Подготовка к ЕГЭ-2020 по математике «Применение первообразной» задания из открытого банка заданий ЕГЭ

Немного теории.
Первообразная, интеграл и их применение

ПЕРВООБРАЗНАЯ

- Функция F называется первообразной для функции f, если выполняется условие

$$F'(x) = f(x)$$

НЕОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ

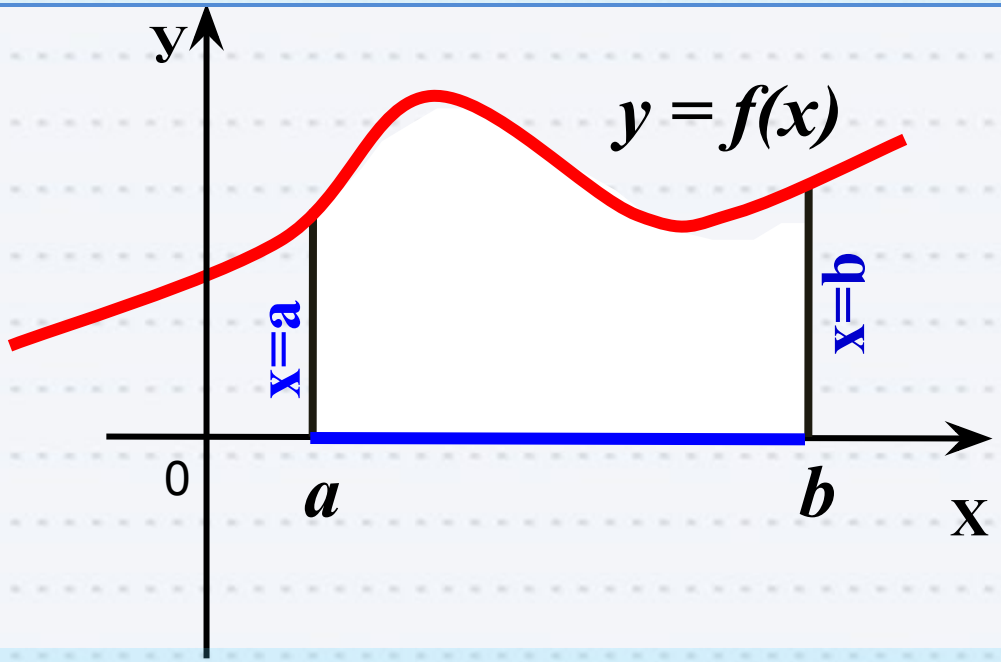
- Совокупность всех первообразных F(x)+c для функции f(x) называется неопределенным интегралом и обозначается

$$\int f(x)dx = F(x) + c$$

- где f(x) – подинтегральная функция,
- f(x)dx – подинтегральное выражение (дифференциал),
- c – постоянная интегрирования.

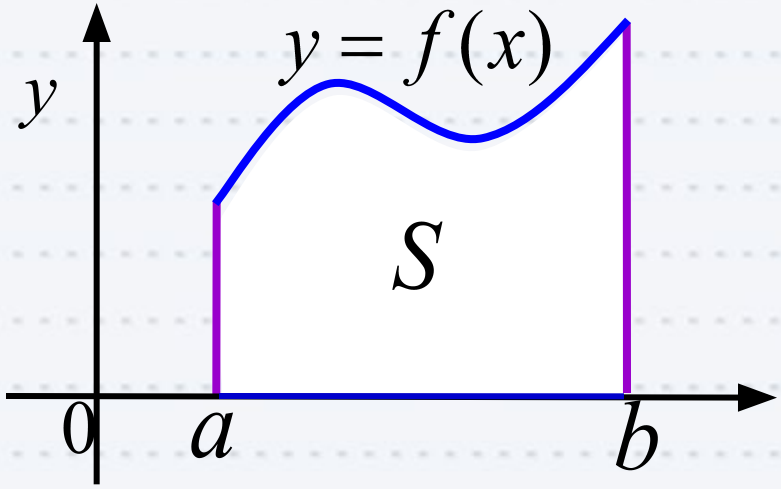
Криволинейная трапеция

Криволинейной трапецией называется фигура, ограниченная графиком непрерывной и не меняющей
на отрезке [a;b] знака функции f(x), прямыми x=a, x=b и отрезком [a;b].



Отрезок **[a;b]** называют ***основанием*** этой криволинейной трапеции

Площадь криволинейной трапеции.



$$S = F(b) - F(a)$$

где ***F(x)*** – любая первообразная функции ***f(x)***.

