

Практика (5117)

Была задана домашняя работа

1) Определить ранг матрицы и базисный минор:

$$X \begin{pmatrix} -a_{21} \end{pmatrix}$$

$$\text{rang } A = 3$$

2) По теореме Кронекера – Капелли проверить совместность систем уравнений :

$$\text{а) } \begin{cases} \sqrt{5} \cdot x - 5y = \sqrt{5} \\ x - \sqrt{5} \cdot y = 5 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 105x_1 - 175x_2 - 315x_3 + 245x_4 = 84 \\ 90x_1 - 150x_2 - 270x_3 + 210x_4 = 72 \\ 75x_1 - 125x_2 - 225x_3 + 175x_4 = 59 \end{cases}$$

несовместн

несовместн

3) Решить систему уравнений методом обратной матрицы:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 = -1 \end{cases}$$

ОТВЕТ: $X = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ -3 \end{pmatrix}$

$$a) \begin{cases} \sqrt{5} \cdot x - 5y = \sqrt{5} \\ x - \sqrt{5} \cdot y = 5 \end{cases}$$

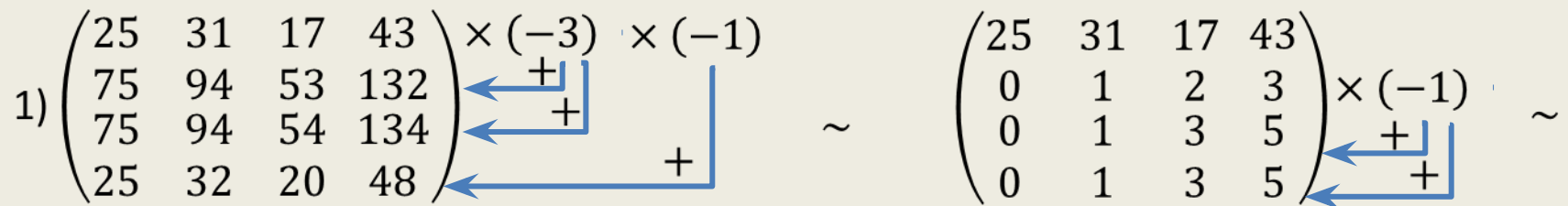
$$P = (A|B) = \left(\begin{array}{cc|c} \sqrt{5} & -5 & \sqrt{5} \\ 1 & -\sqrt{5} & 5 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|c} 1 & -\sqrt{5} & 5 \\ \sqrt{5} & -5 & \sqrt{5} \end{array} \right) \times (-\sqrt{5}) \sim$$

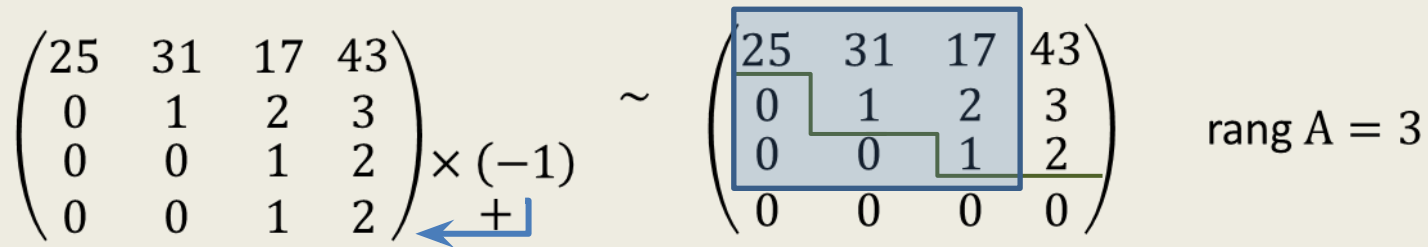
$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & -\sqrt{5} & 5 \\ 0 & 0 & -5\sqrt{5} - \sqrt{5} \end{array} \right)$$

$$\text{rang } A = 1 \quad \text{rang } P = 2$$

$1 \neq 2 \Rightarrow$ по теореме Кронекера – Капелли
система

НЕСОВМЕСТИ **ОТВ**
а **ЕТ**

$$1) \begin{pmatrix} 25 & 31 & 17 & 43 \\ 75 & 94 & 53 & 132 \\ 75 & 94 & 54 & 134 \\ 25 & 32 & 20 & 48 \end{pmatrix} \begin{matrix} \times (-3) \\ \times (-1) \\ \\ \end{matrix} \sim \begin{pmatrix} 25 & 31 & 17 & 43 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 3 & 5 \\ 0 & 1 & 3 & 5 \end{pmatrix} \begin{matrix} \times (-1) \\ \\ \\ \end{matrix} \sim$$


$$\begin{pmatrix} 25 & 31 & 17 & 43 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \\ \times (-1) \\ \leftarrow + \right. \end{matrix} \sim \begin{pmatrix} 25 & 31 & 17 & 43 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{rang } A = 3$$


2 б)

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 105 & -175 & -315 & 245 & 84 \\ 90 & -150 & -270 & 210 & 72 \\ 75 & -125 & -225 & 175 & 59 \end{array} \right) \begin{array}{l} :35 \\ :30 \\ :25 \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 3 & -5 & -9 & 7 & 84/35 \\ 3 & -5 & -9 & 7 & 72/30 \\ 3 & -5 & -9 & 7 & 59/25 \end{array} \right)$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 3 & -5 & -9 & 7 & 12/5 \\ 3 & -5 & -9 & 7 & 12/5 \\ 3 & -5 & -9 & 7 & 12/5 - 1/25 \end{array} \right)$$

