

Решение экономических задач

Для пошива одного изделия требуется выкроить из ткани 6 деталей. На швейной фабрике были разработаны два варианта раскроя ткани. В табл.1.3 приведены характеристики вариантов раскроя 10 м^2 ткани и комплектность, т.е. количество деталей определенного вида, которые необходимы для пошива одного изделия. Ежемесячный запас ткани для пошива изделий данного типа составляет 405 м^2 . В ближайший месяц планируется сшить 90 изделий.

Постройте математическую модель задачи, позволяющую в ближайший месяц выполнить план по пошиву с минимальным количеством отходов.

Таблица 1.3

Характеристики вариантов раскроя отрезков ткани по 10 м²

Вариант раскроя	Количество деталей, шт./отрез						Отходы, м ² /отрез
	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	
1	60	0	90	40	70	90	0,5
2	80	35	20	78	15	0	0,35
Комплектность, шт./изделие	1	2	2	2	2	2	

Решение

Переменные задачи

В данной задаче искомые величины явно не указаны, но сказано, что должен быть выполнен ежемесячный план по пошиву 90 изделий. Для пошива

90 изделий в месяц требуется раскроить строго определенное количество деталей. Крой производится из отрезов ткани по 10 м^2 двумя различными способами, которые позволяют получить различное число деталей. Поскольку заранее неизвестно, сколько ткани будет раскраиваться первым способом и сколько – вторым, то в качестве искомых величин можно задать *количество отрезов ткани по 10 м^2 , раскроенных каждым из способов:*

x_1 – количество отрезов ткани по 10 м^2 , раскроенных первым способом в течение месяца, [отрез./мес.];

x_2 – количество отрезов ткани по 10 м^2 , раскроенных вторым способом в течение месяца, [отрез./мес.].

Целевая функция

Целью решения задачи является выполнение плана при минимальном количестве отходов. Поскольку количество изделий строго запланировано (90 шт./мес.), то этот параметр не описывает ЦФ, а относится к ограничению, невыполнение которого означает, что задача не решена. А критерием эффективности выполнения плана служит параметр "количество отходов", который необходимо свести к минимуму. Поскольку при раскрое одного отреза (10 м^2) ткани по 1-му варианту получается $0,5 \text{ м}^2$ отходов, а по 2-му варианту – $0,35 \text{ м}^2$ (см. табл. 1.3), то общее количество отходов при крое (ЦФ) имеет вид

$$L(X) = 0,5x_1 + 0,35x_2 \rightarrow \min ,$$

$$\left[\frac{\text{м}^2 \text{ отх.}}{\text{отрез.}} \cdot \frac{\text{отрез.}}{\text{мес.}} = \frac{\text{м}^2 \text{ отх.}}{\text{мес.}} \right].$$

Ограничения

Количество раскроев ткани различными способами ограничивается следующими условиями:

- должен быть выполнен план по пошиву изделий, другими словами, общее количество выкроенных деталей должно быть таким, чтобы из него

можно было пошить 90 изделий в месяц, а именно: деталей 1-го вида должно быть как минимум 90 и деталей остальных видов – как минимум по 180 (см. комплектность в табл.1.3).

- расход ткани не должен превышать месячного запаса его на складе;
- количество отрезков раскроенной ткани не может быть отрицательным.

Ограничения по **плану пошива** пальто имеют следующую *содержательную* форму записи

$$\left(\begin{array}{l} \text{Общее количество деталей №1,} \\ \text{выкроенных по всем вариантам} \end{array} \right) \geq (90 \text{ штук});$$

$$\left(\begin{array}{l} \text{Общее количество деталей №2,} \\ \text{выкроенных по всем вариантам} \end{array} \right) \geq (180 \text{ штук});$$

...

$$\left(\begin{array}{l} \text{Общее количество деталей №6,} \\ \text{выкроенных по всем вариантам} \end{array} \right) \geq (180 \text{ штук}).$$

