Модели
политической конкуренции

Филатов А.Ю.

Институт систем энергетики им.Л.А.Мелентьева,
Иркутский государственный университет

http://math.isu.ru/filatov,
http://polnolunie.baikal.ru/me,
http://fial_.livejournal.com,
alexander.filatov@gmail.com

Введение в теорию политической конкуренции

При больших количествах избирателей и решаемых вопросов прямая демократия становится невозможной ⇒ объединение в партии!

Участники:
- Избиратели
- Партии
- Кандидаты
- СМИ
- Группы интересов

Ограничения:
- Число партий
- Бюджет
- Демографические характеристики
- Система голосования

Ключевые вопросы:
- Кто победит?
- Сколько денег потратит?
- Какие будут политичес-кие программы?
- Какая будет явка?

Мажоритарная система (победитель получает всё)
Наиболее распространенная ситуация – 2 партии

Модель Хотеллинга-Даунса (1957)

Партии формулируют политику для того, чтобы выиграть выборы, а не выигрывают выборы для того, чтобы формулировать политику!

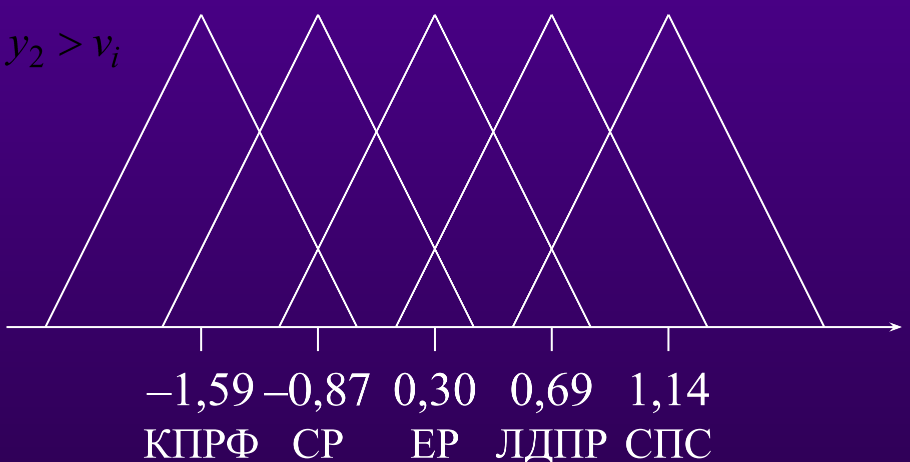
Предположения модели:

- Политические мнения располагаются в одном измерении.
- 2 кандидата (политические партии) с программами $y_1, y_2 \in S \subset R$.
- Позиции партий выбираются однократно с целью победы на выборах.
- Честные избиратели (голосующие за наиболее близкую программу) с позициями $v_i \in S \subset R,\ i = 1,\dots,N$ – нечетное
- Выигрыш избирателя $U_i(v_i)$ – однопиковая функция, т.е. $\exists v_i : \forall\ y_1 < y_2 < v_i$ или $y_1 > y_2 > v_i$ $U_i(y_1) < U_i(y_2) < U_i(v_i)$

Результаты модели:

Если избиратели упорядочены $v_1 \leq \dots \leq v_N$, то при любом парном выборе побеждает партия, выбравшая позицию **медианного избирателя:**

$$y_1^* = y_2^* = v_{(N+1)/2},$$



Экономическая свобода

Причины ненаблюдаемости схождения платформ

1. **Поддержка кандидатом определенной идеологии** – деление всех политиков на office-seeking (Hotelling-Downs, 1957) и policy-seeking (Wittman, 1973).
2. **Двухэтапные выборы** – сначала кандидат борется за выдвижение от партии и только потом за победу на выборах.
3. **Безразличие и отчуждение** – не все избиратели голосуют. Помимо случайной составляющей есть, как минимум, 2 значимых фактора.
4. **Неоднопиковые предпочтения / многомерная шкала предпочтений.**
5. **«Валентность» = способность привлекать** (харизма, имидж, репутация, опыт, реклама, административный ресурс).

