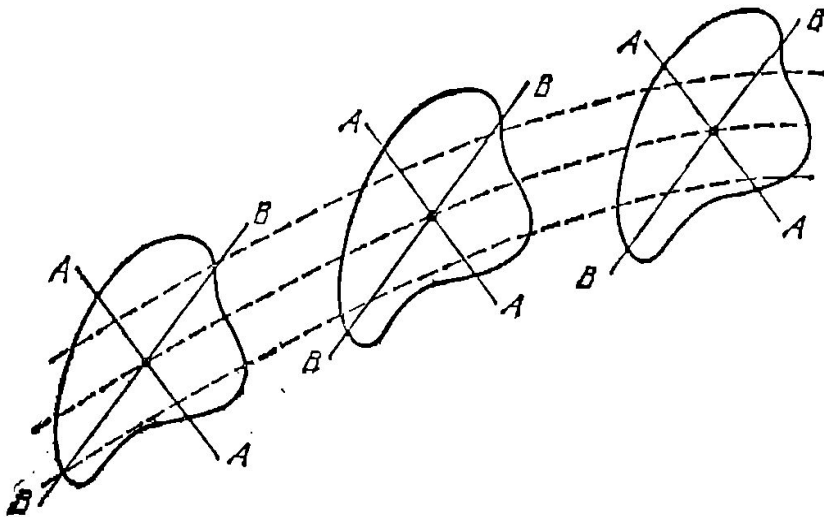
**Длина  
вектора:**

$$|\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

# Виды движений:

## а) поступательное движение

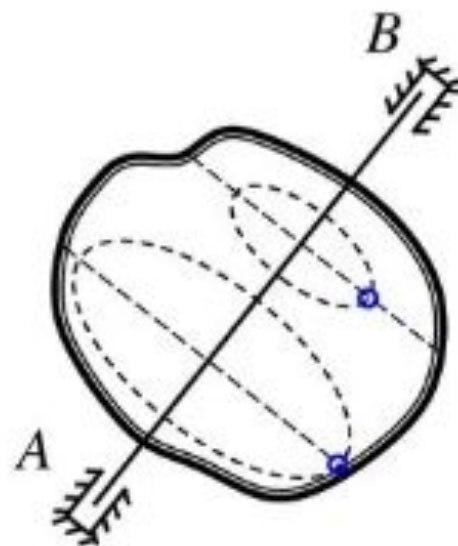
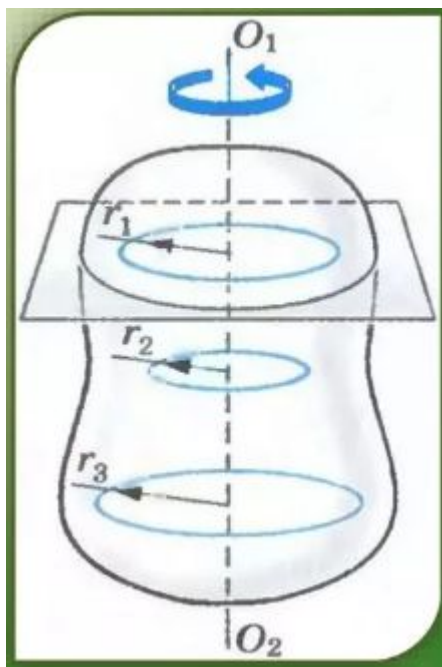
- *Поступательным* называется такое движение, при котором любая прямая жестко связанная с телом, остается при его движении параллельной самой себе т.е. тело не поворачивается и не вращается.



# Виды движений:

## б) вращательное движение

- *Вращательным* называется такое движение, при котором все точки тела движутся по окружностям, центры которых лежат на одной прямой, называемой осью вращения.



# 1. Кинематика поступательного движения материальной точки (м. т.)

▶ *Траектория* – линия, которая описывает при своем движении материальная точка.

*Виды:* - прямолинейная  
- криволинейная

▶ *Перемещение* – вектор  $\vec{r}_{12}$  соединяющий начальную точку 1 и конечную точку 2.

▶ Каждому моменту времени  $t$  соответствует свой радиус-вектор  $\vec{r}(t)$ :

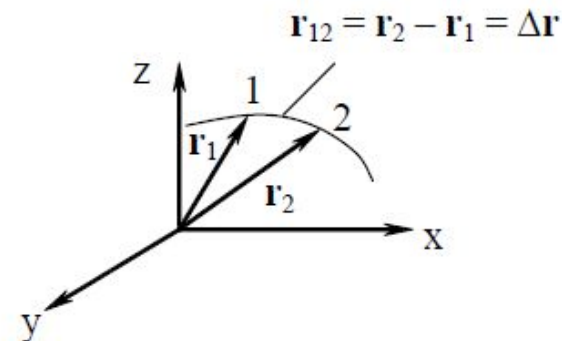
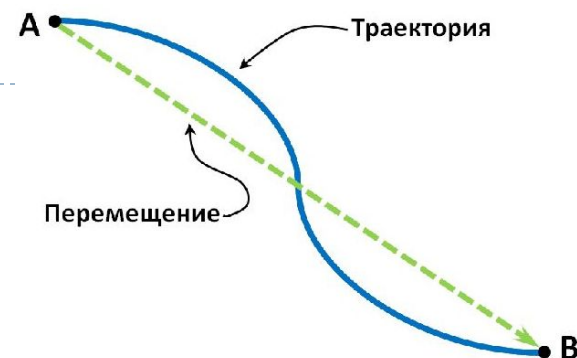
$$|\vec{r}(t)| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

▶ Движение точки может быть описано **векторной** функцией:

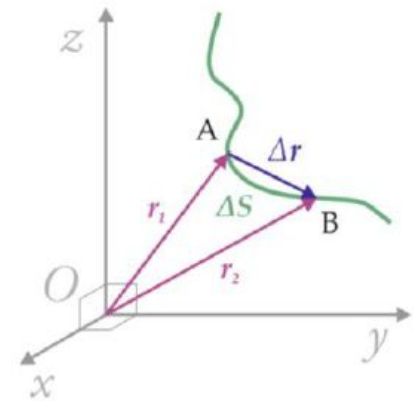
$$\vec{r}(t) = x(t)\mathbf{i} + y(t)\mathbf{j} + z(t)\mathbf{k}$$

▶  $x = x(t), y = y(t), z = z(t)$  кинематические уравнения (скалярные), эквивалентны векторному уравнению:

$$\vec{r} = \vec{r}(t) - \text{кинематический закон движения}$$



# 1.1 Скорость



- **Скорость** – величина, показывающая как быстро, изменяется положение (координата) тела.

