

Анализ состояния фондового рынка на основе многомерных копула-функций

Выполнила:

Научный руководитель:

д.ф.-м.наук Бронштейн Е.М.

Цель и задачи

Целью работы является исследование внутренней зависимости во временных рядах цен акций с помощью копула- и автокорреляционных функций.

Задачи:

1. Разработка методики применения многомерных копула-функций к анализу временных рядов курсов акций;
2. Построение статистических оценок трехмерных копула-функций и определение на их основе типа связи во временных рядах;
3. Построение автокорреляционных функций временных рядов;
4. Анализ результатов, полученных с помощью копула- и автокорреляционных функций.



Основные определения

Копула (лат. *Copula*-пара) — это функция многомерного распределения, определённая на n -мерном единичном кубе $[0,1]^n$, такая, что каждое её маргинальное распределение равномерно на интервале $[0,1]$.

Автокорреляция — статистическая взаимосвязь между случайными величинами из одного ряда, но взятыми со сдвигом по времени.

Автокорреляционная функция (АКФ) определяется интегралом:

$$\Psi(\tau) = \int_0^{\infty} f(t)f(t-\tau)dt$$

и показывает связь функции $f(t)$ с копией самой себя, смещённой на величину τ .

Эталонные копула-функции

- Независимая копула-функция:

$$C^{\perp}(u_1 \dots u_n) = u_1 * \dots * u_n.$$

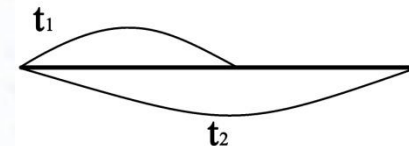
- Комонотонная копула-функция:

$$C_{\max}(u_1 \dots u_n) = \min\{u_1 \dots u_n\}.$$



Этапы исследования

1. Берется временной ряд цен акций компании, а также два ряда, полученные из исходного с помощью сдвига на величины t_1 и t_2 , находящиеся в промежутке от 1 до 10, причём $t_1 < t_2$.



2. Строится статистическая оценка трёхмерной копула-функции на решётке с шагом $1/N$.

Дано:

$\{u_{0_k}, u_{1_k}, u_{2_k}\}_{k=1}^n$ - результаты наблюдений, где u_0 - исходный временной ряд, u_1 и u_2 - временные ряды, сдвинутые относительно исходного на величины t_1 и t_2 , n - число наблюдений (причем $n \gg N$),

$u_{0(i)}, u_{1(j)}, u_{2(g)}$ - соответствующие порядковые статистики,

$n(i, j, g)/n$ - оценка значения копула-функции $C\left(\frac{i}{N}, \frac{j}{N}, \frac{g}{N}\right)$,

где $n(i, j, g)$ - число троек выборки $\{u_{0_k}, u_{1_k}, u_{2_k}\}$,

для которого выполняются неравенства: $u_{0_k} \leq u_{0\left[\frac{in}{N}\right]}, u_{1_k} \leq u_{1\left[\frac{jn}{N}\right]}, u_{2_k} \leq u_{2\left[\frac{gn}{N}\right]}$.

Этапы исследования

3. Вычисляются расстояния до эталонной копула-функции C^* , в качестве которой поочередно используются C^\perp и C_{\max} . Расчет производится по формуле:
- $$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{g=1}^N \left| C\left(\frac{i}{N}, \frac{j}{N}, \frac{g}{N}\right) - C^*\left(\frac{i}{N}, \frac{j}{N}, \frac{g}{N}\right) \right|$$

4. Строятся автокорреляционные функции:
- $$\Psi(\tau) = \int_0^{\infty} u_0(t)u_0(t-\tau)dt$$

5. Проводится сравнительный анализ расчётов, полученных с помощью копула- и автокорреляционных функций.