Формула Ньютона-Лейбница

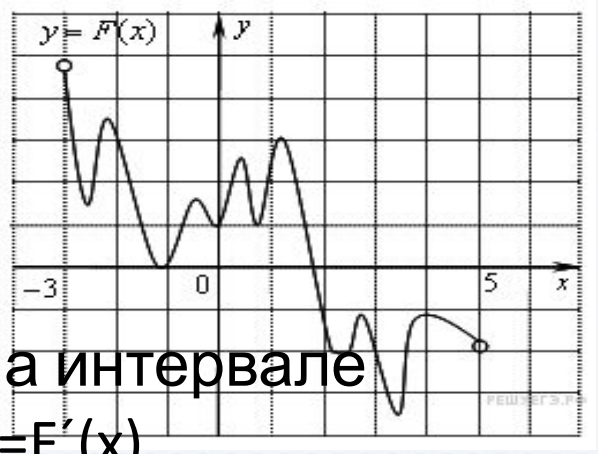
$$S = F(b) - F(a)$$

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

$$S = \int_a^b f(x)dx$$

На рисунке изображён график функции $y = F(x)$ — одной из первообразных некоторой функции $f(x)$, определённой на интервале $(-3;5)$. Пользуясь рисунком, определите количество решений уравнения $f(x)=0$ на отрезке $[-2;4]$.



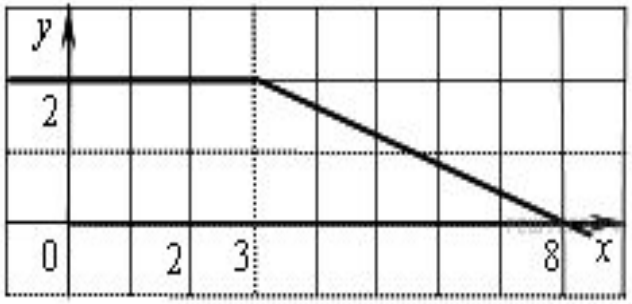
Решение:

По определению первообразной на интервале $(-3; 5)$ справедливо равенство: $f(x)=F'(x)$

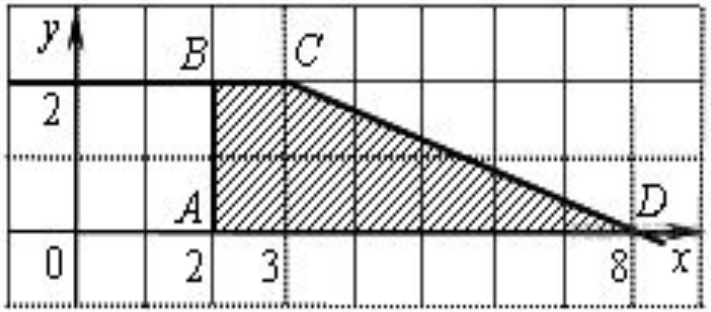
Следовательно, решениями уравнения $f(x)=0$ являются точки экстремумов изображенной на рисунке функции $F(x)$. Это точки $-2,6$; $-2,2$; $-1,2$; $-0,5$; 0; $0,4$; $0,8$; $1,2$; $2,2$; $2,8$; $3,4$; $3,8$. Из них на отрезке $[-2;4]$ лежат 10 точек. Таким образом, на отрезке $[-2;4]$ уравнение $f(x)=0$ имеет 10 решений.

Ответ:10.

На рисунке изображён график некоторой функции y=f(x) (два луча с общей начальной точкой). Пользуясь рисунком, вычислите F(8)-F(2), где F(x)— одна из первообразных функцииf(x).



Решение:
Разность значений первообразной в точках 8 и 2 равна площади выделенной на рисунке трапеции ABCD. Поэтому
F(b)-F(a)=(1+6)/2*2=7
Ответ:7.