Математически эти ограничения записываются в виде

Математически эти ограничения записываются в виде

$$60x_1 + 80x_2 \geq 90 ;$$

$$35x_2 \geq 180 ;$$

$$90x_1 + 20x_2 \geq 180 ;$$

$$40x_1 + 78x_2 \geq 180 ;$$

$$70x_1 + 15x_2 \geq 180 ;$$

$$90x_1 \geq 180 ;$$

$$\left[\frac{\text{шт.}}{\text{отрез.}} \cdot \frac{\text{отрез.}}{\text{мес.}} \right] \geq \left[\frac{\text{шт.}}{\text{мес.}} \right].$$

Ограничение по **расходу ткани** имеет следующие формы записи:

содержательную

$$\left(\begin{array}{l} \text{Общее количество ткани,} \\ \text{раскроенной за месяц} \end{array} \right) \leq (405 \text{ м}^2)$$

И математическую

$$x_1 + x_2 \leq \frac{405}{10},$$

$$\left[\frac{\text{отрез.}}{\text{мес.}} \right] \leq \left[\frac{\text{м}^2 \cdot \text{отрез.}}{\text{мес.} \cdot \text{м}^2} \right].$$

Неотрицательность количества раскроенных отрезков задается в виде

$$x_1 \geq 0,$$

$$x_2 \geq 0.$$

Таким образом, *математическая модель* задачи №1.03 имеет вид

$$L(X) = 0,5x_1 + 0,35x_2 \rightarrow \min \text{ [м}^2 \text{ отх./мес.]},$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 60x_1 + 80x_2 \geq 90 \text{ [шт./мес.]}, \\ 35x_2 \geq 180 \text{ [шт./мес.]}, \\ 90x_1 + 20x_2 \geq 180 \text{ [шт./мес.]}, \\ 40x_1 + 78x_2 \geq 180 \text{ [шт./мес.]}, \\ 70x_1 + 15x_2 \geq 180 \text{ [шт./мес.]}, \\ 90x_1 \geq 180 \text{ [шт./мес.]}, \\ x_1 + x_2 \leq 40,5 \text{ [отрез./мес.]}, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \text{ [отрез./мес.]}. \end{array} \right.$$

1.3. Варианты задач для самостоятельного решения

Задача №1.1

Фирма выпускает три вида изделий. В процессе производства используются три технологические операции. На рис.1.1 показана технологическая схема производства изделий