Двухэтапные выборы

Чтобы добиться выдвижения от партии, кандидат **должен смещаться в сторону партийной медианы**; необходимость же выиграть сами выборы толкает его обратно **к медиане для всего населения**. Возможна игра по Курно, где точка равновесия располагается между медианами партии и населения. (Coleman, 1971)

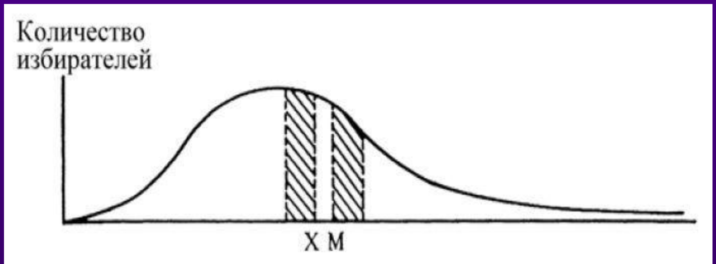
Безразличие и отчуждение

Безразличие: избиратель голосует только тогда, когда $|U_i(y_1) - U_i(y_2)| > \varepsilon_i$. В противном случае позиции кандидатов настолько близки, что голосование перестает представлять какую-либо ценность для избирателя.

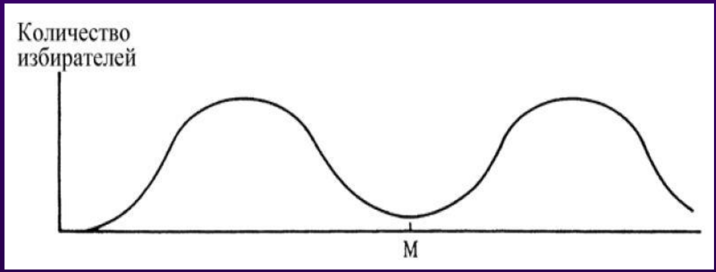
Отчуждение: избиратель голосует только тогда, когда $U_i(v_i) - U_i(y_j) < \delta_i,\ j = \{1,2\}$. В противном случае даже ближайший кандидат находится настолько далеко от позиции избирателя, что голосование за него непривлекательно.

Если частотное распределение предпочтений избирателей является симметричным и унимодальным, **безразличие и отчуждение не влияют** на тенденцию схождения позиций кандидатов.

Если распределение предпочтений избирателей унимодально, но асимметрично, то оптимум каждого кандидата **сдвигается в сторону моды**. (Comanor, 1976)



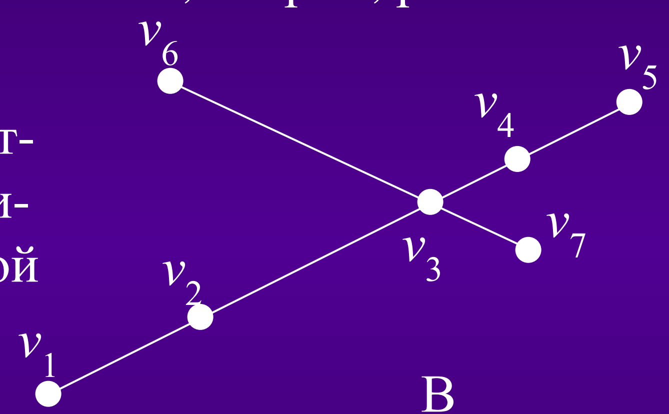
Если распределение предпочтений бимодально, оптимум каждого кандидата **может при сильном отчуждении сдвинуться в сторону 2 мод**. Но не обязательно! (Davies, 1970)



Многомерная шкала предпочтений

На практике трудно представить себе одномерную шкалу предпочтений: права человека, налоги, пенсии, протекционизм, экология, аборты, расизм…