Исходные данные

	Российские компании		Иностранные компании		
		Аббревиатуры		Аббревиатуры	
Энергетика	Иркутскэнерго	IRGZ	Chevron Corporation	CVX	Энергетика
	Кубаньэнерго	KUBE	Exxon Mobil Corporation	XOM	
	Ленэнерго	LSNG	Suncor Energy Inc	SU	
	Мосэнерго	MSNG	TOTAL SA	TOT	
Нефтегазовые компании	ЛУКОЙЛ	LKOH	EMC Corporation	EMC	IT
	Роснефть	ROSN	Google Inc	GOOG	
	Газпромнефть	SIBN	Intel Corporation	INTC	
	Сургутнефтегаз	SNGS	Microsoft Corporation	MSFT	

Таблица 1. Список акций анализируемых компаний

Применение аппарата копула-функций для исследования акций Google Inc.

t_2 →

↓ t_1

2008	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	р. до Стах р. до С \downarrow	0,738 17,263	0,925 17,075	1,079 16,921	1,233 16,767	1,388 16,613	1,492 16,508	1,638 16,363	1,779 16,221	1,988 16,013
2		р. до Стах р. до С \downarrow	0,963 17,038	1,079 16,921	1,292 16,708	1,392 16,608	1,563 16,438	1,613 16,388	1,808 16,192	1,938 16,063
3			р. до Стах р. до С \downarrow	1,083 16,917	1,283 16,717	1,475 16,525	1,583 16,417	1,696 16,304	1,779 16,221	1,950 16,050
4				р. до Стах р. до С \downarrow	1,229 16,771	1,404 16,596	1,604 16,396	1,675 16,325	1,813 16,188	1,904 16,096
5					р. до Стах р. до С \downarrow	1,383 16,617	1,542 16,458	1,725 16,296	1,838 16,163	1,954 16,046
6						р. до Стах р. до С \downarrow	1,500 16,500	1,629 16,371	1,858 16,142	1,963 16,038
7							р. до Стах р. до С \downarrow	1,596 16,404	2,017 16,233	2,179 15,983
8								р. до Стах р. до С \downarrow	1,729 16,271	1,925 16,075
9									р. до Стах р. до С \downarrow	1,917 16,083
10										р. до Стах р. до С \downarrow

2009	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	р. до Стах р. до С \downarrow	0,629 17,371	0,667 17,333	0,646 17,354	0,729 17,271	0,804 17,196	0,817 17,183	0,817 17,183	0,867 17,133	0,871 17,129
2		р. до Стах р. до С \downarrow	0,638 17,363	0,688 17,313	0,788 17,288	0,850 17,213	0,858 17,150	0,900 17,100	0,900 17,100	0,904 17,096
3			р. до Стах р. до С \downarrow	0,663 17,338	0,721 17,279	0,738 17,263	0,817 17,183	0,825 17,175	0,883 17,117	0,888 17,113
4				р. до Стах р. до С \downarrow	0,692 17,308	0,750 17,250	0,796 17,204	0,796 17,204	0,858 17,142	0,888 17,113
5					р. до Стах р. до С \downarrow	0,729 17,271	0,792 17,208	0,821 17,179	0,883 17,117	0,908 17,092
6						р. до Стах р. до С \downarrow	0,742 17,258	0,788 17,213	0,875 17,125	0,913 17,088
7							р. до Стах р. до С \downarrow	0,725 17,275	0,842 17,158	0,888 17,113
8								р. до Стах р. до С \downarrow	0,771 17,229	0,842 17,158
9									р. до Стах р. до С \downarrow	0,817 17,183
10										р. до Стах р. до С \downarrow