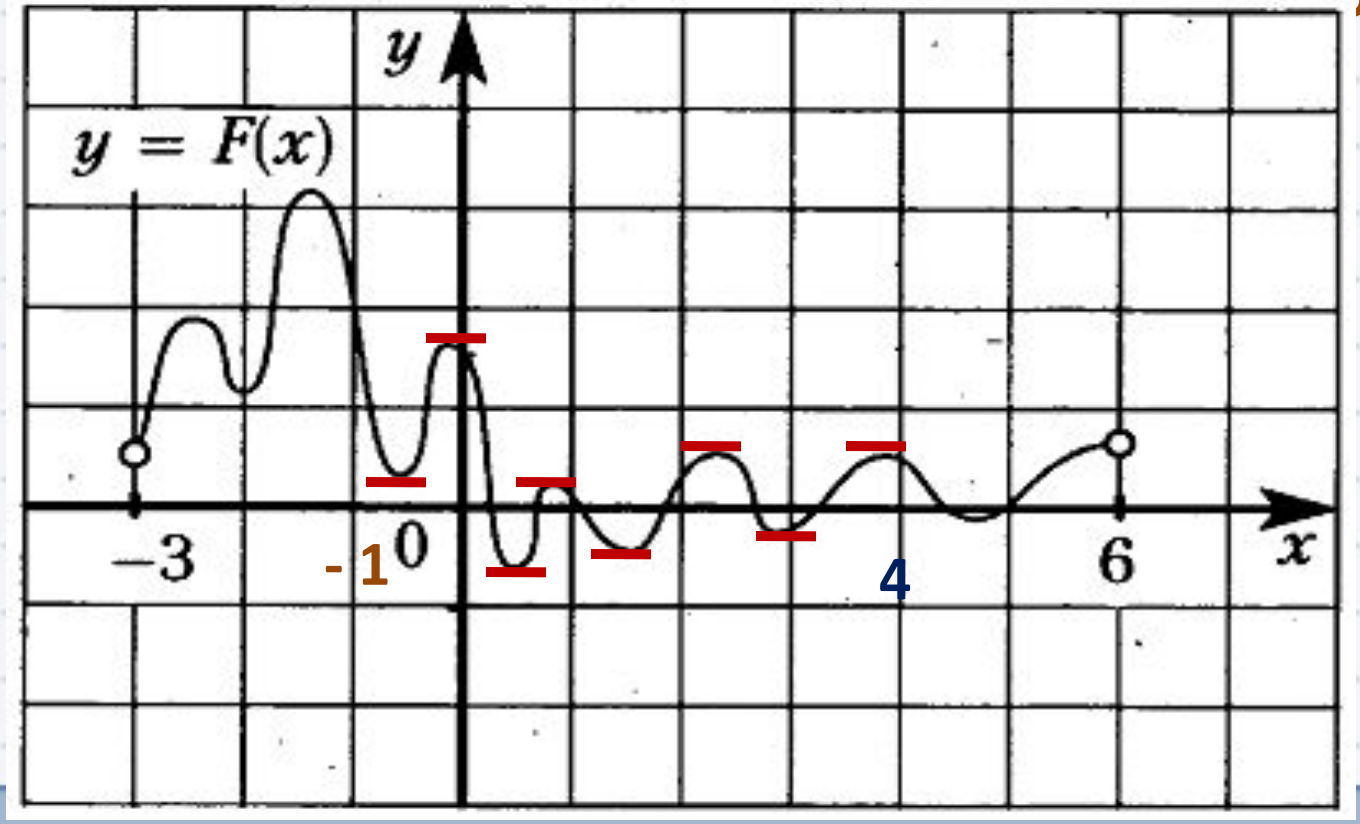


1. Задачи на определение первообразной.

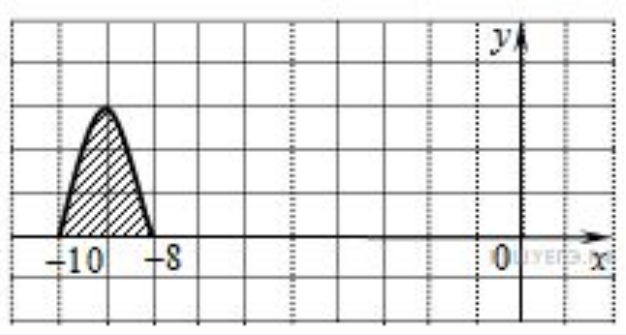
На рисунке изображен график функции $y = F(x)$ – одной из первообразных некоторой функции $y = f(x)$ опре - деленной на интервале (- 3; 6). Пользуясь рисунком, определи-

$$F'(x) = f(x)$$

те количество решений уравнения $f(x) = 0$ на отрезке [- 1; 4]



На рисунке изображён график некоторой функции y=f(x) . Функция $F(x)=-x^3-27x^2-240x-8$ — одна из первообразных функции f(x). Найдите площадь закрашенной фигуры.



Решение:
Найдем формулу, задающую функцию f(x), график которой изображён на рисунке.

$$f(x)=F'(x)=-3x^2-54x-240=-3(x^2+18x)-240=3-3(x+9)^2.$$

Следовательно, график функции f(x) получен сдвигом графика функции $y=3-3x^2$ на 9 единиц влево вдоль оси абсцисс. Поэтому искомая площадь фигуры равна площади фигуры, ограниченной графиком функции $y=3-3x^2$ и отрезком $[-1;\ 1]$ оси абсцисс. Имеем:

$$S=\int_{-1}^{1}(3-3x^2)dx=2\int_{0}^{1}(3-3x^2)dx=2(3x-x^3)\Big|_0^1=2(3-1)-0=4.$$

Ответ: 4.

Спасибо за внимание!!