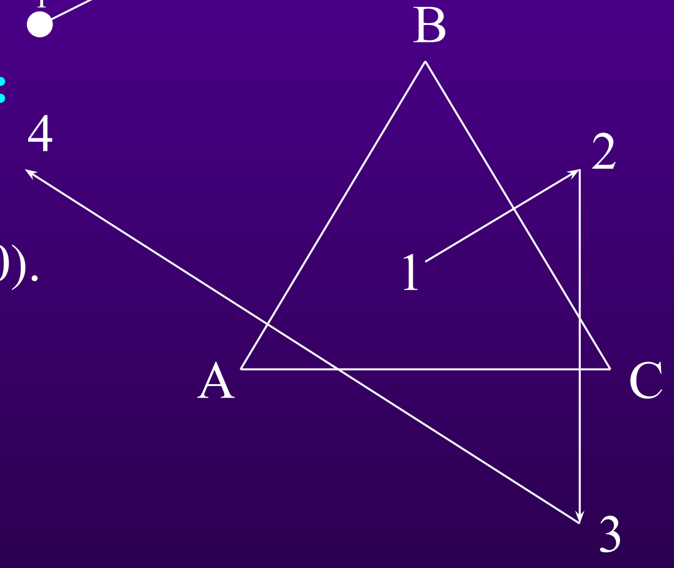
Теорема Плотта (1967):
Равновесие в **многомерном пространстве** сущест-вует тогда и только тогда, когда позиции всех изби-рателей лежат на прямых, пересекающихся в одной медианной точке, где есть свой избиратель.



Примеры циклов в многомерном пространстве:

$1 \overset{A,B,C}{>} 4 \overset{A,B}{>} 3 \overset{A,C}{>} 2 \overset{B,C}{>} 1.$

$(10,10,10) < (11,11,0) < (12,0,1) < (0,1,2) < (10,10,10).$



Исходя из данной модели, должна происходить постоянная смена правящей партии!

Эмпирические данные по США

Период	Число выборов	Частота смены правящей партии	Доля голосов за победителя	Разница между 1 и 2 местом	Доля голосов за меньшинство
1775-1793	41	0,273	0,708*	0,489*	0,073*
1794-1807	85	*0,133*	0,700*	0,426*	*0,026
1808-1819	95	0,211	*0,637*	*0,297*	0,022*
1820-1834	163	0,190*	0,675*	*0,406*	*0,055*
1835-1849	201	*0,292	*0,551*	*0,142*	0,039
1850-1859	156	0,296	0,541*	0,137*	0,056*
1860-1869	176	0,260	*0,627*	*0,271	*0,017*
1870-1879	167	0,259	*0,571	*0,177*	0,035
1880-1889	160	0,244	0,580	0,196	0,036
1890-1899	178	0,299	0,551*	0,172*	*0,070*
1900-1909	184	*0,143*	0,588	0,218	*0,043
1910-1919	185	*0,315	0,565*	0,215	*0,085*
1920-1929	187	*0,211	0,619	0,269	*0,031
1930-1939	180	*0,320	0,608	0,248	0,032
1940-1949	178	*0,243	0,633*	0,272	0,010*
1950-1959	173	0,236	0,612	0,232	0,009*
1960-1969	156	*0,372*	*0,568	*0,146*	0,010*
1970-1979	151	0,391*	0,596	0,160*	0,024
1980-1989	120	0,325	0,569	0,160*	0,018*
1990-1996	103	0,379*	0,565*	0,175*	0,040
Всего	**3039**	**0,273**	**0,596**	**0,226**	**0,037**

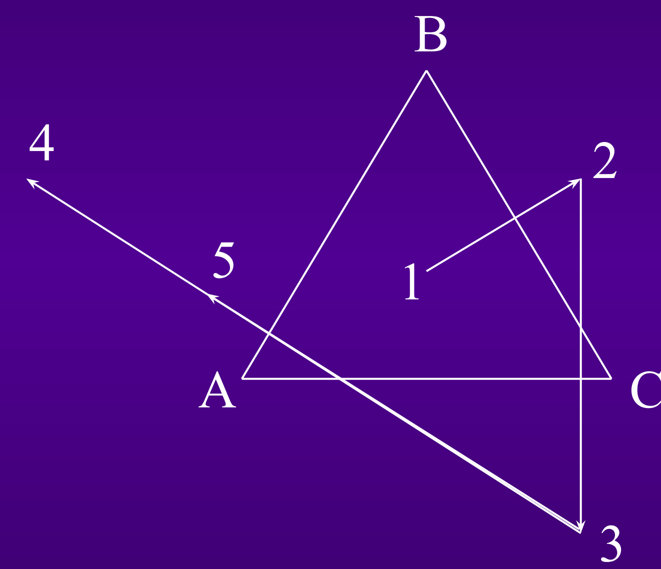
Гипотезы зацикливания, случайности и заговора