2010	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	р. до Стах р. до С \downarrow	0,992 17,008	1,213 16,788	1,463 16,538	1,729 16,271	1,917 16,083	2,125 15,875	2,379 15,621	2,617 15,383	2,829 15,171
2		р. до Стах р. до С \downarrow	1,213 16,788	1,446 16,554	1,713 16,288	1,883 16,117	2,171 15,829	2,346 15,654	2,608 15,392	2,825 15,175
3			р. до Стах р. до С \downarrow	1,467 16,533	1,700 16,300	1,875 16,125	2,146 15,854	2,400 15,600	2,579 15,421	2,808 15,192
4				р. до Стах р. до С \downarrow	1,713 16,288	1,858 16,142	2,129 15,871	2,371 15,629	2,633 15,367	2,779 15,221
5					р. до Стах р. до С \downarrow	1,888 16,113	2,129 15,871	2,371 15,629	2,613 15,388	2,842 15,158
6						р. до Стах р. до С \downarrow	2,079 15,921	2,288 15,713	2,521 15,479	2,742 15,258
7							р. до Стах р. до С \downarrow	2,350 15,650	2,563 15,438	2,779 15,221
8								р. до Стах р. до С \downarrow	2,575 15,425	2,763 15,238
9									р. до Стах р. до С \downarrow	2,779 15,221
10										р. до Стах р. до С \downarrow

2011	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	р. до Стах р. до С \downarrow	1,558 16,442	2,063 15,938	2,508 15,492	2,942 15,058	3,271 14,729	3,563 14,438	3,854 14,146	4,146 13,854	4,513 13,488
2		р. до Стах р. до С \downarrow	2,042 15,958	2,508 15,492	2,971 15,029	3,313 14,688	3,671 14,329	3,908 14,092	4,263 13,738	4,563 13,438
3			р. до Стах р. до С \downarrow	2,508 15,492	2,979 15,021	3,358 14,642	3,729 14,271	4,033 13,967	4,321 13,679	4,675 13,325
4				р. до Стах р. до С \downarrow	2,904 15,096	3,292 14,708	3,700 14,300	4,013 13,988	4,367 13,633	4,663 13,338
5					р. до Стах р. до С \downarrow	3,225 14,775	3,629 14,371	4,000 14,000	4,363 13,638	4,725 13,275
6						р. до Стах р. до С \downarrow	3,475 14,525	3,842 14,158	4,267 13,733	4,638 13,363
7							р. до Стах р. до С \downarrow	3,729 14,271	4,163 13,838	4,592 13,408
8								р. до Стах р. до С \downarrow	4,017 13,983	4,454 13,546
9									р. до Стах р. до С \downarrow	4,354 13,646
10										р. до Стах р. до С \downarrow

2012	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	р. до Стах р. до С \downarrow	0,892 17,108	1,192 16,808	1,454 16,546	1,683 16,317	1,867 16,133	2,088 15,913	2,296 15,704	2,504 15,496	2,721 15,279
2		р. до Стах р. до С \downarrow	1,188 16,813	1,513 16,488	1,721 16,279	1,958 16,042	2,142 15,858	2,371 15,629	2,579 15,421	2,767 15,233
3			р. до Стах р. до С \downarrow	1,463 16,538	1,729 16,271	1,958 16,042	2,196 15,804	2,383 15,617	2,604 15,396	2,796 15,204
4				р. до Стах р. до С \downarrow	1,704 16,296	1,996 16,004	2,225 15,775	2,471 15,529	2,650 15,350	2,858 15,142
5					р. до Стах р. до С \downarrow	1,925 16,075	2,196 15,804	2,429 15,571	2,671 15,329	2,829 15,171
6						р. до Стах р. до С \downarrow	2,154 15,846	2,421 15,579	2,650 15,350	2,871 15,129
7							р. до Стах р. до С \downarrow	2,375 15,625	2,633 15,367	2,854 15,146
8								р. до Стах р. до С \downarrow	2,592 15,408	2,846 15,154
9									р. до Стах р. до С \downarrow	1,925 16,075
10										р. до Стах р. до С \downarrow

Таблицы 2. Суммы отклонений статистических оценок копула-функций от эталонных за 2008-2012гг

Таблица 3. Динамика связей в ряду данных в зависимости от макроэкономических факторов за 2008-2012гг

Год	Макроэкономические факторы	Динамика комоноотной (красн.) и независимой (син.) связей в ряду данных компании Google
2008	Начало мирового финансового кризиса	-
2009	Формирование предпосылок для перевода кризиса в хроническую затяжную стадию	↑ ↓
2010	Мировая экономика начинает постепенно выходить из рецессии	↓ ↑
2011	Мировая экономика сбавила темпы роста. Сектор IT успешно развивается. Растет спрос на электронные услуги среди населения	↓ ↑
2012	Сектор IT переживает бурный рост. Google приобрел Motorola Mobiliti, оказавшееся плохим вложением средств	↑ ↓

Применение аппарата копула-функций для исследования акций Google Inc.

