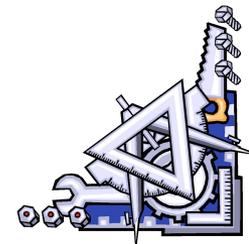
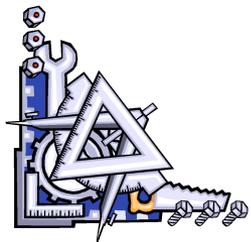
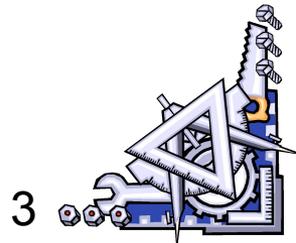
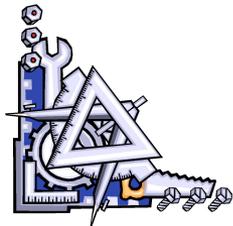


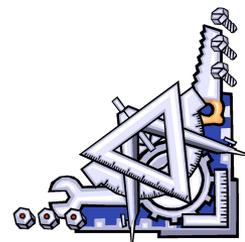
***Применение
производной для
нахождения
наибольших и
наименьших значений
величин.***



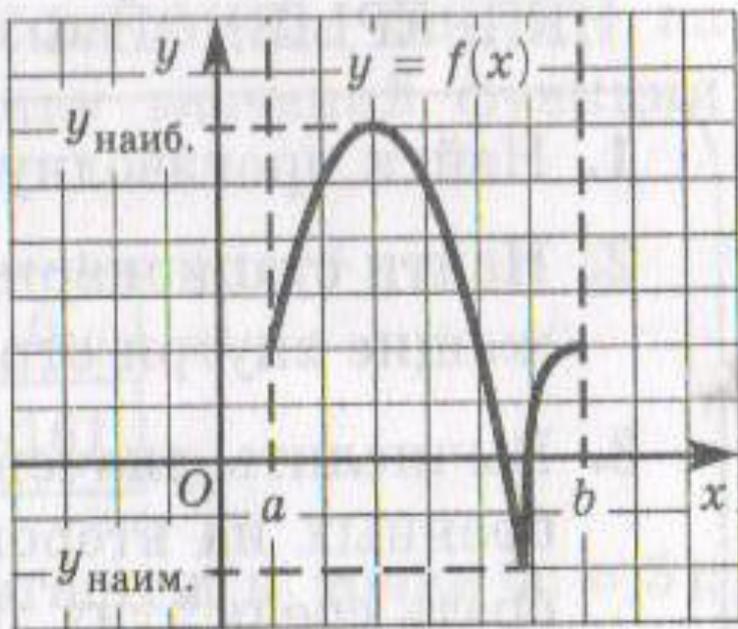
Наибольшее и наименьшее значения непрерывной функции на



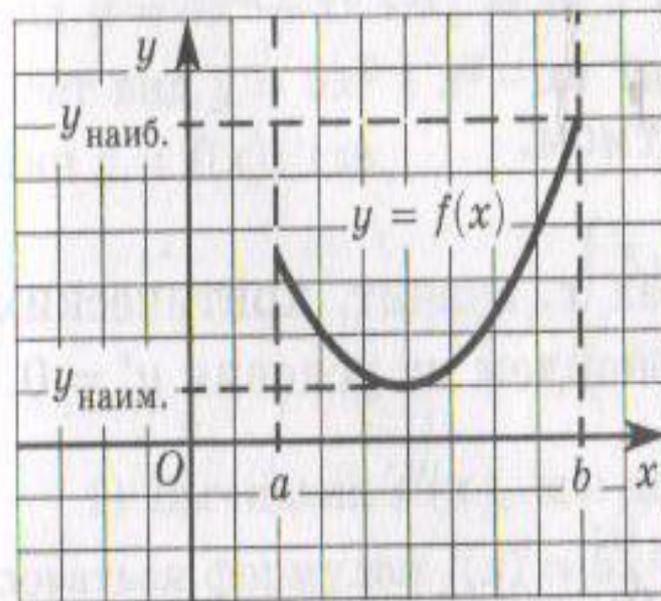
□ Если функция непрерывна на отрезке, то она достигает на нем и наибольшего, и наименьшего значений.



Наибольшего и наименьшего значений непрерывная функция может достигать как на концах отрезка, так и внутри него.

