



Подготовка к ЕГЭ-2020 по математике

**«Применение первообразной»
задания из открытого банка
заданий ЕГЭ**



Немного теории.
Первообразная,
интеграл
и их применение



ПЕРВООБРАЗНАЯ

- Функция F называется первообразной для функции f , если выполняется условие

$$F'(x) = f(x)$$

НЕОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ



- Совокупность всех первообразных $F(x)+c$ для функции $f(x)$ называется неопределенным интегралом и обозначается

$$\int f(x)dx = F(x) + c$$

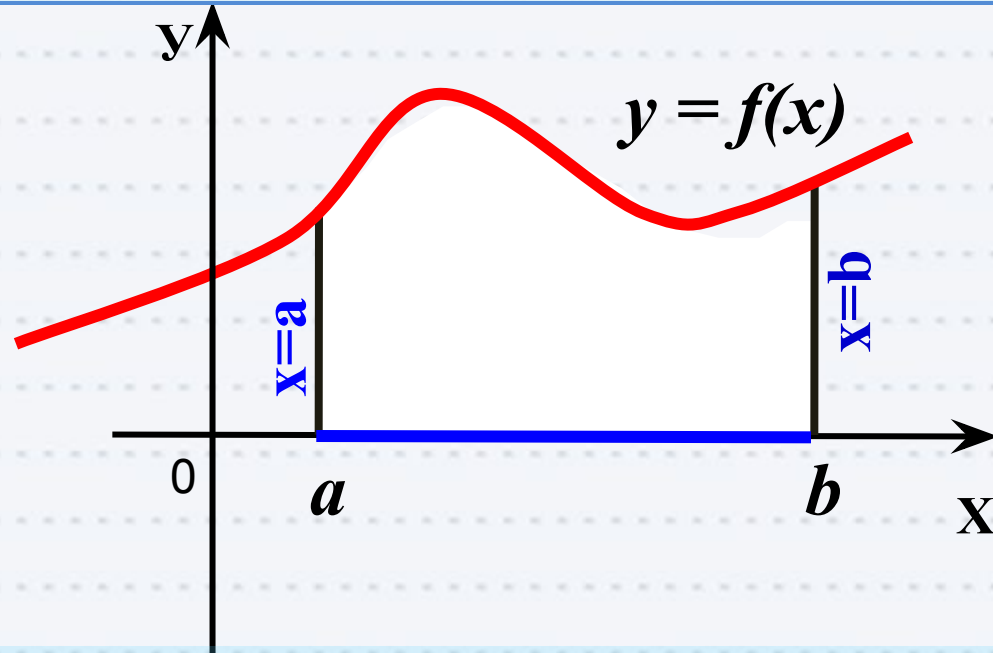
- ▣ где $f(x)$ – подинтегральная функция,
- ▣ $f(x)dx$ – подинтегральное выражение (дифференциал),
- ▣ c – постоянная интегрирования.

Криволинейная

трапеция



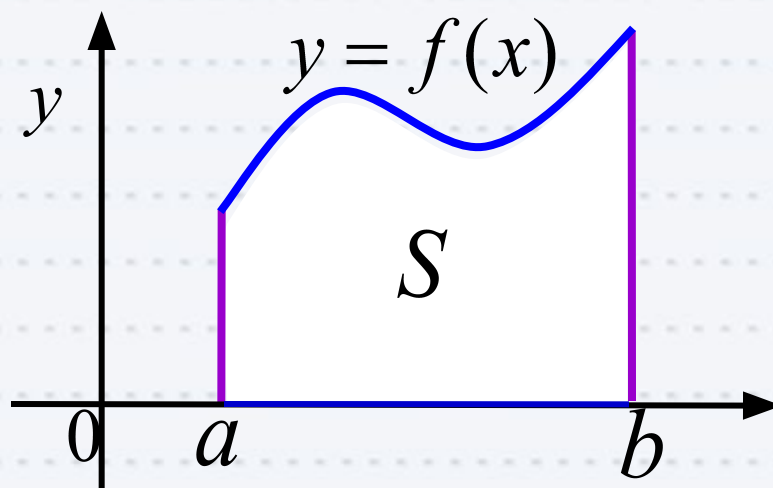
Криволинейной трапецией называется фигура, ограниченная графиком непрерывной и не меняющей на отрезке $[a;b]$ знака функции $f(x)$, прямыми $x=a$, $x=b$ и отрезком $[a;b]$.