Расст. до Стах

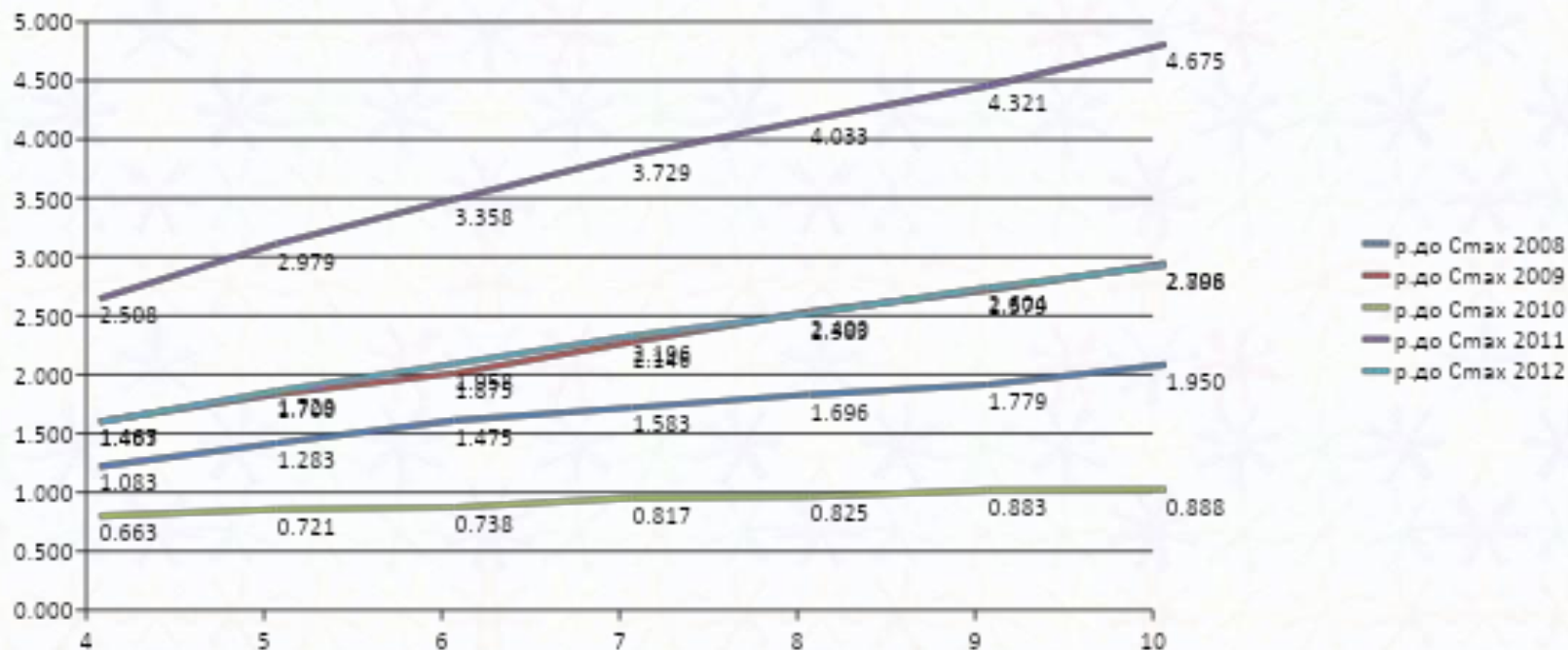


Рисунок 1. Динамика сумм отклонений расчетных копула-функций от комонотонной за 2008-2012 гг (для $t_1=3$)

Применение аппарата копула-функций для исследования акций Google Inc.