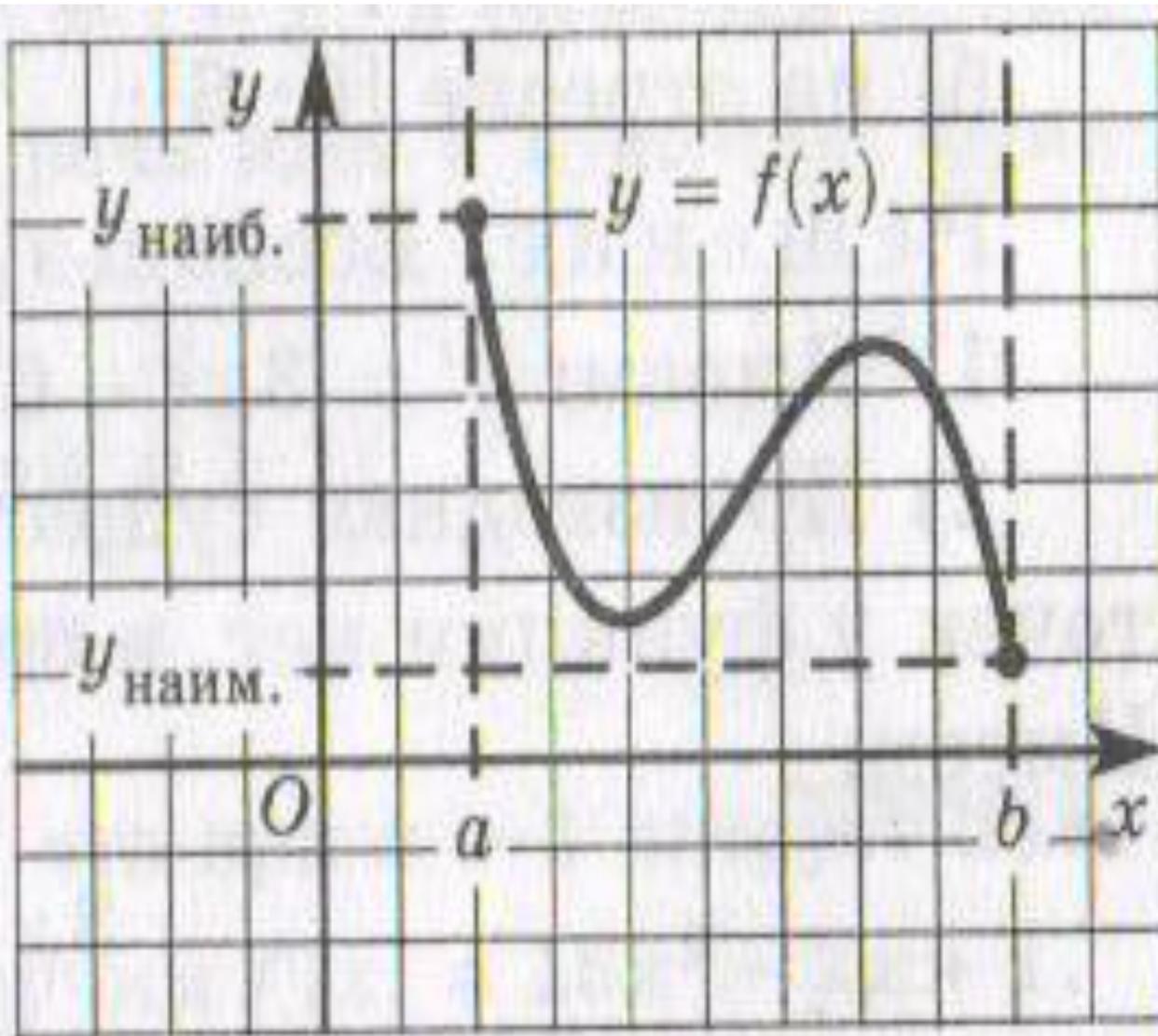


Наибольшее и наименьшее значения достигаются внутри отрезка.



Наименьшее значение достигается внутри отрезка, а наибольшее на его конце.

Наибольшее и наименьшее значения функции достигаются на концах отрезка.



Алгоритм нахождения наименьшего и наибольшего значений непрерывной функции $y=f(x)$ на отрезке $[a;b]$.

1. Найти производную функции $f'(x)$.
2. Найти точки, в которых производная обращается в 0
3. На числовой прямой отметить отрезок $[a;b]$ и отметить точки, лежащие внутри отрезка $[a;b]$.
4. Вычислить значения функции $y=f(x)$ в точках, отобранных на втором шаге, и в точках a и b .
5. Выбрать среди этих значений наименьшее (это будет) и наибольшее.

Пример. Найти наименьшее и наибольшее значения функции $f(x) = 12x - x^3 + 5$ на отрезке $[-4; 0]$.

Решение:

$$D(f) = \mathbb{R}.$$

$$1. f'(x) = 12 - 3x^2.$$

$$D(f') = \mathbb{R}.$$

$$2. \text{Решим уравнение } f'(x) = 0$$

$$12 - 3x^2 = 0;$$

$$3x^2 = 12;$$

$$x_1 = 2; x_2 = -2.$$

3. определим принадлежность точек отрезку

$$2 \notin [-4; 0], -2 \in [-4; 0].$$

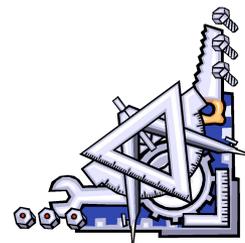
$$4. f(-2) = 12 \cdot (-2) - (-2)^3 + 5 = -11;$$

$$f(-4) = 12 \cdot (-4) - (-4)^3 + 5 = 21;$$

$$f(0) = 5;$$

$$5. \max_{[-4; 0]} f(x) = f(-4) = 21;$$

$$\min_{[-4; 0]} f(x) = f(-2) = -11$$



Пример. Найти наименьшее и наибольшее значения функции $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 4$ на отрезке $[-3;3]$.

Решение:

$$D(f) = R.$$

$$1. f'(x) = -3x^2 + 6x.$$

$$D(f') = R.$$

2. Критических точек нет.

Найдём стационарные точки.

$$-3x^2 + 6x = 0;$$

$$x(-3x + 6) = 0;$$

$$x_1 = 0; x_2 = 2.$$

$$3. 0 \in [-3;3], 2 \in [-3;3].$$

$$4. f(0) = 4;$$

$$f(2) = -2^3 + 3 \cdot 2^2 + 4 = 8;$$

$$f(-3) = -(-3)^3 + 3 \cdot (-3)^2 + 4 = 58;$$

$$f(3) = -3^3 + 3 \cdot 3^2 + 4 = 4.$$

Ответ: $f(-3) = 58$ – наибольшее значение функции;
 $f(0) = f(3) = 4$ – наименьшее значение функции.