$\text{rang } A = 1$ $\text{rang } P = 2$ **НЕСОБМЕСТИ**
a

Решить систему уравнений методом обратной матрицы:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 = -1 \end{cases}$$

$$1) A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & -4 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & -4 \\ 2 & -1 & 0 \end{vmatrix} = 1$$

Матрица A невырожденная \Rightarrow обратная матрица A^{-1} существует !

$$2) A_{11} = (-1)^{1+1} \cdot \begin{vmatrix} 2 & -4 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} = 1 \cdot (0 - 4) = -4;$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & -4 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A_{12} = (-1)^{1+2} \cdot \begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} = -1 \cdot (0 - (-8)) = -8;$$

$$A_{13} = (-1)^{1+3} \cdot \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-3 - 4) = -7;$$

$$A_{21} = (-1)^{2+1} \cdot \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} = -1 \cdot (0 - 3) = 3;$$

$$A_{22} = P = (A|B) = 1 \cdot (0 - (-6)) = 6;$$

$$A_{23} = (-1)^{2+3} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = -1 \cdot (-1 - 4) = 5;$$

$$A_{31} = (-1)^{3+1} \cdot \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 2 & -4 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-8 - (-6)) = -2;$$

$$A_{32} = (-1)^{3+2} \cdot \begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 3 & -4 \end{vmatrix} = -1 \cdot (-4 - (-9)) = -5;$$

$$A_{33} = (-1)^{3+3} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 1 \cdot (2 - 6) = -4;$$

$$3) \bar{A} = \begin{pmatrix} -4 & -8 & -7 \\ 3 & 6 & 5 \\ -2 & -5 & -4 \end{pmatrix};$$

$$4) \bar{A} = \begin{pmatrix} -4 & -8 & -7 \\ 3 & 6 & 5 \\ -2 & -5 & -4 \end{pmatrix}; \quad A^* = (\bar{A})^T = \begin{pmatrix} -4 & 3 & -2 \\ -8 & 6 & -5 \\ -7 & 5 & -4 \end{pmatrix};$$

$$5) |A| = 1; \quad A^{-1} = \begin{pmatrix} -4 & 3 & -2 \\ -8 & 6 & -5 \\ -7 & 5 & -4 \end{pmatrix}; \quad \text{Вычислим } X \\ \text{по формуле: } X = A^{-1} \cdot B;$$

$$X = \begin{pmatrix} -4 & 3 & -2 \\ -8 & 6 & -5 \\ -7 & 5 & -4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} (-4) \cdot 1 + 3 \cdot 0 + (-2) \cdot (-1) \\ (-8) \cdot 1 + 6 \cdot 0 + (-5) \cdot (-1) \\ (-7) \cdot 1 + 5 \cdot 0 + (-4) \cdot (-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 + 2 \\ -8 + 5 \\ -7 + 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ -3 \end{pmatrix} \quad \text{ОТВЕ} \\ \text{T}$$

ПРОВЕРКА $A \cdot X = B$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & -4 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ -3 \end{pmatrix} \stackrel{A:}{=} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} 1 \cdot (-2) + 2 \cdot (-3) + (-3) \cdot (-3) \\ 3 \cdot (-2) + 2 \cdot (-3) + (-4) \cdot (-3) \\ 2 \cdot (-2) + (-1) \cdot (-3) + 0 \cdot (-3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix};$$

$$\begin{pmatrix} -2 - 6 + 9 \\ -6 - 6 + 12 \\ -4 + 3 + 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \text{ВЕРН} \\ \text{О}$$

Определить ранг матрицы и базисный минор:

$$\text{rang} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \\ 3 & 6 & 9 & 12 \end{pmatrix} = 1; \quad -4;$$

$1 \cdot (2 - 6) = (-1)^{1+3} \cdot \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} =$
 $\leftarrow A = \begin{vmatrix} -4 & -8 & -7 \\ 3 & 6 & 5 \\ -2 & -5 \end{vmatrix}; \quad (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 2 & -4 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} = (-1)^{1+2} \cdot \begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} =$

$$\text{rang} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \\ 10 & 11 & 12 \end{pmatrix} = 2;$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \\ 10 & 11 & 12 \end{pmatrix} \begin{matrix} A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & -4 \\ 2 & -4 & 0 \end{pmatrix} \cdot -8; \quad -7; \\ \leftarrow \\ \leftarrow 1 \cdot (0-4) = \\ \leftarrow -1 \cdot (0-(-9)) = \end{matrix} \quad 1 \cdot (-3-4) = \quad \mathbf{3}; \quad A_{23} = \begin{matrix} 5; \\ 6; \end{matrix} \quad -1 \cdot (0-3) =$$

$$1 \cdot (0 - (-6)) = -1 \cdot (-1 - 4) = -5; \quad -1 \cdot \begin{pmatrix} -4 & -9 \end{pmatrix} =$$

$\leftarrow -2;$
 $\leftarrow 1 \cdot (0 - (-4)) =$

Исследовать совместность и найти решение системы
в зависимости от параметра λ :

$$1 \cdot (-8 - (-6)) =$$

Домашняя работа

По теореме Кронекера – Капелли проверить
совместность системы уравнений :

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 5 \\ x_1 + 3x_3 = 16 \\ 5x_2 - x_2 = 10 \end{cases}$$

Решить эту систему уравнений методом обратной матрицы.