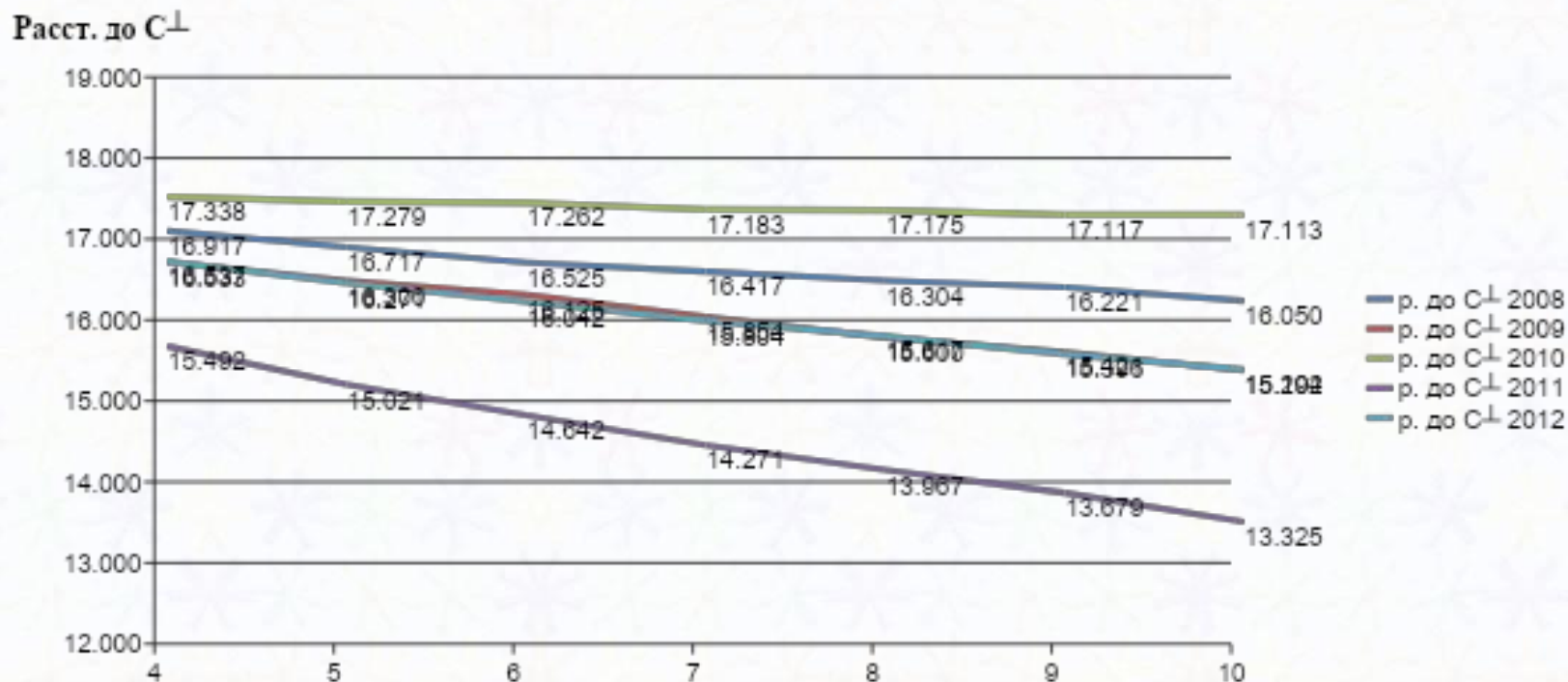


Рисунок 2. Динамика сумм отклонений расчетных копула-функций от независимой за 2008-2012 гг (для $t_1=3$)

Применение аппарата автокорреляционных функций для исследования акций Google Inc.



Таблица 3. АКФ за 2008г.



Таблица 5. АКФ за 2010г.



Таблица 7. АКФ за 2012г.



Таблица 4. АКФ за 2009г.