Гипотеза зацикливания на эмпирических данных по губернаторским выборам в США не подтверждается. Факты показывают нечто среднее между вариантами
Гипотеза случайности: выборы представляют собой события со случайным исходом. Вероятность смены партии, контролирующей пост губернатора, в двухпартийной системе, существующей в США, равна 0,5.
Гипотеза заговора: действующие должностные лица могут манипулировать избирательной системой или предпочтениями таким образом, что они никогда не проигрывают выборов. Вероятность поражения равна нулю.

Поскольку процесс стабилен, предположим, что кандидаты делают выбор не из всего политического пространства, а из некоторого его подмножества.

Незакрытое множество

Незакрытое множество – множество всех точек y внутри множества осуществимых альтернатив S, таких что для любой другой альтернативы z из множества S либо выполняется условие $y>z$, либо существуют некоторые альтернативы $x \in S$, для которых выполняется условие $y > x > z$.



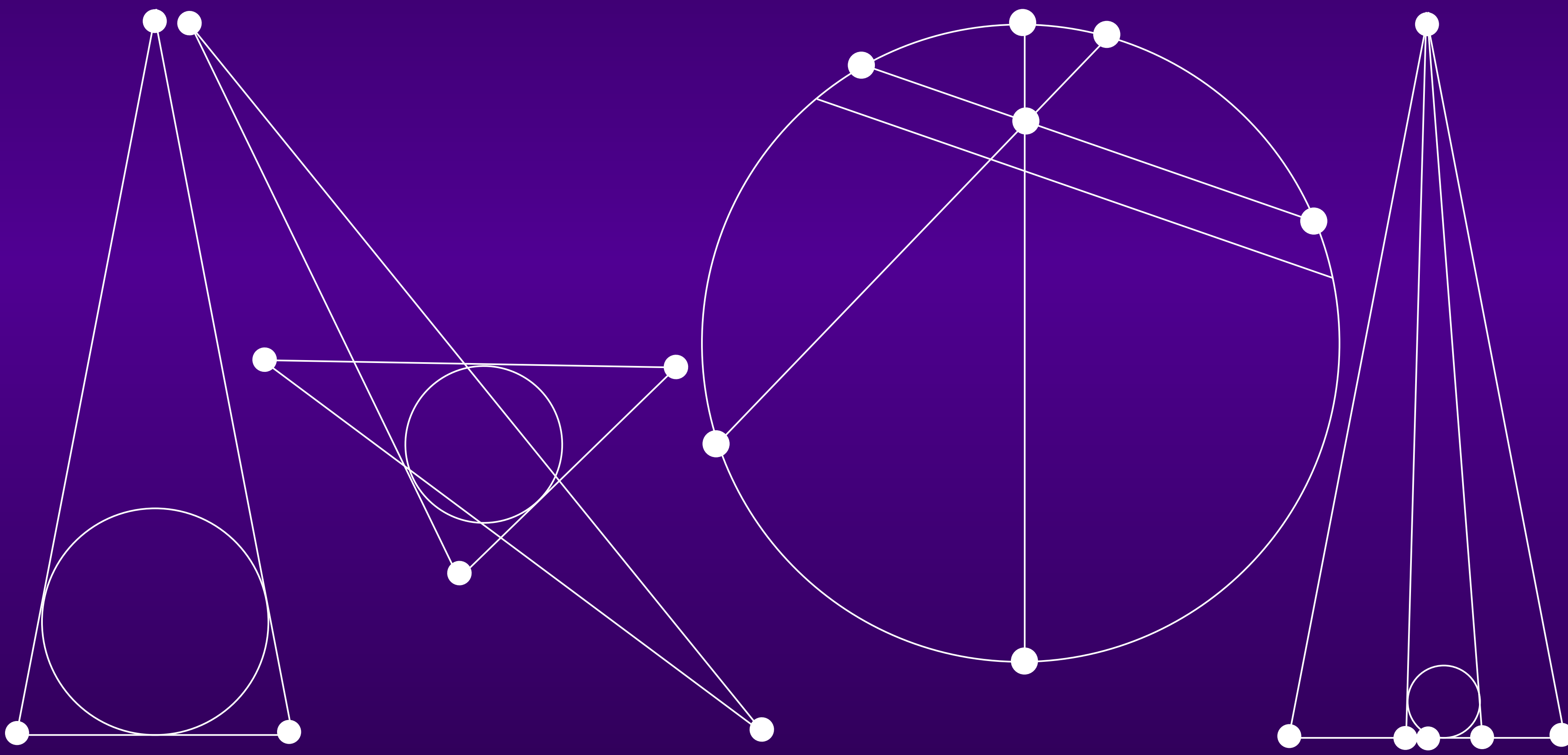
В приведенном примере **кандидат 4 закрывается кандидатом 5**, поскольку, в данном случае, если $4 > x$, то $5 > x$, т.е. нет альтернативы $4 > x > 5$.

