

Лекция №9

Силы инерции



Алексей Викторович
Гуденко

*Треть россиян считают, что
Солнце вращается вокруг Земли*

12/04/2012

Вопрос был на 1500 евро...

- Во французском аналоге интеллектуальной игры "Кто хочет стать миллионером" участнику задали вопрос: **"Что вращается вокруг Земли?"** с такими вариантами ответов:
 - Луна; -Солнце; -Марс; -Венера
- Сначала интеллектуальный француз попросил помощи зала.
Зал ответил: **42% за Луну,**
56% - за Солнце
- Интеллектуал остановился на Солнце.

План лекции

- Неинерциальные системы отсчёта (НСО). Силы инерции.
- Поступательно движущиеся (НСО). Принцип эквивалентности.
- Равномерно вращающаяся система отсчёта. Центробежная сила инерции. Сила Кориолиса.
- Примеры решения задач в НСО.

Демонстрации

- Песочный маятники Фуко на платформе

Неинерциальные системы отсчёта. Силы инерции

- Для ИСО: $\mathbf{a} = \mathbf{a}_{\text{отн}}$
- Как «подправить» уравнение динамики в НСО?
 $m\mathbf{a}_{\text{отн}} = \mathbf{F} + \mathbf{F}_{\text{ин}}$
- Для НСО: $\mathbf{a} = \mathbf{a}_{\text{отн}} + \mathbf{a}^* \Rightarrow$
 $m\mathbf{a} = m\mathbf{a}_{\text{отн}} + m\mathbf{a}^* \Rightarrow$
 $m\mathbf{a}_{\text{отн}} = m\mathbf{a} + (-m\mathbf{a}^*) = \mathbf{F} + \mathbf{F}_{\text{ин}} \Rightarrow$
 $\mathbf{F}_{\text{ин}} = -m\mathbf{a}^*$
- Сила инерции $\mathbf{F}_{\text{ин}} = -m\mathbf{a}^*$ зависит от:
 1. параметров НСО
 2. положения и скорости частицы

Поступательная сила инерции

- $F = - ma_0$
- В ускоряющейся ракете на все тела действует сила инерции $F = - ma_0$ - возникает однородное силовое поле, эквивалентное однородному полю тяжести.
- Принцип эквивалентности:
Никакими физическими опытами невозможно отличить однородное поле тяготения от однородного поля сил инерции.
- Состояние невесомости при свободном падении в однородном поле тяжести эквивалентно движению в свободном пространстве: силу тяжести компенсирует сила инерции.

Поступательная сила инерции

$$F_{\text{пси}} = - m a_0. \text{ Примеры}$$

- Вес тела в лифте; блок с грузами.
- Маятник на тележке.
- Аквариум на тележке.
- Невесомость – проявление силы инерции: сила тяжести уравновешивается силой инерции!

Равномерно вращающаяся СО. Центробежная сила. Сила Кориолиса

- По краю равномерно вращающегося диска движется частица со скоростью $v_{\text{отн}}$.
- Уравнение движения в ИСО:
$$F = mv^2/r = m(v_{\text{отн}} + \omega r)^2/r = mv_{\text{отн}}^2/r + 2mv_{\text{отн}}\omega + m\omega^2 r$$
- В векторном виде:
$$\mathbf{F} = m\mathbf{a}_{\text{отн}} - 2m\mathbf{v}_{\text{отн}}\boldsymbol{\omega} - m\omega^2\mathbf{r} \Leftrightarrow m\mathbf{a}_{\text{отн}} = \mathbf{F} + 2m[\mathbf{v}_{\text{отн}}\boldsymbol{\omega}] + m\omega^2\mathbf{r}$$
- $\mathbf{F}_{\text{кор}} = 2m[\mathbf{v}_{\text{отн}}\boldsymbol{\omega}]$ – сила Кориолиса
- $\mathbf{F}_{\text{цб}} = m\omega^2\mathbf{r}$ – центробежная сила

Основное уравнение динамики в неинерциальной системе отсчёта

- Если система перемещается поступательно с ускорением \mathbf{a}_0 и вращается с постоянной угловой скоростью $\boldsymbol{\omega}$, то:
$$m\mathbf{a}' = \mathbf{F} - m\mathbf{a}_0 + m\boldsymbol{\omega}^2\mathbf{r} + 2m[\mathbf{v}' \boldsymbol{\omega}]$$
- \mathbf{F} – реальная сила
- $\mathbf{F}_{\text{пси}} = m(-\mathbf{a}_0)$ – поступательная сила инерции
- $\mathbf{F}_{\text{цб}} = m\boldsymbol{\omega}^2\mathbf{r}$ – центробежная сила инерции
- $\mathbf{F}_{\text{кор}} = 2m[\mathbf{v}_{\text{отн}} \boldsymbol{\omega}]$ – сила Кориолиса.
- Сила Кориолиса **перпендикулярна** скорости \Rightarrow не производит работы!