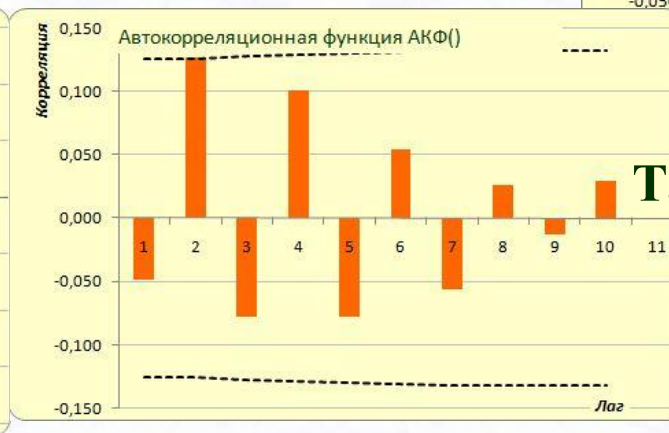


Таблица 6. АКФ за 2011г.

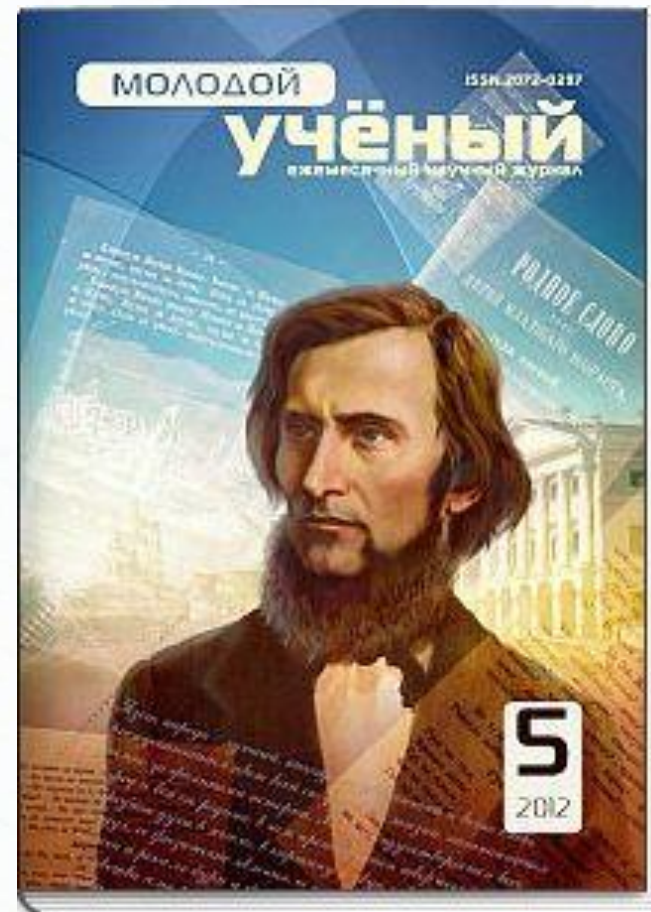
Выводы

Произведена оценка характера связи внутри временного ряда в зависимости от величины временных лагов с использованием копула-функций.

Было выявлено, что:

1. Комонотонная связь внутри ряда выражена сильнее, чем независимая.
2. Во время экономического подъёма во временном ряду усиливается независимость, а во время экономического спада – комонотонная связь между наблюдениями.
3. При увеличении комонотонной связи разброс расстояний до эталонных копула-функций при увеличении временных лагов уменьшается, то есть прогноз цены акции становится более обоснованным.
4. Были построены автокорреляционные функции и произведено сравнение результатов, полученных с помощью копула- и автокорреляционных функций.

А. И. Авзалова, М.В. Филиппова.
Исследование динамики цен акций с
помощью копула-функций.
Молодой ученый:
ежемесячный научный журнал.
Том 2 №5(40)/2012.
Чита: ООО Молодой ученый.
С. 232-238



Спасибо за внимание!