Если моменту времени  $t_1$  соответствует радиус-вектор  $\mathbf{r}_1$ , а  $t_2 - \mathbf{r}_2$ , то за промежуток  $\Delta t = t_2 - t_1$  тело получит перемещение  $\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$ . В этом случае средней скоростью  $\langle \mathbf{V} \rangle$  за  $\Delta t$  называют величину

$$\langle \mathbf{V} \rangle = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t},$$

- Мгновенной скоростью в момент времени  $t$  называют вектор

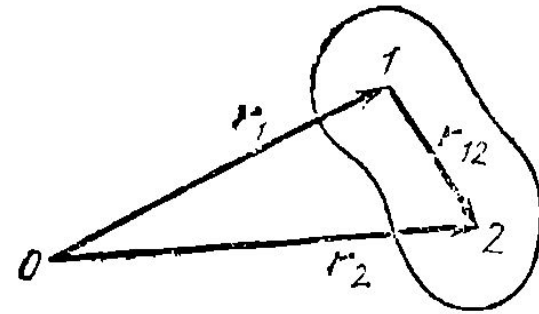
$$\mathbf{V} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}.$$

- Скорость в каждой точке траектории направлена по касательной к ней

$$V_X = \frac{dx}{dt}; \quad V_Y = \frac{dy}{dt}; \quad V_Z = \frac{dz}{dt}; \quad |\mathbf{V}| = \sqrt{V_X^2 + V_Y^2 + V_Z^2}.$$

- $|\mathbf{V}| = V = \left| \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} \right| = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\Delta \mathbf{r}|}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{dS}{dt}$

# 1.1 Скорость



► Обозначив цифрами 1 и 2 две произвольные точки тела, при поступательном движении вектор  $\vec{r}_{12}$ , проведенный из т. 1 в т. 2, остается постоянным. Он связан с радиус-векторами точек соотношением  $\vec{r}_2 = \vec{r}_1 + \vec{r}_{12}$ . Продифференцировав это соотношение по времени, получим:  $\dot{\vec{r}}_2 = \dot{\vec{r}}_1$ , т.е.  $\vec{v}_2 = \vec{v}_1$ . Ещё одно дифференцирование дает, что  $\vec{a}_2 = \vec{a}_1$ .

► Таким образом, скорости и ускорения точек 1 и 2 одинаковы. При поступательном движении все точки твердого тела имеют в любой момент времени одинаковые скорости и ускорения.

► Производная  $\vec{r}$  по времени  $t$  называется **скоростью**, а вторая производная  $\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$  – **ускорением** точки. Производную по времени принято обозначать точкой над буквой:  $\vec{v} = \dot{\vec{r}}$ ,  $\vec{a} = \ddot{\vec{r}}$

► при равномерном движении скорость, изменяясь как угодно по направлению, остается постоянной по модулю

**Скорость** – величина, показывающая как быстро, изменяется положение (координата) тела.

# 1.1 Скорость



Вектор скорости можно разложить по ортам:

$$\vec{v} = \dot{x}\vec{e}_x + \dot{y}\vec{e}_y + \dot{z}\vec{e}_z = v_x\vec{e}_x + v_y\vec{e}_y + v_z\vec{e}_z, \text{ откуда } v_x = \frac{dx}{dt}, v_y = \frac{dy}{dt}, v_z = \frac{dz}{dt}$$

Следовательно, компоненты скорости равны производным соответствующих координат по времени.

Зная модуль скорости в каждый момент времени, можно вычислить путь, пройденный частицей от момента времени  $t_1$  до момента  $t_2$ . Разобьем интервал времени  $t_2 - t_1$  на  $N$  малых (не обязательно одинаковых) промежутков  $\Delta t_i$ . Будем считать, что  $\Delta s_i \approx v_i \Delta t_i$ . Весь путь  $s$ , пройденный частицей равен сумме путей  $\Delta s_i$ :  $s = \sum_{i=1}^N \Delta s_i \approx \sum_{i=1}^N v_i \Delta t_i$

Если уменьшать промежутки  $\Delta t_i$ , произведения с возрастающей точностью будут определять пройденные за эти промежутки пути  $\Delta s_i$ . Сделаем предельные переход:  $s = \lim_{\Delta t_i \rightarrow 0} \sum_{i=1}^N v_i \Delta t_i = \int_{t_1}^{t_2} v(t) dt$

Среднее значение модуля скорости:

$$\langle v \rangle = \frac{s}{t} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} v(t) dt$$



## 1.2 Ускорение



▣ **Ускорение** – это величина, характеризующая быстроту изменения

вектора скорости :  $\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \dot{\vec{v}}$

▶ Т.к.  $\vec{v} = \dot{\vec{r}}$ , то  $\vec{a} = \frac{d}{dt} \left( \frac{d\vec{r}}{dt} \right) = \frac{d}{dt} \dot{\vec{r}} = \ddot{\vec{r}} \quad \vec{a} = \ddot{\vec{r}}$

▶ Следовательно, ускорение можно определить как первую производную скорости по времени, либо как вторую производную радиус-вектора по времени.

▶ Продифференцировав по времени  $\vec{v} = \dot{\vec{r}}$  получим:

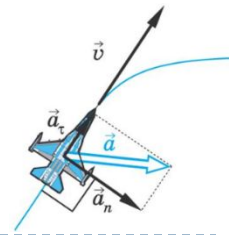
$$\vec{a} = \ddot{x}\vec{e}_x + \ddot{y}\vec{e}_y + \ddot{z}\vec{e}_z$$

▶ Ускорение, как и любой вектор можно выразить через его компоненты по координатным осям:  $\vec{a} = a_x\vec{e}_x + a_y\vec{e}_y + a_z\vec{e}_z$ , тогда

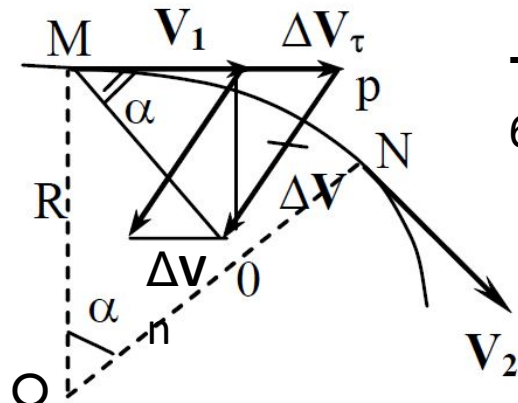
$$a_x = \ddot{x} = \frac{d^2x}{dt^2}, a_y = \ddot{y} = \frac{d^2y}{dt^2}, a_z = \ddot{z} = \frac{d^2z}{dt^2}$$

▶ Таким образом, компоненты ускорения равны вторым производным соответствующих координат по времени.