Для рассматриваемого случая (Feld, 1987) незакрытое множество совпадает с множеством Парето, т.е. с треугольником ABC.

Теорема Мак-Келви (1986):

Незакрытое множество всегда находится внутри окружности с радиусом $4r$, где r – радиус минимальной по радиусу окружности (**«желтка»**), которая пересекает все медианные линии.

Иллюстрации к теореме Мак-Келви



Вероятностные модели

Логика:

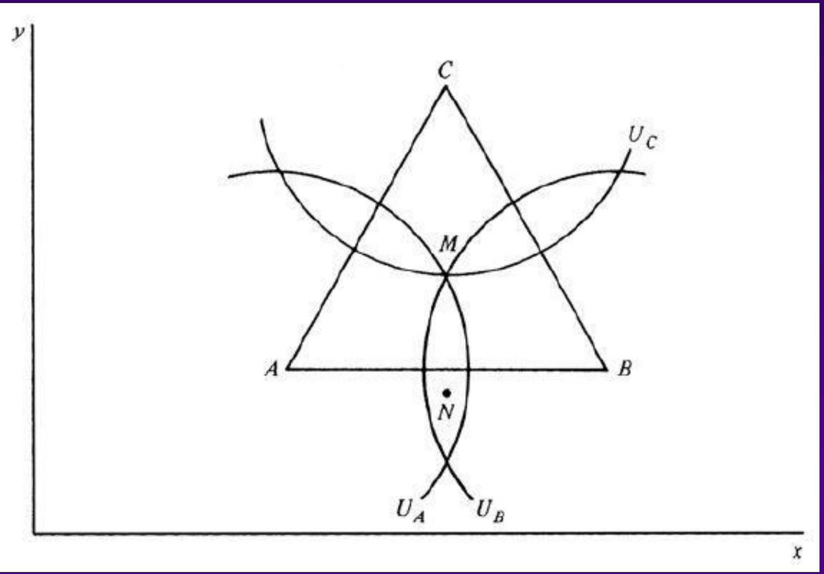
1. Кандидаты будут выбирать позиции внутри треугольника *ABC*.
2. Их позиции будут смещаться к центру, в окрестность точки *M*.