Результаты исследования Иностраннный IT сектор

Год	Экономические факторы	Динамика показателей		Корреляция
		Google		
		ком	нез	
Сектор IT				
2009	Формирование предпосылок для перевода кризиса в хроническую затяжную стадию	↗	↖	+(6,9)
2010	Мировая экономика начинает постепенно выходить из рецессии	↖	↗	-
2011	Сектор IT успешно развивается. Растет спрос на электронные услуги среди населения	↖	↗	-
2012	Google приобрел Motorola Mobiliti, оказавшееся плохим вложением средств	↗	↖	-
EMC				
		ком	нез	
2009	Слияние с компанией Data Domain. Выпуск нового поколения систем хранения данных корпоративного класса.	↖	↗	+(4)
2010	Мировая экономика начинает постепенно выходить из рецессии	↖	↗	+(6)
2011	Угроза второй волны кризиса	↗	↖	-
2012	Сектор IT переживает бурный рост.	↖	↗	+(10)

		Intel		
		ком	нез	
2009	Формирование предпосылок для перевода кризиса в хроническую затяжную стадию	↗	↖	+(9)
2010	Мировая экономика начинает постепенно выходить из рецессии	↖	↗	+(6)
2011	Из-за накладок с поставкой жестких дисков доход компании снизился	↗	↖	-
2012	Рынок PC все еще не может оправиться от «планшетного удара». Подразделения Intel, связанные с персональными компьютерами имеют низкий доход	↗	↖	+(4,10)
Microsoft				
		ком	нез	
2009	Еврокомиссия предъявляет Microsoft обвинения в нарушении антимонопольного законодательства	↗	↖	+(1)
2010	Глава Microsoft Стив Балмер продал почти 50млн принадлежащих ему акций, его доля уменьшилась почти на 12%	↗	↖	-
2011	Сектор IT успешно развивается. Растет спрос на электронные услуги среди населения	↖	↗	-
2012	Рынок PC все еще не может оправиться от «планшетного удара». Microsoft основывала свою деятельность на программном обеспечении, что оказалось недостаточным, чтобы выжить в меняющемся мире технологий	↗	↖	+(4)

Результаты исследования Иностраннный энергетический сектор

		Chevron		
		ком	нез	
2009	Мировая экономика нестабильна, но первый шок от кризиса уже прошел. Chevron разрабатывает новые месторождения нефти и газа	↙	↗	+(1)
2010	Заккрытие программ финансового стимулирования	↗	↙	-
2011	Чистая прибыль выросла на 41% по сравнению с предыдущим годом	↙	↗	+(5)
2012	Власти Эквадора требуют от компании выплатить штраф за загрязнение окружающей среды	↗	↙	-
		Exxon		
		ком	нез	
2009	Формирование предпосылок для перевода кризиса в хроническую затяжную стадию, но первый шок от кризиса уже прошел	↙	↗	-
2010	Заккрытие программ финансового стимулирования	↗	↙	-
2011	Exxon объявлен партнером Роснефти по освоению арктического шельфа	↙	↗	+(4,5)
2012	В США и Европе продолжают бороться с кризисом, делая значительные финансовые вливания в экономику	↙	↗	+(9)

		Suncor		
		ком	нез	
2009	Suncor приобрел Petro-Canada	↙	↗	+(7)
2010	Мировая экономика начинает постепенно выходить из рецессии	↙	↗	-
2011	Угроза второй волны кризиса	↗	↙	+(5)
2012	В США и Европе продолжают бороться с кризисом, делая значительные финансовые вливания в экономику	↙	↗	-
		Total		
		ком	нез	
2009	Формирование предпосылок для перевода кризиса в хроническую затяжную стадию, но первый шок от кризиса уже прошел	↙	↗	-
2010	Мировая экономика начинает постепенно выходить из рецессии	↙	↗	-
2011	Угроза второй волны кризиса	↗	↙	-
2012	В США и Европе продолжают бороться с кризисом, делая значительные финансовые вливания в экономику	↙	↗	+(9)

