

*Решение
логарифмических
уравнений*

Цель урока:

- обобщить материал по свойствам логарифмов, логарифмической функции;
- рассмотреть основные методы решения логарифмических уравнений;
- развивать навыки устной работы.

Свойства логарифмов

$$\log_a (bc) = \log_a b + \log_a c$$

$$\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$$

$$\log_a b^r = r \log_a b$$

$$\log_{a^r} b = \frac{1}{r} \log_a b$$

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

Основное логарифмическое тождество

$$a^{\log_a b} = b$$

Вычислите значения выражения

$$\log_2 8$$

$$\log_5 5$$

$$\lg 100$$

$$\log_7 1$$

$$\log_5 125$$

$$\lg 0,01$$

$$\log_4 64$$

$$\log_2 \sqrt{2}$$

$$\log_3 \frac{1}{27}$$

$$\log_3 81$$

$$\log_{0,5} 32$$

$$2^{\log_2 5}$$

$$\log_{\frac{1}{3}} 9$$

$$10^{\lg 15}$$

Вычислить значение выражения

$$\log_8 16 + \log_8 4$$

$$\lg 34 - \lg 3,4$$

$$\log_3 \log_3 27$$

$$3^{2 - \log_3 18}$$

$$\frac{\log_5 49}{\log_5 7}$$

Вычислить значение выражения

$$\log_3 33 - \log_3 11$$

$$\lg 25 + \lg 4$$

$$\log_2 \log_2 16$$

$$5^{\log_5 2+1}$$

$$\frac{\log_3 64}{\log_3 4}$$

Определение:

Уравнения, содержащие неизвестное под знаком логарифма или в основании логарифма называются ***логарифмическими***.

$$\log_a f(x) = b$$

$$\log_{f(x)} b = a$$

Методы решения ЛУ:	Вид уравнения
1. <u>Применение определения логарифма</u>	$\log_a f(x) = b$
2. <u>Введение новой переменной</u>	$\log_a^2 f(x) + b \log_a f(x) + c = 0$
3. Приведение к одному и тому же основанию	$\log_a f(x) = \log_a g(x)$
4. <u>Метод потенцирования</u>	$\log_a f(x) = \log_a g(x)$
5. Функционально-графический метод	$\log_a f(x) = g(x)$

Решение простейшего логарифмического уравнения

$$\log_a f(x) = b, \quad \text{где } a > 0, a \neq 1$$

основано на применении определения логарифма и решении
равносильного уравнения

$$f(x) = a^b$$

$$\log_2(3x - 5) = 4$$

Пример: $3x - 5 = 2^4$

$$3x = 16 + 5$$

$$3x = 21$$

$$x = 7$$

Ответ: 7.

Метод потенцирования

Под **потенцированием** понимается переход от равенства, содержащего логарифмы, к равенству, не содержащему их:
если

$$\log_a f(x) = \log_a g(x)$$

то

$$f(x) = g(x)$$

решив полученное равенство, следует сделать проверку корней.

Пример :

$$\log_7(3x + 4) = \log_7(5x + 8)$$

$$3x + 4 = 5x + 8$$

$$3x - 5x = 8 - 4$$

$$-2x = 4$$

$$x = -2$$

Проверка : при $x = -2$

левая и правая части уравнения не имеют смысла

Ответ : нет решений

Уравнения

$$\log_a f(x) = b, \quad \text{где } a > 0, a \neq 1$$

$$f(x) = a^b$$

равносильные

Уравнения

$$\log_a f(x) = \log_a g(x)$$

$$f(x) = g(x)$$

**не равносильные, необходима
проверка**

$$\log_3(2x - 1) = 2$$

$$\log_3(2x - 1) = \log_3 9$$

$$2x - 1 = 9$$

$$2x = 10$$

$$x = 5$$

Проверка : $\log_3 9 = 2$

Ответ : $x = 5$

$$\log_5 (x - 10) = 2 + \log_5 2$$

$$\log_5 (x - 10) = \log_5 25 + \log_5 2$$

$$\log_5 (x - 10) = \log_5 50$$

$$x - 10 = 50$$

$$x = 60$$

Проверка: $\log_5 50 = \log_5 50$

Ответ: $x = 60$

$$\log_2(x+1) + \log_2(x+3) = 3$$

$$\log_2(x+1) \cdot (x+3) = \log_2 8$$

$$(x+1) \cdot (x+3) = 8$$

$$x^2 + 4x + 3 = 8$$

$$x^2 + 4x - 5 = 0$$

$$x_1 = 1 \quad x_2 = -5$$

Проверка: $\log_2 2 + \log_2 4 = 1 + 2 = 3$

$\log_2(-4)$ – не существует

Ответ: $x = 1$

$$\log_2(x - 5) + \log_2(x + 2) = 3$$

$$\log_2(x - 5) \cdot (x + 2) = \log_2 8$$

$$(x - 5) \cdot (x + 2) = 8$$

$$x^2 - 3x - 10 = 8$$

$$x^2 - 3x - 18 = 0$$

$$x_1 = 6 \quad x_2 = -3$$

Проверка: $\log_2 1 + \log_2 8 = 0 + 3 = 3$

$\log_2(-8)$ – не существует

Ответ: $x = 6$

Если в уравнении содержатся логарифмы с разными основаниями, то прежде всего следует свести все логарифмы к одному основанию, используя формулы перехода

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}; \log_a b = \frac{1}{\log_b a}; \log_{a^r} b = \frac{1}{r} \log_a b$$

Пример :

$$\log_2 x - 2 \log_{\frac{1}{2}} x = 9;$$

$$\text{ОДЗ : } x > 0$$

$$\log_2 x - 2 \log_{2^{-1}} x = 9;$$

$$\log_2 x + 2 \log_2 x = 9;$$

$$3 \log_2 x = 9;$$

$$\log_2 x = 3;$$

$$x = 8 \in \text{ОДЗ}$$

$$\text{Ответ : } x = 8$$

Домашняя работа

$$1) \log_2(2x - 1) = 3$$

$$2) \log_4(7 - x) = 3$$

$$3) \log_2(1 - 2x) = 0$$

$$4) \lg(x + 3) = 3 + 2 \lg 5$$

$$5) \lg(x^2 - 2x) = \lg 30 - 1$$