Отрезок $[a;b]$ называют **основанием** этой криволинейной трапеции



Площадь криволинейной трапеции.



$$S = F(b) - F(a)$$

где $F(x)$ – любая первообразная функции $f(x)$.

Формула Ньютона-Лейбница

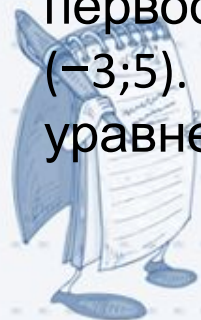


$$S = F(b) - F(a)$$

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

$$S = \int_a^b f(x) dx$$



На рисунке изображён график функции $y = F(x)$ — одной из первообразных некоторой функции $f(x)$, определённой на интервале $(-3; 5)$. Пользуясь рисунком, определите количество решений уравнения $f(x)=0$ на отрезке $[-2; 4]$.



Решение:

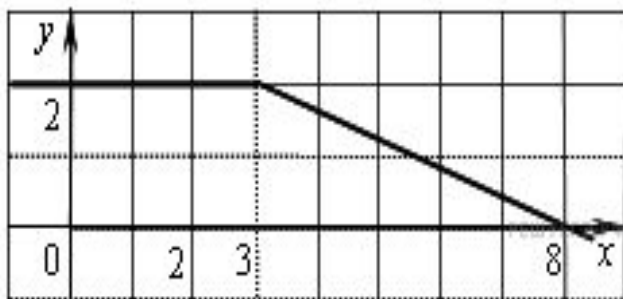
По определению первообразной на интервале $(-3; 5)$ справедливо равенство: $f(x) = F'(x)$

Следовательно, решениями уравнения $f(x)=0$ являются точки экстремумов изображенной на рисунке функции $F(x)$. Это точки $-2,6; -2,2; -1,2; -0,5; 0; 0,4; 0,8; 1,2; 2,2; 2,8; 3,4; 3,8$. Из них на отрезке $[-2; 4]$ лежат 10 точек. Таким образом, на отрезке $[-2; 4]$ уравнение $f(x)=0$ имеет 10 решений.

Ответ: 10.



На рисунке изображён график некоторой функции $y=f(x)$ (два луча с общей начальной точкой). Пользуясь рисунком, вычислите $F(8)-F(2)$, где $F(x)$ — одна из первообразных функции $f(x)$.

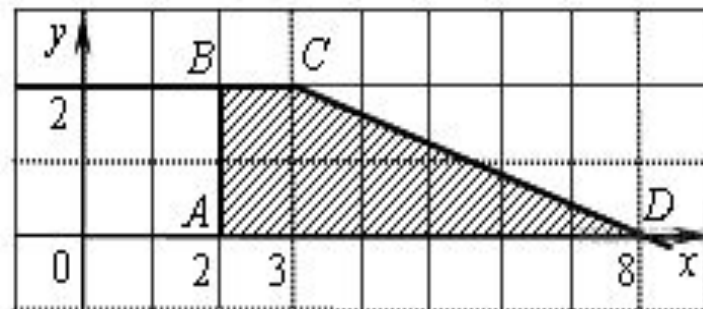


Решение:

Разность значений первообразной в точках 8 и 2 равна площади выделенной на рисунке трапеции ABCD. Поэтому

$$F(b)-F(a)=\frac{1+6}{2} \cdot 2=7$$

Ответ: 7.