Результаты исследования Российский нефтегазовый сектор

Год	Экономические факторы	Динамика показателей		Корреляция
		Газпром		
		ком	нез	
Нефтегазовый сектор				
2009	Формирование предпосылок для перевода кризиса в хроническую затяжную стадию, но первый шок от кризиса уже прошел	↙	↗	-
2010	Мировая экономика начинает постепенно выходить из рецессии	↙	↗	-
2011	Угроза второй волны кризиса	↗	↙	-
2012	Темп роста российской экономики ускорился по сравнению с прошлым годом	↙	↗	-
Лукойл				
		ком	нез	
2009	Формирование предпосылок для перевода кризиса в хроническую затяжную стадию, но первый шок от кризиса уже прошел	↙	↗	-
2010	Мировая экономика начинает постепенно выходить из рецессии	↙	↗	-
2011	Угроза второй волны кризиса	↗	↙	-
2012	Темп роста российской экономики ускорился по сравнению с прошлым годом	↙	↗	+(2)

		Роснефть		
		ком	нез	
2009	Формирование предпосылок для перевода кризиса в хроническую затяжную стадию, но первый шок от кризиса уже прошел	↙	↗	-
2010	Мировая экономика начинает постепенно выходить из рецессии	↙	↗	+(10)
2011	Угроза второй волны кризиса	↗	↙	-
2012	Темп роста российской экономики ускорился по сравнению с прошлым годом	↙	↗	-
Сургутнефтегаз				
		ком	нез	
2009	Формирование предпосылок для перевода кризиса в хроническую затяжную стадию, но первый шок от кризиса уже прошел	↙	↗	-
2010	Сургутнефтегаз приобрел 21,2% акций венгерской нефтегазовой компании, что было расценено властями Венгрии как попытка недружественного поглощения	↗	↙	-
2011	Угроза второй волны кризиса	↗	↙	-
2012	Темп роста российской экономики ускорился по сравнению с прошлым годом	↙	↗	+(1,4)

Результаты исследования Российский энергетический сектор

Энергетический сектор		Иркэнерго		
		ком	нез	
2009	Формирование предпосылок для перевода кризиса в хроническую затяжную стадию, но первый шок от кризиса уже прошел	↙	↗	+(2)
2010	Закрытие программ финансового стимулирования	↗	↙	-
2011	Рост тарифов на электроэнергию	↙	↗	-
2012	Год неясной стратегии правительства в секторе и неоднократного изменения тарифной политики, создававшего неопределенность и ухудшавшего настроение инвесторов	↗	↙	+(1,2)
		Кубаньэнерго		
		ком	нез	
2009	Формирование предпосылок для перевода кризиса в хроническую затяжную стадию, но первый шок от кризиса уже прошел	↙	↗	-
2010	Мировая экономика начинает постепенно выходить из рецессии	↙	↗	-
2011	Угроза второй волны кризиса	↗	↙	-
2012	Темп роста российской экономики ускорился по сравнению с прошлым годом	↙	↗	-

		Ленэнерго		
		ком	нез	
2009	Снижение чистой прибыли. Частое приостановление торговлей акциями ЛенЭнерго	↗	↙	+(9)
2010	Мировая экономика начинает постепенно выходить из рецессии	↙	↗	+(7)
2011	Угроза второй волны кризиса. Ленэнерго терпит убытки	↗	↙	-
2012	Темп роста российской экономики ускорился по сравнению с прошлым годом	↙	↗	-
		МосЭнерго		
		ком	нез	
2009	Формирование предпосылок для перевода кризиса в хроническую затяжную стадию. Увеличение чистого убытка компании	↗	↙	+(1)
2010	Закрытие программ финансового стимулирования	↗	↙	+(2,7)
2011	Рост тарифов на электроэнергию	↙	↗	+(1)
2012	Год неясной стратегии правительства в секторе и неоднократного изменения тарифной политики, создававшего неопределенность и ухудшавшего настроение инвесторов	↗	↙	+(3,8)