- «Недостаточно только получить знания, надо их систематизировать и найти им достойное приложение».

Гёте И. (Немецкий поэт и мыслитель 18 века.)

- «Не в количестве знаний заключается образование, но в полном понимании и искусном применении всего того, что знаешь.»

Дистервег А. (Немецкий педагог и политик 19 века.)

- «Повторение – мать учения».

(Русская народная пословица.)

http://aida.ucoz.ru

Открытый урок «Вычисление неопределенного интеграла»

Примеры табличного интегрирования

- Пример №1
- Пример №2
- Пример №3
- Тренинг

Примеры интегрирования методом подстановки

- Пример №4
- Пример №5
- Пример №6
- Пример №7

Пример №1

$$\int(3x^5+4cosx-2x+1)dx =$$

Интеграл суммы выражений равен сумме интегралов этих выражений

Постоянный множитель можно вынести за знак интеграла

$$\int 3x^5dx+\int 4cosxdx-\int 2xdx+\int 1dx =$$

$$3\int x^5dx+4\int cosxdx-2\int xdx+1\int dx =$$

$$\int x^n dx=\frac{x^{n+1}}{n+1}+$$

$$\int cosxdx = sinx +$$

$$\int x^n dx=\frac{x^{n+1}}{n+1}+$$

$$\int dx = x+c$$

$$\frac{3x^{5+1}}{5+1}+4sinx-\frac{2x^2}{2}+x+C \Rightarrow \frac{1}{2}x^6+4sinx-x^2+x+C$$

Пример №2

$$\int\left(\frac{3}{x^5}-x^4+7e^x-\frac{2}{x}\right)dx$$

Проверить решение

!

$$\frac{1}{a^n}=a^{-n}$$

Записать решение:

?

$$\int\left(3x^{-5}-x^4+7e^x-\frac{2}{x}\right)dx$$

$$3\int x^{-5}dx-\int x^4dx+7\int e^xdx-2\int\frac{dx}{x}$$

$$\frac{3x^{-4}}{-4}-\frac{x^5}{5}+7e^x-2lnx+c$$

$$-\frac{3}{4x^4}-\frac{1}{5}x^5+7e^x-2lnx+c$$

Пример №3

$$\int \left(\frac{4}{\cos^2 x} + x^3 - 3\sqrt{x}\right)dx$$

Проверить решение

! $\sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}}$

Записать решение:

$$\int \left(\frac{4}{\cos^2 x} + x^3 - 3x^{\frac{1}{2}}\right)dx$$

?

$$\Downarrow$$

$$4\int \frac{1}{\cos^2 x}dx + \int x^3 dx - 3\int x^{\frac{1}{2}}dx$$

$$\Downarrow$$

$$4tgx + \frac{x^4}{4} - 3 \cdot \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + C$$

$$\Downarrow$$

$$4tgx + \frac{1}{4}x^4 - 2x\sqrt{x} + C$$

Все способы интегрирования имеют целью свести интеграл к табличному.

Способ подстановки заключается в следующем:

заменяют новой переменной такую часть подынтегральной функции, при дифференцировании которой получается оставшаяся часть подынтегрального выражения.

Пример №4

$$\int (4x-6)^5 dx$$

Определим, к какому табличному интегралу приводится данный интеграл

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}$$

Определим, какую часть подынтегральной функции нужно заменить и записываем замену

$$u = 4x - 6$$

Находим дифференциалы обеих частей, выражаем старый дифференциал через новый

$$du = 4dx, dx = \frac{1}{4}du$$

Производим замену в интеграле и находим его с помощью таблицы

$$\frac{1}{4}\int u^5 du = \frac{1}{4}\cdot\frac{u^6}{6} + c = \frac{1}{24}u^6 + c$$

Производим обратную замену, то есть переходим к старой переменной

$$\frac{1}{24}(4x-6)^6 + c$$

Пример №5

$$\int sin(6x+2)dx$$

Проверить решение

Записать решение:

Введем новую переменную и выразим дифференциалы:

$$6x+2=u$$

$$du=6dx, \qquad dx=\frac{1}{6}du$$

$$\int sin(6x+2)dx=\int sin\,u\cdot\frac{1}{6}du$$

$$=\frac{1}{6}\int sin\,u\,du=-\frac{1}{6}cos u+c$$

$$-\frac{1}{6}cos u+c=$$

$$-\frac{1}{6}cos(6x+2)+C$$

Пример №6

$$\int \frac{\sqrt{1+lnx}}{x}dx$$

Проверить решение

Записать решение:

Введем новую переменную и найдем её дифференциал

$$1+lnx=u \qquad du=\frac{1}{x}dx=\frac{dx}{x}$$

$$\int \frac{\sqrt{1+lnx}\,dx}{x}=\int \sqrt{u}\,du$$

$$\int u^{\frac{1}{2}}du=\frac{u^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}}+C=\frac{2}{3}\sqrt[2]{u^3}+C$$

$$\frac{2}{3}\sqrt[2]{u^3}=\frac{2}{3}u\sqrt{u}=$$

$$\frac{2}{3}(1+lnx)\sqrt{1+lnx}+C$$

Пример №7 $\int \sqrt{3-6x}dx$

Проверить решение

Записать решение:

$$u = 3 - 6x$$

Выполняем замену:

$$u = 3 - 6x$$

Выражаем дифференциалы:

$$du = -6dx \quad dx = -\frac{1}{6}du$$

$$-\frac{1}{6}\int \sqrt{u}du = -\frac{1}{6}\int u^{\frac{1}{2}}du$$

$$-\frac{1}{6}\cdot\frac{u^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + C = -\frac{1}{6}\cdot\frac{2}{3}u^{\frac{3}{2}} + C$$

$$-\frac{1}{9}(3-6x)^{\frac{3}{2}} + \mathrm{C} = -\frac{1}{9}\sqrt[2]{(3-6x)^3} + \mathrm{C}$$

$$-\frac{1}{9}(3-6x)\sqrt{3-6x} + \mathrm{C}$$

Найти неопределенный интеграл

Проверить решение

Проверить решение

$$\int (x^5 + 3x - 4)\,dx$$

$$\frac{1}{6}x^6 + \frac{3}{2}x^2 - 4x + C$$

$$\int \cos(5x-4)\,dx$$

$$\frac{1}{5}\sin(5x-4) + C$$

$$\int \left(5x^4 + 3e^x - \frac{4}{x}\right)dx$$

$$x^5 + 3e^x - 4\ln x + C$$

$$\int (3+4x)^4\,dx$$

$$\frac{1}{20}(3+4x)^5 + C$$

$$\int \left(\frac{2}{\cos^2 x} + \sqrt{x} - \frac{3}{x^6}\right)dx$$

$$2\,tg\,x + \frac{2}{3}x\sqrt{x} + \frac{3}{5x^5} + C$$

$$\int e^{6x-3}\,dx$$

$$\frac{1}{6}e^{6x-3} + C$$

Следует отметить, что для функции вида *f(kx+b)* можно применять упрощенную формулу

$$\int f(kx+b)dx = \frac{1}{k}F(kx+b) + C$$

$$\int cos(6-2x)\,dx = -\frac{1}{2}sin(6-2x) + C$$

$$\int \frac{1}{5x-4}dx = \frac{1}{5}ln(5x-4) + C$$

$$\int e^{2x+1}dx = \frac{1}{2}e^{2x+1} + C$$

АНООПО «Кызылский техникум экономики и права потребительской кооперации2

Спасибо за урок

http://aida.ucoz.ru