«Применение комплексных чисел на практике»

1. Историческая справка

Впервые мнимые величины появились в работе Дж. Кардано «Великое искусство, или об алгебраических правилах» в 1545 году.

Пользу мнимых чисел при решении кубических уравнений впервые оценил итальянский ученый Р. Бомбелли (1572).

Символ i предложил российский ученый Л. Эйлер (1777, опубликовано1794).

Задача о выражении степени n из комплексного числа была в основном решена в работах английских ученых А. Муавра (1707, 1724) и Р. Котеса (1722).

Термин «комплексное число» ввел французский ученый Л. Карно (1803).

В употребление термин вошел после работ К. Гаусса (1831).

Полное геометрическое истолкование комплексных чисел и действий над ними появилось впервые в работе датского ученого К. Весселя (1799).

Геометрическое представление комплексных чисел называют иногда «диаграммой Аргана» в честь швейцарского ученого Ж. Аргана.

Основные понятия

Комплексным числом называется выражение вида $z=a+bi$, где a и b действительные числа, а i – мнимая единица, определяемая равенством $i^2=-1$.

Действительные числа: $z=a+0i=a$, $z=Re\ z$.

Мнимые числа: $z=0+bi=bi$, $z=Im\ z$.

Равные комплексные числа: $z_1=a+bi$, $z_2=c+di$,

$z_1=z_2$, если $a=c$, $b=d$.

Противоположные комплексные числа:

$z=a+bi$,

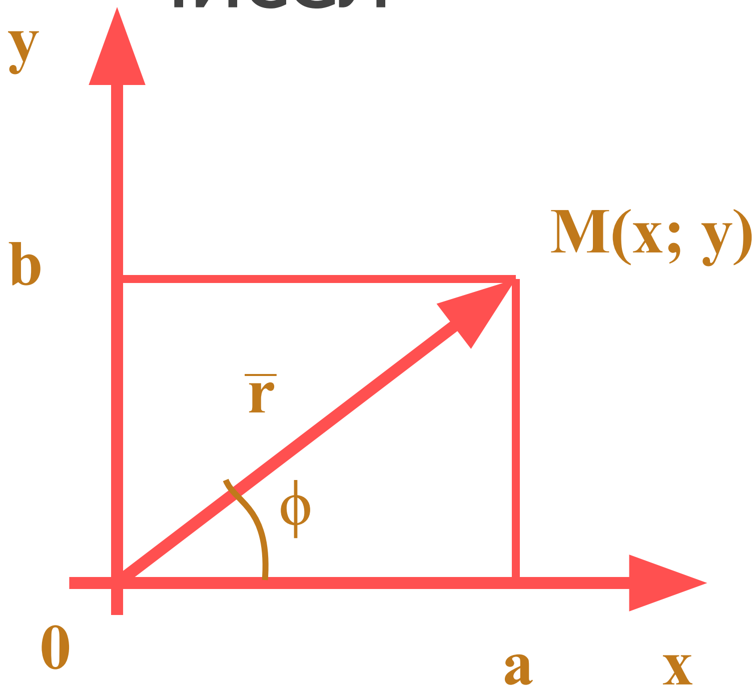
$z=-a-bi$.

Сопряженные комплексные числа:

$z=a+bi$,

$z=a-bi$.

Геометрическая интерпретация комплексных чисел



Комплексные числа на плоскости изображаются в прямоугольной декартовой системе координат либо точкой М(а; в), либо радиус – вектором этой точки

$\overline{\mathbf{r}} = \overline{\mathbf{OM}} = (a; в)$.

Модуль и аргумент комплексного числа

Модуль комплексного числа

$$|z| = r = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Аргумент комплексного числа

Arg z $= \phi + 2\pi n$,

$n \in z$,

$\phi = \operatorname{arctg} b/a$,

$-\pi < \phi \leq \pi$.

Алгоритм перехода от алгебраической формы комплексного числа к тригонометрической и показательной

Найти модуль комплексного числа $|z| = r = \sqrt{a^2 + b^2}$

Вычислить $tg\varphi_0 = \left|\frac{b}{a}\right|$ $\varphi_0 = arctg\left|\frac{b}{a}\right|$

По знакам и определить четверть, в которой заканчивается искомый угол φ

Найти аргумент комплексного числа , используя следующие равенства:

- первая четверть: $\varphi = \varphi_0$
- вторая четверть**:** $\varphi = \pi - \varphi_0$
- третья четверть: $\varphi = \pi + \varphi_0$
- четвертая четверть: $\varphi = 2\pi - \varphi_0$

Записать комплексное число в тригонометрической или показательной форме.

6. **Формы записи комплексных чисел**

- Алгебраическая

$\mathbf{z = a + bi}$

- Тригонометрическая

$\mathbf{z = r\,(\cos\varphi + i\sin\varphi)}$

- Показательная

$\mathbf{z = r\,e^{i\varphi}}$,

$\mathbf{e^{i\varphi} = (\cos\varphi + i\sin\varphi)}$ – формула Эйлера

Комплексные числа в экономике

- Сегодня сложно представить себе ряд наук без применения комплексных чисел. Теория электротехники, электромеханики, радиотехники, самолетостроения и других наук невозможна без применения моделей в виде комплексных чисел. Экономика, более сложная наука, до сих пор не знала применения комплексных чисел …….

- Товар является носителем двух составляющих: потребительских свойств, объективно присущих товару, и цены - денежной оценки потребительских свойств товара конкретным потребителем. С учетом того, что и потребительские свойства товара и его цена являются необходимыми показателями свойств товара, возникает потребность разработки и использования комплексного показателя, характеризующего эти две стороны одного объекта. Именно таким показателем может стать комплексное число, состоящее из действительной и мнимой частей