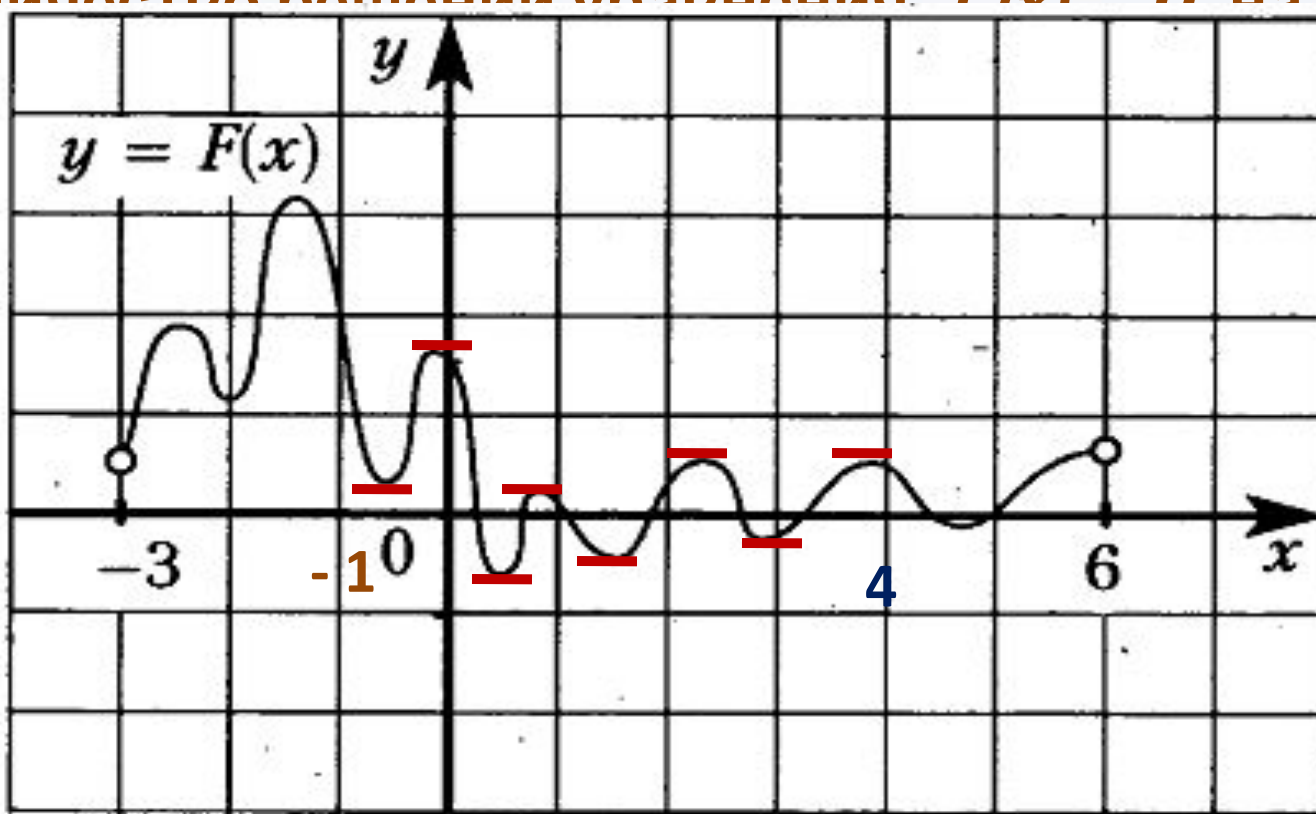


1. Задачи на определение первообразной.

На рисунке изображен график функции $y = F(x)$ – одной из первообразных некоторой функции $y = f(x)$ определенной на интервале $(-3; 6)$. Пользуясь рисунком, определите

$$F'(x) = f(x)$$

количество решений уравнения $f(x) = 0$ на отрезке $[-1; 4]$

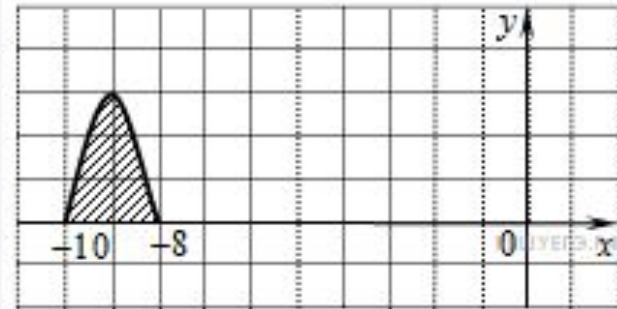




На рисунке изображён график некоторой функции $y=f(x)$.
Функция $F(x)=-x^3-27x^2-240x-8$ — одна из первообразных
функции $f(x)$. Найдите площадь закрашенной фигуры.

Решение:

Найдем формулу, задающую
функцию $f(x)$, график которой
изображён на рисунке.



$$f(x) = F'(x) = -3x^2 - 54x - 240 = -3(x^2 + 18x) - 240 = 3 - 3(x+9)^2.$$

Следовательно, график функции $f(x)$ получен сдвигом графика
функции $y=3-3x^2$ на 9 единиц влево вдоль оси абсцисс.
Поэтому искомая площадь фигуры равна площади фигуры,
ограниченной графиком функции $y=3-3x^2$ и отрезком
абсцисс. Имеем: $[-1; 1]$

$$S = \int_{-1}^1 (3 - 3x^2) dx = 2 \int_0^1 (3 - 3x^2) dx = 2(3x - x^3) \Big|_0^1 = 2(3 - 1) - 0 = 4.$$

Ответ: 4.



**Спасибо за
внимание!!**