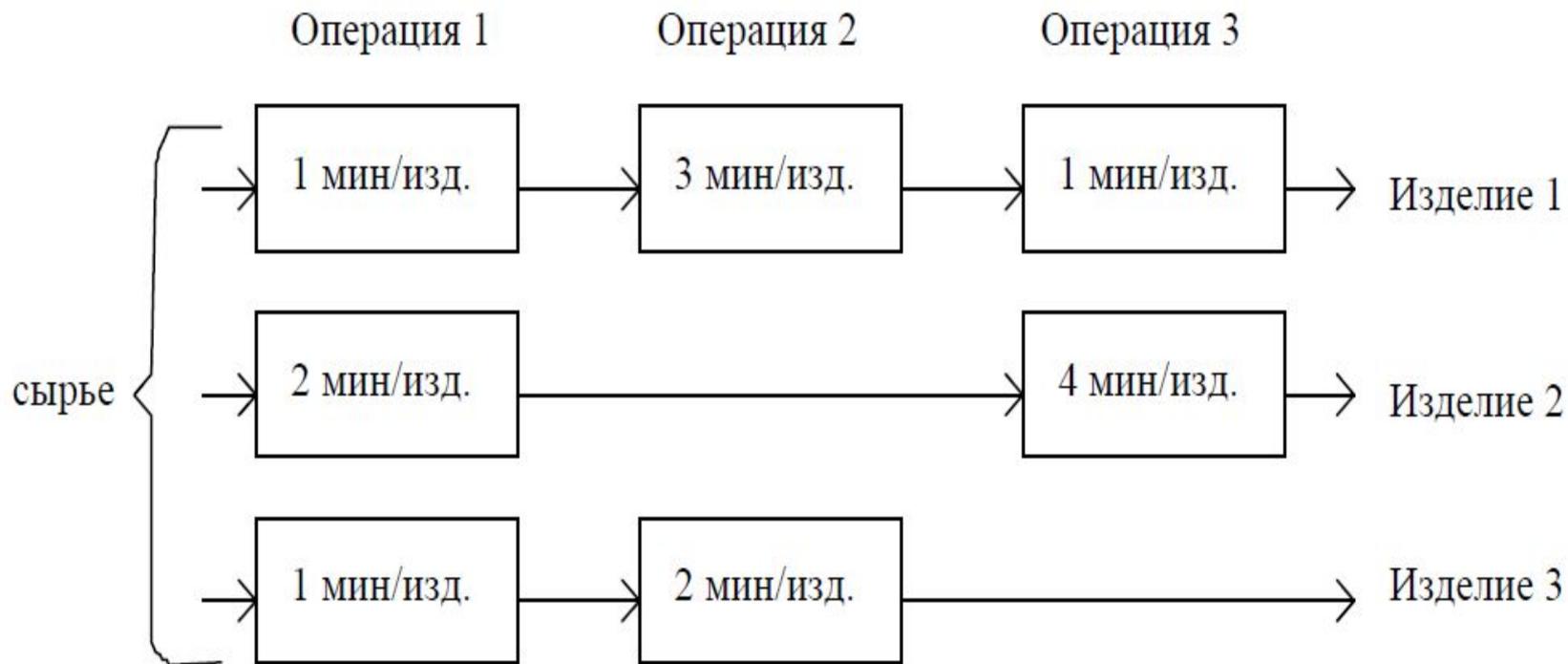


Рис. 1.1. Технологическая схема производства

Фонд рабочего времени ограничен следующими предельными значениями: для первой операции – 430 мин; для второй операции – 460 мин; для третьей операции – 420 мин. Изучение рынка сбыта показало, что ожидаемая прибыль от продажи одного изделия видов 1, 2 и 3 составляет 3, 2 и 5 рублей соответственно.

Постройте математическую модель, позволяющую найти наиболее выгодный суточный объем производства каждого вида продукции?

Задача №1.2

При изготовлении изделий I_1 и I_2 используются сталь и цветные металлы, а также токарные и фрезерные станки. По технологическим нормам на производство единицы изделия I_1 требуется 300 и 200 станко-часов соответственно токарного и фрезерного оборудования, а также 10 и 20 кг соответственно стали и цветных металлов. Для производства единицы изделия I_2 требуется 400, 100, 70 и 50 соответствующих единиц тех же ресурсов.

Цех располагает 12400 и 6800 станко-часами соответственно токарного и фрезерного оборудования и 640 и 840 кг соответственно стали и цветных металлов. Прибыль от реализации единицы изделия I_1 составляет 6 руб. и от единицы изделия I_2 – 16 руб.

Постройте математическую модель задачи, используя в качестве показателя эффективности прибыль и учитывая, что время работы фрезерных станков должно быть использовано полностью.

Задача №1.3

Для сохранения нормальной жизнедеятельности человек должен в сутки потреблять белков не менее 120 условных единиц (усл. ед.), жиров – не менее 70 и витаминов – не менее 10 усл. ед. Содержание их в каждой единице продуктов P_1 и P_2 равно соответственно $(0,2; 0,075; 0)$ и $(0,1; 0,1; 0,1)$ усл. ед. Стоимость 1 ед. продукта P_1 – 2 руб., P_2 – 3 руб.

Постройте математическую модель задачи, позволяющую так организовать питание, чтобы его стоимость была минимальной, а организм получил необходимое количество питательных веществ.