# 1.2 Ускорение нормальное и тангенциальное



□ Скорость меняется по величине и по направлению, приращение скорости  $\Delta \mathbf{V}$  раскладывают на две величины:  $\Delta \mathbf{V}_\tau$  – направленный вдоль  $\mathbf{V}$  (приращение скорости по величине) и  $\Delta \mathbf{V}_n$  – направленный перпендикулярно  $\mathbf{V}$  (приращение скорости по направлению) т.е.  $\Delta \mathbf{V} = \Delta \mathbf{V}_\tau + \Delta \mathbf{V}_n$   $\mathbf{a} = \frac{dV_\tau}{dt} + \frac{dV_n}{dt}$



**Тангенциальное** (касательное) ускорение характеризует быстроту изменения  $\mathbf{V}$  по величине  $\frac{dV_\tau}{dt}$

$$\mathbf{a}_\tau = \frac{dV_\tau}{dt}$$

**Нормальное** (центростремительное ускорение) характеризует быстроту изменения  $\mathbf{V}$  по направлению  $\frac{dV_n}{dt}$

$$\mathbf{a}_n = \frac{dV_n}{dt}$$

□ Для вычисления  $\mathbf{a}_n$  рассмотрим  $\Delta OMN$  и  $\Delta MPO$  при условии малого перемещения точки по траектории. Из подобия этих треугольников  $PO:MP = MN:OM$

$$\frac{\Delta V_n}{V} = \frac{\Delta S}{R} \Rightarrow \Delta V_n = \frac{V}{R} \Delta S; \quad \mathbf{a}_n = \frac{dV_n}{dt} = \frac{V^2}{R}$$

□ **Полное ускорение** в этом случае определится:

$$\mathbf{a} = \sqrt{\mathbf{a}_\tau^2 + \mathbf{a}_n^2} = \sqrt{\left(\frac{dV}{dt}\right)^2 + \left(\frac{V^2}{R}\right)^2}$$

**СРС!!!!**

**1. Дать определение по каждому виду!**

**2. Записать формулы**

## 1.3 Примеры



# 1.3 Примеры

## Равноускоренное прямолинейное движение ( $a = \text{const}$ )

$$\Delta V = a \Delta t \quad \text{или} \quad V - V_0 = a(t - t_0),$$

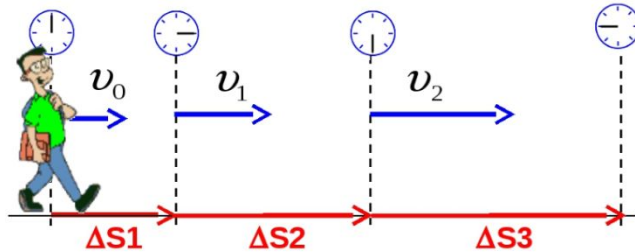
где  $V_0$  – скорость в момент времени  $t_0$ . Полагая  $t_0 = 0$ , находим

$V = V_0 + at$ , а пройденный путь  $S$  из формулы (1.1.7):

$$S = \int V dt, \quad \text{т.е.} \quad S = S_0 + V_0 t + \frac{at^2}{2},$$

$$V = \frac{ds}{dt}$$

где  $S_0$  – постоянная, определяемая из начальных условий.



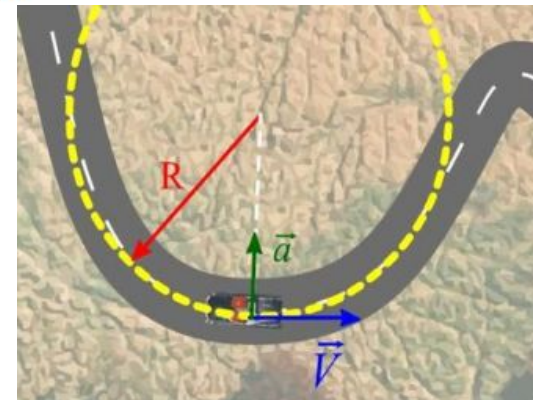
равноускоренное	равнозамедленное
Скорость увеличивается $v \uparrow$	Скорость уменьшается $v \downarrow$
Направление векторов $\vec{v}$ и $\vec{a}$ совпадает $\vec{v} \uparrow \uparrow \vec{a}$	Направление векторов $\vec{v}$ и $\vec{a}$ не совпадает $\vec{v} \uparrow \downarrow \vec{a}$

## Равномерное движение по окружности

Скорость меняется только по направлению, т. е.

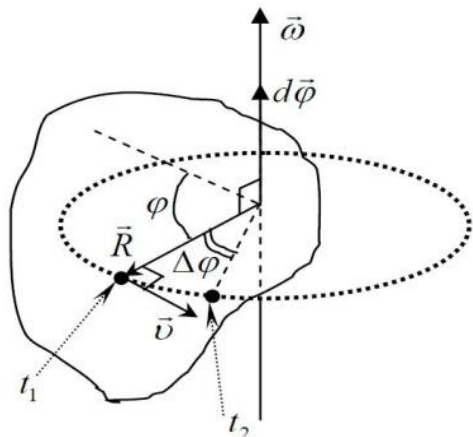
$$\Delta V_{\tau} = 0; \quad a_{\tau} = 0; \quad a_n = \frac{V^2}{R}$$

= const - центростремительное



# 1.4 Кинематика вращательного движения

- ▶ *Абсолютно твердое тело* - тело, деформациями которого можно пренебречь в условиях данной задачи.



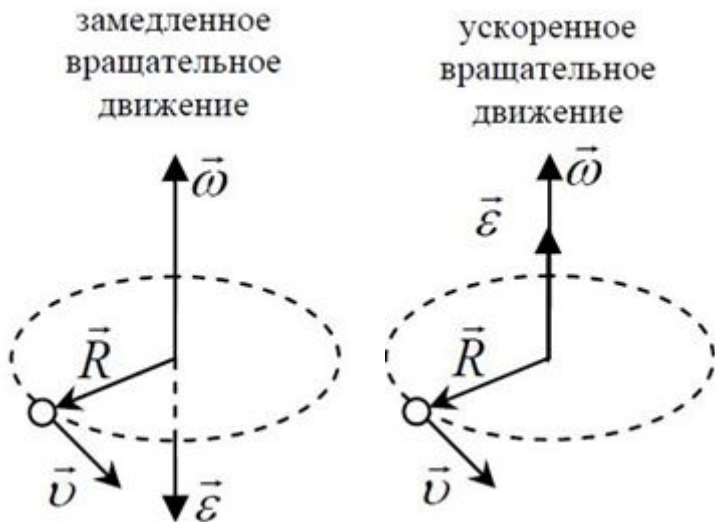
Положение такого тела при вращении вокруг неподвижной оси можно охарактеризовать скалярной величиной – **угловой координатой  $\varphi$** .

$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$  за  $\Delta t = t_2 - t_1$ .  $d\vec{\varphi}$  – элементарное угловое перемещение за время  $dt$ . Введем  $d\vec{\varphi}$  как вектор, направление которого вдоль оси вращения определяется по правилу правого винта

- ▶ **Угловая скорость**  $\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$  характеризует быстроту вращения тела вокруг неподвижной оси. Направление  $\vec{\omega}$  совпадает с направлением  $d\vec{\varphi}$ , и определяется по правилу правого винта
- ▶ **Угловое ускорение**  $\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$  характеризует быстроту изменения угловой скорости. При неподвижной оси вращения вектора  $\vec{\omega}$  и  $\vec{\varepsilon}$  совпадают по направлению в случае ускоренного вращательного движения, и противоположны в случае замедленного.