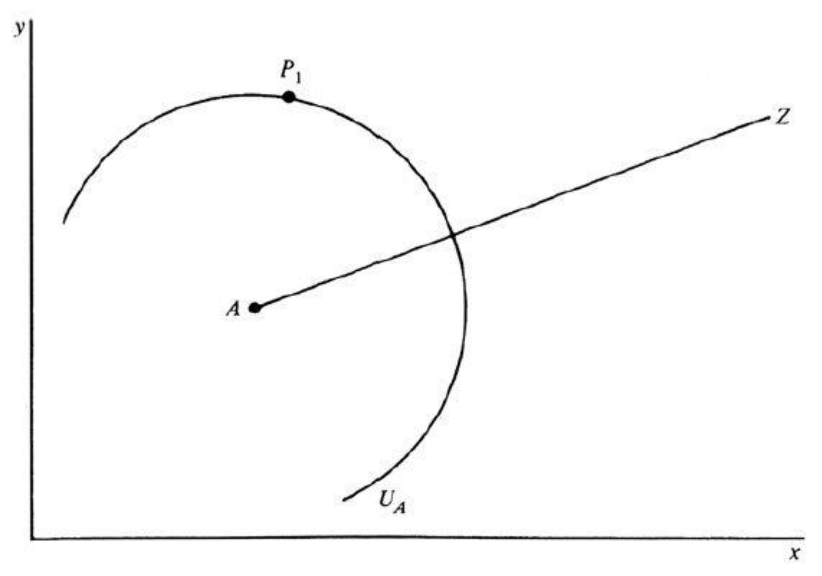
Детерминированная модель:

Кандидат, располагающийся внутри любого из 3 секторов, побеждает *M*. В частности, $N > M$.

Вероятностная модель:

Вероятность голосовать за кандидата увеличивается при приближении к *A*, однако не растет скачкообразно от 0 за пределами круга до 1 внутри.





Вероятностные модели

Причины вероятностного голосования:

1. На выбор влияют случайные события («рука дрогнула»).
2. У избирателя нет полной информации относительно позиций кандидатов.
3. Избиратель не может точно оценить расположение идеальной точки *A*.
4. Принадлежность избирателя к определенной группе влияет на его выбор. («Group-specific valence»)
5. Избиратели в целом чаще голосуют за более привлекательных кандидатов вне зависимости от их позиции («General valence»).

Постановка модели:

U_{i1}, U_{i2} – выигрыши *i*-избирателя от победы 1-го и 2-го кандидатов,

Пример: $U_{ij}\left(y_j\right)=Z_j-\phi\left(\left\|v_i-y_j\right\|\right).$

$\pi_{i1}, \pi_{i2}=1-\pi_{i1}$ – вероятности голосования *i*-избирателя за 1-го и 2-го кандидатов.

$$\pi_{i1}=\begin{cases}0, & U_{i1}<U_{i2},\\ 1/2, & U_{i1}=U_{i2},\\ 1, & U_{i1}>U_{i2}\end{cases}$$ **– детерминированное голосование.**

$$\pi_{i1}=f_i\left(U_{i1},U_{i2}\right),\ \frac{\partial f_i}{\partial U_{i1}}>0,\ \frac{\partial f_i}{\partial U_{i2}}<0$$ **– вероятностное голосование.**

$$E\left(y_1\right)=\sum_{i=1}^{n}\pi_{i1}\left(U_{i1}\left(y_1\right),U_{i2}\right)\rightarrow\max_{y_1},\quad E\left(y_2\right)=\sum_{i=1}^{n}\pi_{i2}\left(U_{i1},U_{i2}\left(y_2\right)\right)\rightarrow\max_{y_2}$$

Вероятностные модели

$$\pi_{i1} = f_i\left(U_{i1} - U_{i2}\right)$$

Если вероятностная реакция всех избирателей на различия между ожидаемыми полезностями одинакова, борьба за голоса побуждает кандидатов выбирать программы, максимизирующие функцию общественного благосостояния Бентама:

$$W = U_1 + U_2 + \ldots + U_n.$$

Если реакция избирателей различна, максимизируется взвешенная функция ОБ Бентама (Ledyard, 1984).