Особенности сил инерции

- Силы инерции существуют только в НСО
- Силы инерции обусловлены не взаимодействием тел, а свойствами НСО. Третий закон Ньютона для сил инерции не работает.
- Все силы инерции пропорциональны массе тела (подобно силам тяготения)

Центробежная сила и ускорение свободного падения: $g = g_0 + \omega^2 r_{\perp}$

- $g \neq g_0 (= GM/R^2)$
Ускорение свободного падения на экваторе уменьшается на:
 $\delta_{\text{ЭКВ}} = \omega^2 R / g_0 = 0,33\%$
в Долгопрудном ($\varphi = 56^\circ$):
 $\delta = \omega^2 R \cos^2 \varphi / g_0 = 0,1\%$
- *Вертикаль не вертикальна!*
Вертикаль отклоняется от g_0 на угол:
 $\alpha = \frac{1}{2} \omega^2 R \sin 2\varphi / g_0$

Центробежный потенциал:

$$U = - \frac{1}{2} m\omega^2 r^2 + C$$

- Задача про карусель:
- $\omega = 1$ рад/с; $R = 5$ м; $M = 60$ кг
- Какую работу совершит человек, если перейдёт от периферии к центру?
- Решение:

$$A = U_2 - U_1 = \frac{1}{2} M\omega^2 R^2 = 750 \text{ Дж}$$

Шарик во вращающейся трубке (№12.41)

- В центре вращающейся трубки находится шарик. Ось вращения проходит через центр трубы и перпендикулярна трубке.
- Скорость вращения Ω ;
длина трубки $L = 2R$
- С какой скоростью вылетит шарик $V = ?$
- Решение:
- $m\Omega^2 R^2/2 = mv'^2/2 \Rightarrow v' = \Omega R$ – относительная скорость \Rightarrow абсолютная скорость
 $v_0 = (2)^{1/2} \Omega R$

Сила Кориолиса и стрельба на карусели (№8.5)

- Карусель: $T = 10$ с; $R = 5$ м; $v = 300$ м/с.
Мишень – диаметрально противоположна.
- Под каким углом надо целиться?
- Решение:

$$a_y = a_{\text{кор}} = 2\omega v \Rightarrow$$

$$S = 2R = v^2 \sin 2\alpha / a_y \Rightarrow$$

$$\alpha = 2R\omega / v = 4\pi R / vT = 1.2^\circ$$

Отклонение падающих тел от вертикали.

- Сила Кориолиса проявляется в отклонении свободно падающих тел к востоку:

- **Экватор:**

$$a_{\text{кор}} = 2\omega v = 2\omega gt \Rightarrow v_y = \omega gt^2 \Rightarrow$$
$$S_{\text{ЭКВ}} = 1/3 \omega gt^3 = 2/3 \omega h(2h/g)^{1/2}$$

- $h = 500 \text{ м} \Rightarrow S_{\text{ЭКВ}} = 24,5 \text{ см}$

- **Москва:**

для Останкинской телевышки $\varphi = 56^\circ$ с.ш.

$$s = s(\varphi) = S_{\text{ЭКВ}} \cos\varphi \approx 14 \text{ см}$$

Сила Кориолиса и проблема правого рельса у железнодорожников.

- Поезд массы m (масса вагона $m_1 = 60 \text{ Т}$) движется по меридиану на широте φ со скоростью $v = 30 \text{ м/с}$.

Сила бокового давления $F = ?$

- Решение:

$F = 2m_1 v \omega \sin \varphi = 220 \text{ Н}$ ($\approx 22 \text{ кг}$) – сила от каждого вагона она **правый** рельс.

Правый рельс истирается сильнее.

- В северном полушарии **правый берег рек размывается сильнее.**



Сила Кориолиса и артиллеристы (12.9). Пушка Берта (обстрел Парижа)

- $V_0 = 900$ м/с; $S = 18$ км; $\varphi = 60^\circ$ с.ш.
- Решение:
$$\Delta S = a_{\text{кор}} t^2 / 2 = \omega S^2 \sin \varphi / v_0 = 23,6 \text{ м}$$
- Пушка Берта:
дальность стрельбы – 110 км
- Отклонение из-за Кориолиса ~ 1 км!

Солнце вращается вокруг Земли!

- Уравнение движения Солнца:

$$Ma_c = F_{\text{кор}} - F_{\text{цб}} = 2Mv\omega - M\omega^2r = M\omega^2r$$

- $a_c = \omega^2r$

Крышка фотоаппарата Леонова

- Как будет двигаться в кабине спутника предмет с небольшой скоростью $v = 1$ см/с? (12.68)
- Спутник на круговой околоземной орбите \rightarrow сила тяжести уравновешена центробежной силой.
- Остается Кориолис:
под действием Кориолиса колпачок будет кружить по кругу. Радиус окружности:
 $2mv\omega = mv^2/R \rightarrow R = v/2\omega = vR/2v_1 \sim 4$ м.

Гипотетический туннель в земном шаре (12.71)

- В плоскости экватора по диаметру просверлен канал. С какой силой будет давить тело на стенку канала в центре Земли?

- **Решение:**

- Скорость в центре Земли:

$$mv^2/2 - 3/2 mgR = -mgR \Rightarrow v = v_1 = (gR)^{1/2}$$

- Сила давления:

$$F = F_{\text{кор}} = 2mv\omega = 2m(gR)^{1/2} \omega \text{ или:}$$

$$F = (2v_{\text{ЭКВ}}^{\text{кор}}/v_1) mg = 0.12 mg$$