# 1.4 Кинематика вращательного движения

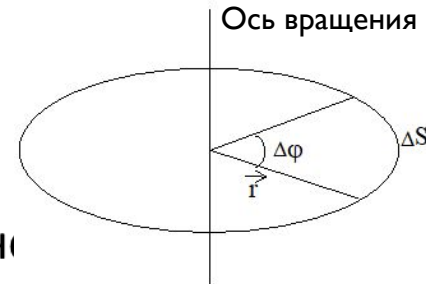
## ▶ Примеры



▶ Если задана зависимость  $\varphi(t)$ , то применение написанных выше равенств для  $\omega$  и  $\varepsilon$  дает решение прямой задачи кинематики вращательного движения

▶ Получим соотношения, дающие решение обратной задачи кинематики вращательного движения. Пусть задана зависимость углового ускорения от времени  $\varepsilon(t)$ . Изменение угловой скорости за малый промежуток времени  $dt$  равно  $d\omega = \varepsilon dt$

▶ Точка, находящаяся на расстоянии  $\vec{r}$  от оси вращения проходит путь  $\Delta S = r\Delta\varphi$



▶ Поделим обе части равенств  $\frac{\Delta S}{\Delta t} = r \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$  при  $\Delta t \rightarrow 0$ , получим пределы от левой и правой частей равенства:

$$\frac{dS}{dt} = r \frac{d\varphi}{dt}$$

▶ Но  $\frac{dS}{dt} = v, \frac{d\varphi}{dt} = \omega$ . Следовательно,  

$$\mathbf{v} = \boldsymbol{\omega} \mathbf{r}$$

# 1.4 Кинематика вращательного движения

Таким образом, чем **дальше отстоит точка от оси вращения, тем больше ее линейная скорость:  $v = \omega r$**

Известно, что  $a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$ ,  $a_\tau = \frac{dv}{dt}$ , но  $v = \omega r$

следовательно  $a_\tau = \frac{d}{dt}(r\omega) = r \frac{d\omega}{dt} = r\varepsilon$        $a_n = \frac{v^2}{r} = \frac{(r\omega)^2}{r} = r\omega^2$

Единицы измерения угловых величин

$$\omega = \left[ \frac{\text{рад}}{c} \right] \quad \nu = \left[ c^{-1} = \frac{1}{c} \right]$$

$$\varepsilon = \left[ \frac{\text{рад}}{c^2} \right] \quad T = [c]$$

Откуда **полное ускорение:  $a = \sqrt{r^2\varepsilon^2 + r^2\omega^4} = r\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}$**

Из написанных формул видно, что  $a_\tau$ ,  $a_n$  и  $a$  растут с увеличением расстояния точек до оси вращения. Формула  $v = \omega r$  устанавливает связь между модулями векторов  $\mathbf{v}$ ,  $\mathbf{r}$ , и  $\boldsymbol{\omega}$ , которые перпендикулярны друг к другу.

Соответствие линейных и угловых величин	
Линейные	Угловые
$x, y, z$ , координата	$\varphi$ , угол поворота
$\mathbf{r}$ , радиус-вектор	$\Phi$ , угол поворота
$\mathbf{v}$ , скорость	$\boldsymbol{\omega}$ , угловая скорость
$\mathbf{a}$ , ускорение	$\boldsymbol{\varepsilon}$ , угловое ускорение

## 2. Динамика материальной точки. Основные понятия

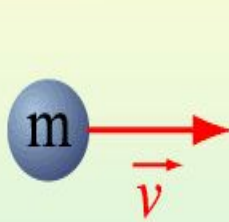
---

- Движущаяся материя
  - Пространство и время
  - Масса как мера инертности тел,  $m$
  - Сила как мера механического воздействия,  $F$
- Соотношения между этими понятиями определяются законами движения (Ньютона)
  - Сформулированы Ньютоном как обобщение и уточнение опытных фактов.



## 2.1. Законы динамики поступательного движения

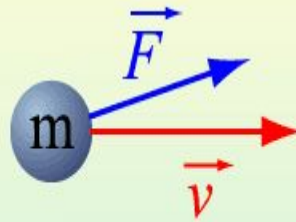
### Законы Ньютона



$$\vec{v} = \text{const}$$

#### I закон

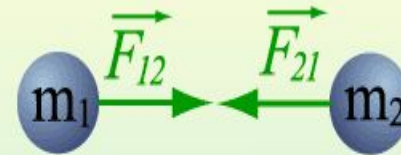
Существуют такие системы отсчета, в которых всякое тело будет сохранять первоначальное состояние покоя или равномерного и прямолинейного движения до тех пор, пока действие других тел не заставит его изменить это состояние.



$$\vec{F} = m\vec{a}$$

#### II закон

Под действием силы тело приобретает такое ускорение, что его произведение на массу тела равно действующей силе.



$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

#### III закон

Силы, с которыми взаимодействующие тела действуют друг на друга, равны по модулю и направлены по одной прямой в противоположные стороны.

## 2. 1 Инерциальные системы отсчета(ИСО) ПЕРВЫЙ ЗАКОН НЬЮТОНА.

▶ **Инерциальная система** – система отсчета, относительно которой материальная точка, свободная от внешних воздействий, либо покоится, либо движется равномерно и прямолинейно.

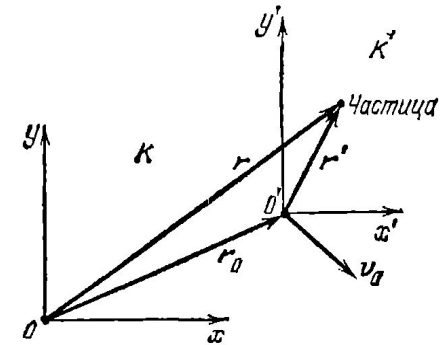
▶ Любая система отсчета, движущаяся относительно какой-либо инерциальной системы поступательно с постоянной скоростью, является также инерциальной.

▶ Для этого, рассмотрим движение материальной точки относительно систем отсчета  $K$  и  $K'$ . Допустим, что система  $K'$  движется относительно  $K$  поступательно с постоянной скоростью  $v_0$ . Между показанными на рис. векторами имеется соотношение:

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{r}'.$$

▶ Продифференцировав его по времени, получим:  $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{v}'$ . Если на частицу не действуют никакие тела и система  $K$  инерциальная, то скорость  $\vec{v}$  частицы в этой системе будет постоянной.

▶ ПЕРВЫЙ ЗАКОН НЬЮТОНА. *Всякое тело находится в состоянии покоя или равномерного и прямолинейного движения, пока воздействие со стороны других тел не заставит его изменить это состояние.*



## 2. 1 Сила. Масса.

# ВТОРОЙ ЗАКОН НЬЮТОНА

---

▣ **Сила** - векторная величина, характеризующая воздействие на данное тело со стороны других тел.  **$\vec{F}$ - сила**

▶ Модуль этой величины определяет интенсивность воздействия, а *направление совпадает с направлением ускорения*, сообщаемого телу данным воздействием.

▶ **Масса** - мера инертности тела. Под инертностью понимают неподатливость тела противиться изменению скорости под воздействием силы. Чтобы выразить массу данного тела числом, нужно сравнить ее с массой эталонного тела, принятого за единицу.