$$\pi_{i1} = f_i\left(U_{i1} / U_{i2}\right)$$

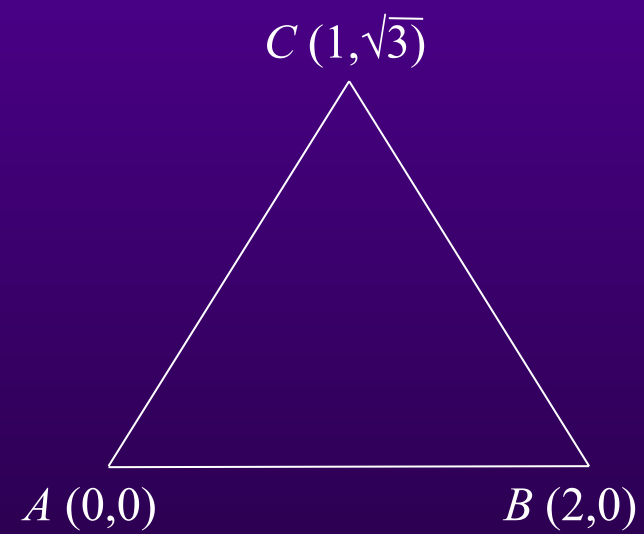
При одинаковой реакции избирателей максимизируем функцию ОБ Нэша:

$$W = U_1 \cdot U_2 \cdot \ldots \cdot U_n.$$

Численный пример для функции ОБ Бентама:

$$U_A = Z - x^2 - y^2,$$
$$U_B = Z - (x-2)^2 - y^2,$$
$$U_C = Z - (x-1)^2 - \left(y - \sqrt{3}\right)^2,$$
$$W = Z + Z + Z - x^2 - (x-2)^2 - (x-1)^2 -$$
$$- 2y^2 - 2\left(y - \sqrt{3}\right)^2 \to \max.$$

$$-2x - 2(x-2) - 2(x-1) = 0, \quad x^* = 1.$$
$$-4y - 2\left(y - \sqrt{3}\right) = 0, \quad y^* = \sqrt{3}/3 = 1/\sqrt{3}.$$



Модели с меняющейся валентностью

Необъяснимые предыдущими моделями факты:

1. Поляризация кандидатов (подтверждается по итогам голосований).
2. Уменьшение числа постоянных приверженцев определенных партий.
3. Резкое (в США более 5 раз за 30 лет) увеличение расходов на ведение избирательных кампаний.

Предположения модели с меняющейся валентностью:

Этап 1. Кандидаты выбирают платформы y_1 и y_2.

Этап 2. Кандидаты выбирают желаемые валентности (свои «рекламные веса») Z_1 и Z_2, определяемые размерами издержек на избирательные кампании $C(Z_1)$ и $C(Z_2)$, $C(Z)' \geq 0$, $C(0)' = 0$, $C(Z)'' > 0$.

Этап 3. Избиратели голосуют в условиях детерминистского голосования, исходя из своих предпочтений, сравнивая полезности U_{i1} и U_{i2}.

Этап 4. Партии оценивают свои выигрыши.

При победе: $\pi_j = 1 - \alpha_C C(z_j)$.

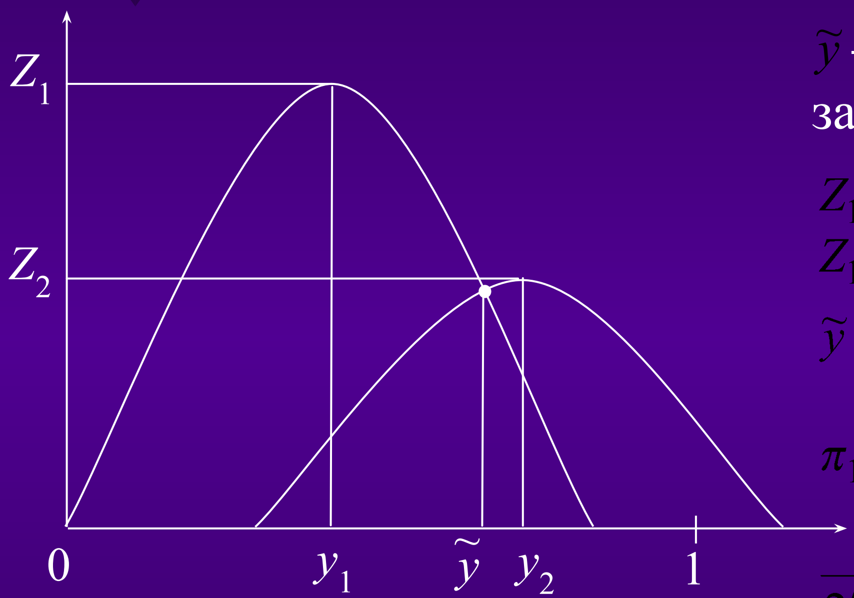
При поражении: $\pi_j = -\alpha_C C(z_j)$.