▶ *Произведение массы тела на его скорость* называют импульсом тела

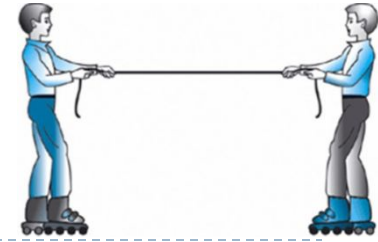
$$\vec{p} = m\vec{v}$$

▶ Выражение определяет импульс материальных точек и протяженных тел, движущихся поступательно.

▶ **Второй закон Ньютона** утверждает, что скорость изменения импульса

частицы равна действию на частицу силе  $\vec{F}$ :  $\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$

## 2. 1 ВТОРОЙ И ТРЕТИЙ ЗАКОН НЬЮТОНА

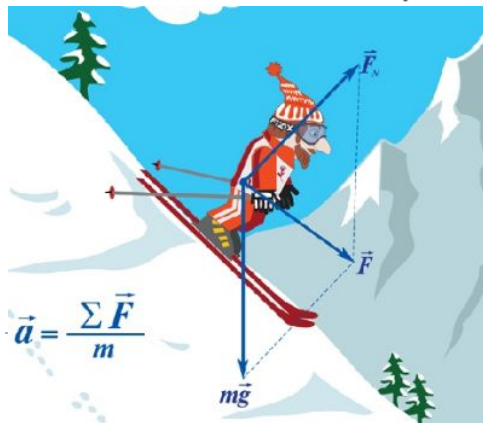


► Подставив  $\vec{p} = m\vec{v}$  выражение для импульса, получим:

$$\frac{d(m\vec{v})}{dt} =_{m=const} m\vec{a} = \vec{F}$$

► Вторая формулировка второго закона Ньютона: *произведение массы частицы на ее ускорение равно силе, действующей на эту частицу.*

► Если на тело действует несколько сил, то под  $\vec{F}$  подразумевается их векторная сумма сил.



► *Третий закон Ньютона.* Воздействие тел друг на друга всегда носит характер взаимодействия. Если тело 2 действует на тело 1 с силой  $\vec{F}_{12}$ , то и тело 1 действует на тело 2 с силой  $\vec{F}_{21}$ .

► *Третий закон Ньютона утверждает, что силы, с которыми взаимодействуют два тела, равны по модулю и противоположны по направлению, то есть:  $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$*

► Таким образом, силы всегда возникают попарно. Подчеркнем, что силы, фигурирующие в соотношении приложены к разным телам, поэтому они не могут уравновесить друг друга.

► Третий закон Ньютона *справедлив лишь в ИСО.* В неинерциальных системах отсчета законы Ньютона несправедливы. Кроме того, отступления от третьего закона Ньютона наблюдаются в случае движения тел со скоростями, сравнимыми со скоростью света.

## 2.1. Законы динамики поступательного движения

### Законы Ньютона в технике

В космосе, где не действует сила трения тело может двигаться с постоянной скоростью бесконечно. В открытом космосе космонавт регулирует свои движения с помощью миниатюрного реактивного двигателя вмонтированного в кресло. Реактивный двигатель позволяет космонавту гасить инерцию и он может двигаться в любом направлении.



## 2.1. Законы динамики поступательного движения

# Законы Ньютона в природе

Шайба, лежащая на льду, покоится относительно системы отсчета, связанной с Землей: влияние на нее Земли компенсируется действием льда.

При давлении лыж на снег образуется тонкая ледяная плёнка которая уменьшает силу трения и лыжник продолжает скользить по инерции.

В случае метания диска, копья и молота снаряд летит по инерции.



## 2.1. Закон сохранения импульса

► Рассмотрим систему, состоящую из  $N$  материальных точек. Обозначим через  $\vec{F}_{ik}$  силу, с которой  $k$ -я частица действует на  $i$ -ю. Символом  $\vec{F}_i$  обозначим результирующую всех внешних сил, действующих на  $i$ -ю частицу. Напишем уравнения движения всех  $N$  частиц.

$$\begin{aligned} \dot{\vec{p}}_1 &= \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + \dots + \vec{F}_{1k} + \dots + \vec{F}_{1N} + \vec{F}_1, \\ \dot{\vec{p}}_2 &= \vec{F}_{21} + \vec{F}_{23} + \dots + \vec{F}_{2k} + \dots + \vec{F}_{2N} + \vec{F}_2, \\ &\dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ \dot{\vec{p}}_l &= \vec{F}_{l1} + \vec{F}_{l2} + \dots + \vec{F}_{lk} + \dots + \vec{F}_{lN} + \vec{F}_l \quad (k \neq l), \\ &\dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ \dot{\vec{p}}_N &= \vec{F}_{N1} + \vec{F}_{N2} + \dots + \vec{F}_{Nk} + \dots + \vec{F}_{N,N-1} + \vec{F}_N \quad (k \neq N) \end{aligned}$$

►  $\vec{p}_i$  – импульс  $i$ -й частицы. Сложим вместе эти уравнения. Слева получится производная по времени от суммарного импульса системы:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt} \sum_{i=1}^N \vec{p}_i$$

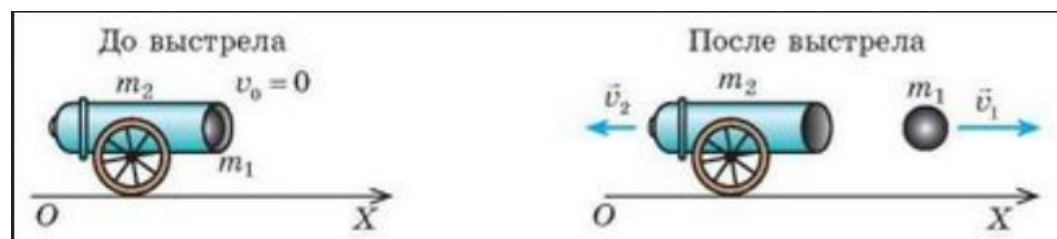
- Справа отличной от нуля будет только сумма внешних сил  $\sum \vec{F}_i$ . Действительно, сумму внутренних сил можно представить в виде
- $(\vec{F}_{12} + \vec{F}_{21}) + (\vec{F}_{13} + \vec{F}_{31}) + \dots + (\vec{F}_{ik} + \vec{F}_{ki}) + \dots + (\vec{F}_{N-1,N} + \vec{F}_{N,N-1})$

## 2.1. Закон сохранения импульса(ЗСИ)

▣ Согласно третьему закону Ньютона, каждая из скобок равна нулю. Следовательно, сумма внутренних сил, действующих на тела системы, всегда равна нулю. С учетом этого получим, что

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum_{i=1}^N \vec{F}_i$$

- ▶ Таким образом, производная по времени от суммарного импульса системы равна сумме внешних сил, действующих на тела системы.
- ▶ Если система замкнута, внешние силы отсутствуют, правая часть равна 0, следовательно,  $\vec{p} = const$ .
- ▶ Вывод: суммарный импульс замкнутой системы материальных точек остается постоянным. Это утверждение составляет содержание ЗСИ.

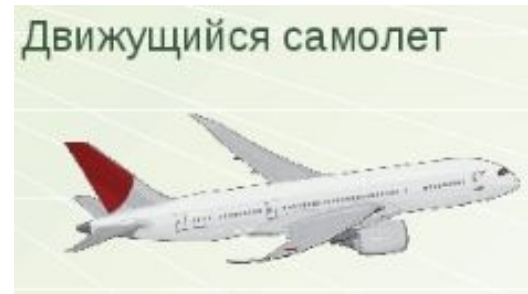




# 3. Энергия

- Энергия не исчезает и не возникает не из чего, она лишь может переходить из одной формы в другую
- Виды механической энергии:
  1. кинетическая (энергия движения)
  2. потенциальная (зависит от взаимного взаимодействующих тел)

Движущийся самолет



Движущийся автомобиль



Летающая птица



## 3.1 Кинетическая энергия (КЭ)

- ▢ Уравнение системы, состоящей из одной материальной точки массы  $m$ , движущейся под действием сил, результирующая которых равна  $\vec{F}$

$$m\dot{\vec{v}} = \vec{F}$$

- умножим обе части на элементарное перемещение частицы  $d\vec{s}$ :

$$m\dot{\vec{v}}d\vec{s} = \vec{F}d\vec{s}$$

- т.к.  $d\vec{s} = \vec{v}dt$ , то  $m\dot{\vec{v}}\vec{v}dt = m\vec{v}d\vec{v}$ . Следовательно,  $m\vec{v}d\vec{v} = mv dv = d\left(\frac{mv^2}{2}\right)$

- Заменяя полученным выражением левую часть формулы, приходим к соотношению:  $d\left(\frac{mv^2}{2}\right) = \vec{F}d\vec{s}$

- ▶ Если результирующая действующих сил  $\vec{F}$  равна 0, то  $d\left(\frac{mv^2}{2}\right) = 0$ , а сама величина остается постоянной:  $E_k = \frac{mv^2}{2}$ ,  $E_k$  - кинетическая энергия частицы. **СИ: 1 Дж = 1 Н·м**

- ▶ Т.к.  $mv$  равно модулю импульса частицы, то можно записать:  $E_k = \frac{p^2}{2m}$

## 3.1 Кинетическая энергия (КЭ)

Если  $\vec{F} \neq 0$ , то кинетическая энергия получит за время  $dt$  приращение

$$dE_k = \vec{F} d\vec{s}$$

где  $d\vec{s}$  – перемещение частицы за время  $dt$

- ▶ Величина  $dA = \vec{F} d\vec{s}$ , называется **работой**, совершаемой силой на пути  $ds$
- ▶ **Работа характеризует изменение кинетической энергии, обусловленное действием силы на движущуюся частицу:**

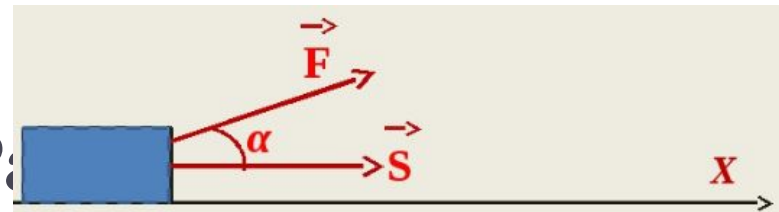
$$dE_k = dA$$

- ▶ Проинтегрируем обе части вдоль траектории частицы от точки 1 до точки 2:

$$\int_1^2 d\left(\frac{mv^2}{2}\right) = \int_1^2 \vec{F} d\vec{s}$$

- ▶ Левая часть полученного равенства представляет собой приращение кинетической энергии частицы:  $\frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = E_{k2} - E_{k1}$
- ▶ Правая часть есть работа  $A_{12}$  силы  $\vec{F}$  на пути 1 – 2. Таким образом,
  - ▶  $A_{12} = E_{k2} - E_{k1}$ .
- ▶ **работа результирующей всех сил, действующих на частицу, идет на приращение кинетической энергии частицы.**

## 3. 2 Р



▶ Работа определяется как скалярное произведение силы и перемещения.

▶ скалярным произведением векторов  $\vec{A}$  и  $\vec{B}$  называется скаляр, равный произведению модулей этих векторов и косинуса угла между ними:  $\vec{A}\vec{B} = AB \cos \alpha$ , т.о. **элементарная работа равна**:  $dA = \vec{F}d\vec{s} = Fds \cos \alpha$

где  $F$  – модуль силы,  $ds$  – путь, пройденный точкой приложения силы,  $\alpha$  – угол между векторами силы  $\vec{F}$  и  $d\vec{s}$ .

▶ Работа, совершаемая в единицу времени, называется **мощностью** (P):

$$P = \frac{dA}{dt}$$

где  $dA$  – работа, совершаемая за время  $dt$ . Подставив вместо  $dA$  выражение  $\vec{F}d\vec{s}$  и приняв во внимание, что  $d\vec{s}/dt = \vec{v}$ , получим:

$$P = \vec{F} \frac{d\vec{s}}{dt} = \vec{F}\vec{v}$$

▶ Таким образом, *мощность равна скалярному произведению силы на скорость точки приложения силы.*

▶  $[A]=1\text{Дж}$  ;  $[P]=1\text{Дж} / 1\text{с}=1\text{ Вт}$



200 л.с



398 л.с

147 кВт

239 кВт

## 3.3 Консервативные силы

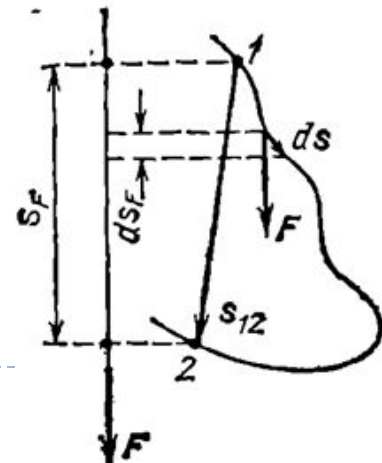
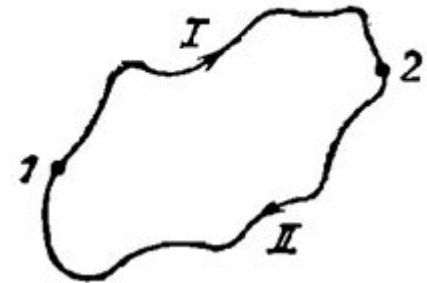
- Консервативные - силы, работа которых не зависит от пути, по которому двигалась частица, а зависит лишь от начального и конечного положений частицы.
- ▶ Покажем, что **работа консервативных сил на любом замкнутом пути равна нулю.**
  - ▶ Разобьем произвольный замкнутый путь (рис.) точками 1 и 2 взятыми произвольно. Соответствующие участки обозначим цифрами I и II. Работа на замкнутом пути складывается из работ, совершаемых на этих участках:

$$A = (A_{12})_I + (A_{21})_{II}$$

- ▶ Изменение направления движения по участку II на обратное сопровождается заменой всех элементарных перемещений  $ds$  на  $-ds$ , вследствие чего  $\int \vec{F} d\vec{s}$  изменит свой знак на обратный.
- ▶ Следовательно,  $(A_{12})_I = -(A_{21})_{II}$ .
- ▶ Производя такую замену, получим:

$$A = (A_{12})_I - (A_{12})_{II}$$

**Примерами консервативных сил** являются: **сила тяжести, сила упругости, сила кулоновского** (электростатического) взаимодействия.