Вариация: $\pi_j = \gamma - \alpha_C C(z_j)$, γ – доля проголосовавших избирателей.

Численный пример

Континуум избирателей, равномерно распределенных на [0; 1].

$$U_{ij} = Z_j - \left(v_i - y_j\right)^2, \quad C\left(Z_j\right) = Z_j^2 \big/ 2, \quad \alpha_C = 1.$$



$\tilde{y}$ – критический избиратель. Левые голосуют за кандидата 1, а правые – за кандидата 2.

$$Z_1 - \left(\tilde{y} - y_1\right)^2 = Z_2 - \left(\tilde{y} - y_2\right)^2,$$
$$Z_1 - \tilde{y}^2 + 2\tilde{y}y_1 - y_1^2 = Z_2 - \tilde{y}^2 + 2\tilde{y}y_2 - y_2^2,$$
$$\tilde{y} = \frac{y_1 + y_2}{2} + \frac{Z_1 - Z_2}{2\left(y_2 - y_1\right)}.$$
$$\pi_1 = \tilde{y} - Z_1^2 \big/ 2 = \frac{y_1 + y_2}{2} + \frac{Z_1 - Z_2}{2\left(y_2 - y_1\right)} - Z_1^2 \big/ 2 \to \max_{Z_1},$$
$$\frac{1}{2\left(y_2 - y_1\right)} - Z_1 = 0, \quad Z_1^* = Z_2^* = \frac{1}{2\left(y_2 - y_1\right)}.$$

Чем ближе позиции партий, тем выше оптимальный уровень рекламы!

$$\pi_1 = \frac{y_1 + y_2}{2} - \frac{1}{8\left(y_2 - y_1\right)^2} \to \max_{y_1}, \qquad \frac{1}{2} - \frac{1}{4\left(y_2 - y_1\right)^3} = 0, \quad 2\left(y_2 - y_1\right)^3 = 1.$$
$$\pi_2 = 1 - \frac{y_1 + y_2}{2} - \frac{1}{8\left(y_2 - y_1\right)^2} \to \max_{y_2}, \quad -\frac{1}{2} + \frac{1}{4\left(y_2 - y_1\right)^3} = 0, \quad 2\left(y_2 - y_1\right)^3 = 1.$$

Не наблюдается схождения платформ! В оптимуме расстояние $y_2 - y_1 = 1 \big/ \sqrt[3]{2}.$

Дальнейшее изучение моделей политической конкуренции

Финансирование избирательной компании. Лоббирование.

1. Группы интересов и модели их поведения.
2. Равновесия при наличии групп специальных интересов.
3. Информационная и убеждающая кампания в модели Даунса.
4. Эмпирические исследования финансирования избирательных кампаний.
5. Лоббирование.

Многопартийные системы.

1. Идеальная система пропорционального представительства.
2. Электоральные правила: система с передаваемыми голосами, лимитированное голосование, системы с непередаваемыми голосами.
3. Количество политических партий.
4. Стратегическое голосование избирателей: гипотеза рационального избирателя.
5. Стратегическое поведение партий.
6. Коалиции в одномерном пространстве.
7. Коалиции в многомерном пространстве.

Спасибо
за внимание!

http://math.isu.ru/filatov,
http://polnolunie.baikal.ru/me,
http://fial_.livejournal.com,
alexander.filatov@gmail.com