## 3.3 Консервативные силы

- ▶ **Однородное поле** – поле, в котором силы, действующие на частицу, во всех точках поля одинаковы по модулю и направлению,
- ▶ **Стационарное поле** – поле, в котором поле не изменяется со временем. В случае однородного стационарного поля  $\vec{F} = \text{const}$ .

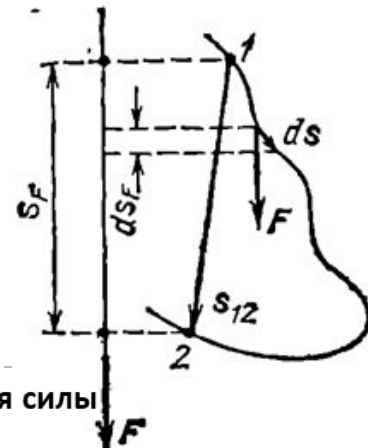
▶ **Примером** однородного стационарного поля может служить **поле силы тяжести**  $\vec{P} = m\vec{g}$  в ограниченной области вблизи поверхности Земли.

Согласно  $A_{12} = \vec{F} \vec{s}_{12}$  работа, совершаемая над частицей силой  $\vec{P}$ , независимо от формы траектории, равна  $A_{12} = mg(h_1 - h_2)$ ,

где  $h_1 - h_2$  есть проекция перемещения  $\vec{s}_{12}$  на направление силы, то есть на направление вниз по вертикали. Следовательно, сила  $\vec{P}$  консервативна.

▶ **Центральное поле** - поле, в любой точке которого направление силы зависит только от расстояния  $r$  до этого центра.

▶ **Примером неконсервативных сил** являются силы сопротивления среды (воздуха) и силы трения (как сухого так и жидкого)

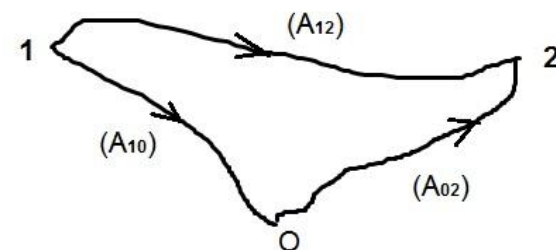


- ▶ 38 Если  $F = \text{const}$ , работа, независимо от формы траектории, равна произведению модуля силы на проекцию перемещения  $S_{12}$

## 3. 4 Потенциальная энергия (ПЭ)

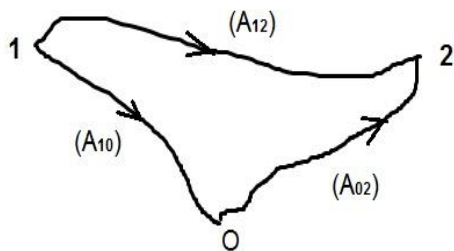
► Сопоставим каждой точке поля консервативных сил значение некоторой функции координат  $E_p(x, y, z)$ , которую мы определим следующим образом. Произвольно выбранной точке  $O$  припишем значение функции  $E_{p0}$ , взятое также произвольно. Значение функции в любой другой точке  $B$  положим равным сумме  $E_{p0}$  и работы  $A_{B0}$ , совершаемой силами поля при перемещении частицы из точки  $B$  в точку  $O$ :  $E_{pB} = E_{p0} + A_{B0}$

► Поскольку работа  $A_{B0}$  не зависит от пути, значения функции  $E_p$  во всех точках поля определяются однозначно. Функция имеет, как и кинетическая энергия размерность работы и называется **потенциальной энергией частицы во внешнем силовом поле**



## 3.4 Потенциальная энергия

► Образует разность значений потенциальной энергии точек 1 и 2 (рис.)



Работа, совершаемая на любом пути из т. 1 в т. 2, равна работе, совершаемой на пути, проходящем через точку  $O$ .

$$E_{p1} - E_{p2} = (E_{p0} + A_{10}) - (E_{p0} + A_{20}) = A_{10} - A_{20} = A_{10} + A_{02}$$

(мы воспользовались равенством:  $A_{20} = -A_{02}$ ). Правая часть полученного соотношения дает работу, совершаемую над частицей силами поля на пути из точки 1 в точку 2, проходящую через точку  $O$ . Вследствие независимости работы от формы пути такая же работа  $A_{12}$  совершается на любом другом пути.

► Следовательно, *работа консервативных сил равна разности значений функции  $E_p$  в начальной и конечной точках пути, то есть убыли потенциальной энергии:  $A_{12} = E_{p1} - E_{p2}$*

► Работа силы тяжести равна  $A_{12} = mg(h_1 - h_2)$

► Сопоставление формул и (дает, что **потенциальная энергия частицы массы  $m$  в поле сил тяжести** определяется соотношением:  **$E = mgh$**  где  $h$  отсчитывается от произвольного уровня



## 3. 4 Потенциальная энергия

---

▶ В отличие от кинетической энергии, которая всегда положительна, потенциальная энергия **может быть как положительной, так и отрицательной.**

▶ Пусть частица движется в поле консервативных сил. При переходе из точки 1 в т. 2 над ней совершается работа  $A_{12} = E_{p1} - E_{p2}$ . В соответствии с  $A_{12} = E_{k2} - E_{k1}$ , эта работа равна приращению кинетической энергии частицы. Приравняв оба выражения для работы, получим:

$$E_{k1} + E_{p1} = E_{k2} + E_{p2}$$

▶ Величина  $E$ , равная сумме кинетической и потенциальной энергий, называется *полной механической энергией*.

▶ Формула означает, что *полная механическая энергия частицы, движущейся в поле консервативных сил, остается постоянной*. Это утверждение выражает **закон сохранения механической энергии** для системы, состоящей из одной частицы

▶ Кинетическая и потенциальная энергии могут превращаться друг в друга. Однако, *если на частицу не действуют никакие силы, кроме обусловивших потенциальную энергию консервативных сил, полная энергия остается постоянной*.

## 3. 5 Закон сохранения полной механической энергии (ЗСЭ)

---

- ▣ Рассмотрим систему, состоящую из  $N$  взаимодействующих друг с другом частиц, находящихся под воздействием внешних как консервативных, так и неконсервативных сил. Силы взаимодействия между частицами предполагаются консервативными.
- ▶ Определим работу, совершаемую над частицами при перемещении системы из одного места в другое, сопровождающемся изменением конфигурации системы.
- ▶ Работа внешних консервативных сил может быть представлена как убыль потенциальной энергии системы  $E'_p$  во внешнем силовом поле:

$$A_{12, \text{внеш.конс.}} = E'_{p1} - E'_{p2}$$

- ▶ Работа внутренних сил равна убыли взаимной потенциальной энергии частиц:  $A_{12, \text{внутр.}} = E''_{p1} - E''_{p2}$
- ▶ Работу неконсервативных сил обозначим посредством  $A_{12}^*$ .

## 3.6 Закон сохранения полной механической энергии (ЗСЭ)

- ▶ Суммарная работа всех сил затрачивается на приращение кинетической энергии системы, которая равна сумме кинетических энергий частиц:

$$E_k = \sum_{i=1}^N \frac{m_i v_i^2}{2}$$

- ▶ Следовательно:

$$(E'_{p1} - E'_{p2}) + (E''_{p1} - E''_{p2}) + A_{12}^* = E_{k2} - E_{k1}$$

- ▶ Сгруппируем члены этого соотношения следующим образом:

$$(E_{k2} + E'_{p2} + E''_{p2}) - (E_{k1} + E'_{p1} + E''_{p1}) = A_{12}^*$$

- ▶ Сумма кинетической и потенциальной энергий представляет собой **полную механическую энергию системы  $E$** :

$$E = E_k + E'_p + E''_p.$$

- ▶ Таким образом, **работа неконсервативных сил равна приращению полной энергии системы**:  $E_2 - E_1 = A_{12}^*$

- ▶ В случае, когда *неконсервативные силы отсутствуют*, полная механическая энергия системы остается постоянной:

$$E_k + E'_p + E''_p = const.$$

- ▶ **Закон сохранения механической энергии**: полная механическая энергия системы материальных точек, находящихся под действием только консервативных сил, остается постоянной.

## 3. 7 Соударение двух тел

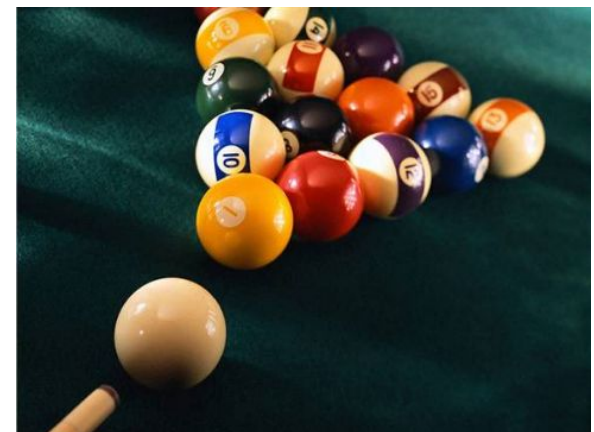
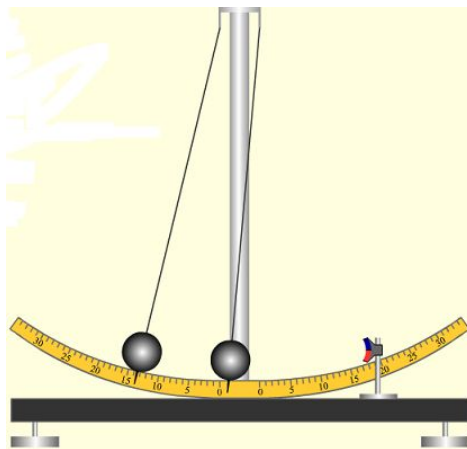
▣ Удар - кратковременное столкновение соударяющихся тел

**Виды:**- 1. абсолютно упругий;

2. абсолютно неупругий

▣ **Абсолютно неупругий удар** характеризуется тем, что потенциальной энергии деформации не возникает. Кинетическая энергия тел полностью или частично переходит во внутреннюю энергию. После удара столкнувшиеся тела либо покоятся, либо движутся с одинаковой скоростью.

▣ При абсолютно неупругом ударе выполняется только закон сохранения импульса (ЗСИ).

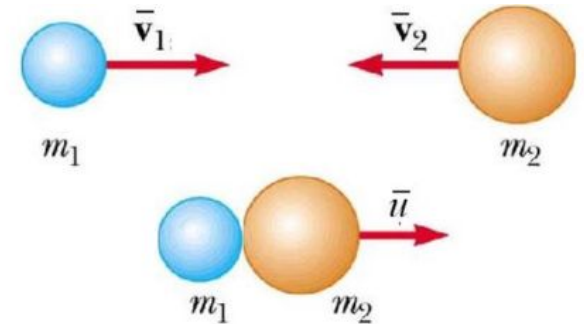


## 3.8 Соударение двух тел. Абсолютно неупругий удар

Пусть массы соударяющихся частиц (материальных частиц) равны  $m_1$  и  $m_2$ , а скорости до удара  $\vec{v}_1$  и  $\vec{v}_2$ , а после соударения  $\vec{u}$ .

Тогда по ЗСИ:  $m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{u}$

Отсюда: 
$$\vec{u} = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{m_1 + m_2}$$



Найдем изменение кинетической энергии шаров, т.е. ту часть, которая перешла во внутреннюю энергию

$$\Delta E_k = \frac{(m_1 + m_2)u^2}{2} - \left( \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} \right)$$

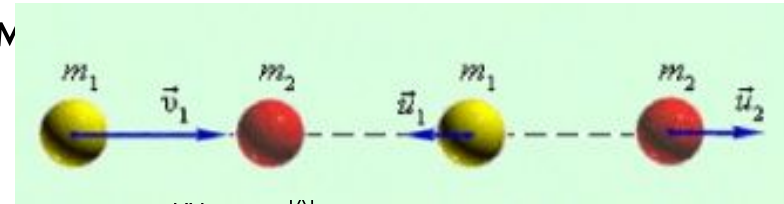
Подставляя  $\vec{u}$  сюда, получим: 
$$\Delta E_k = \frac{m_1 m_2 (v_1 - v_2)^2}{2(m_1 + m_2)}$$

**Эта энергия переходит в тепловую энергию.**

## 3.8 Соударение двух тел.

### Абсолютный упругий центральный удар

- ▣ **Абсолютно упругий** - удар, при котором механическая энергия тел не переходит в другие, немеханические, виды энергии.
- ▣ При таком ударе кинетическая энергия переходит полностью или частично потенциальную энергию упругой деформации. Затем тела возвращаются к первоначальной форме, отталкивая друг друга.
- ▣ **Центральный удар** – удар, при котором шары до удара движутся вдоль прямой, проходящей через их центры.



- ▣ Обозначим скорости шаров после удара через  $u_1$  и  $u_2$ . Напишем законы сохранения энергии и импульса:

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2} \quad m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2$$

- ▣ Решая эту систему уравнений, находим скорости шаров после удара:

$$u_1 = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2 v_2}{m_1 + m_2} \quad u_2 = \frac{2m_1 v_1 + (m_2 - m_1)v_2}{m_1 + m_2}$$