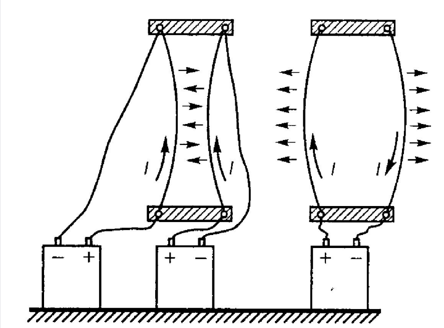
Лекція 1

Магнітне поле

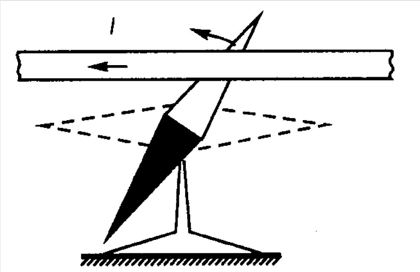
Взаємодія струмів. Магнітна індукція

Експерименти, які дали початок дослідженням магнітного поля (1820р.):

дослід Ампера



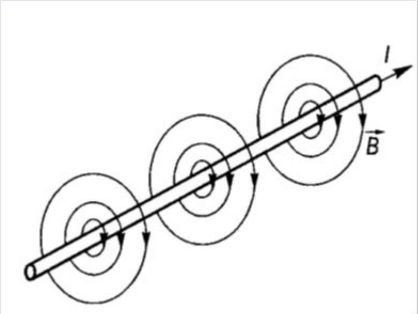
дослід Ерстеда



Магнітне поле створюється рухомими електричними зарядами та діє на рухомі електричні заряди.

Основна силова характеристика магнітного поля – магнітна індукція. Це векторна фізична величина, яка позначається $\vec{B}$ і має розмірність Тесла (Тл).

Напрям вектора магнітної індукції узгоджується з напрямом струму в провіднику правилом правого гвинта (свердлика). Магнітне поле можна представити за допомогою силових ліній, які завжди є замкнутими.



Принцип суперпозиції магнітних полів: *індукція магнітного поля, що створюється системою струмів, у даній точці простору дорівнює векторній сумі індукцій магнітних полів, що створюються в цій точці кожним струмом окремо:* $\vec{B} = \sum_i \vec{B}_i, \quad \vec{B} = \int d\vec{B}.$

Закон Біо-Савара-Лапласа *дозволяє визначити індукцію магнітних полів струмів у довільній точці простору.*

(Idl – елементарний струм, аналог точкового заряду в електриці).

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I\left[d\vec{l} \times \vec{r}\right]}{r^3} \qquad dB = \frac{\mu_0 \cdot Idl \cdot r}{4\pi r^3}\sin\alpha$$

Застосування закону Біо–Савара–Лапласа

- *для прямого нескінченного провідника (b – найкоротша відстань до провідника):* $B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi b}$
- *для відрізку прямого провідника:* $B = \dfrac{\mu_0 I}{4\pi b}\left(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2\right)$
- *для колового витка струму в його центрі (R – радіус витка):* $B = \dfrac{\mu_0 I}{2R}$
- *для колового витка струму на його осі (z – відстань вздовж осі від центру витка):* $B = \dfrac{\mu_0 I R^2}{2\left(R^2 + z^2\right)^{3/2}}$

Теорема про циркуляцію та теорема Гауса для вектора магнітної індукції

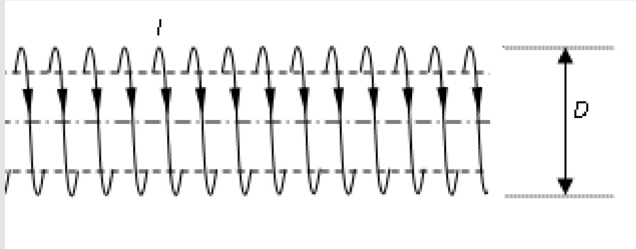
Теорема про циркуляцію: *циркуляція вектора магнітної індукції вздовж довільного замкнутого контуру дорівнює алгебраїчній сумі струмів, що охоплюється цим контуром, помноженій на магнітну сталу:*

$$\oint_l \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum_i I_i$$

Теорема Гауса: *потік вектора магнітної індукції через довільну замкнену поверхню дорівнює нулю (це фізичний зміст того, що у природі не існує магнітних зарядів):*

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0 \qquad \oint_S B_n dS = 0$$

Магнітне поле соленоїда та тороїда

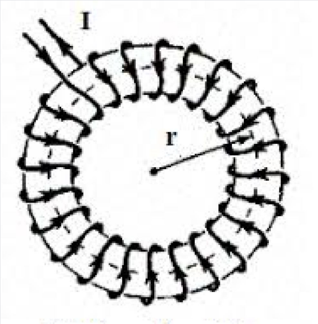


Поле всередині нескінченного соленоїда, у якого довжна набагато перевищує діаметр витка:

$$B = \mu_0 n I$$

(n – кількість витків, що припадає на одиницю довжини, n=N/l).

Зовні соленоїда поле відсутнє.



Поле всередині тороїда (r – відстань до осі тороїда, N – кількість витків):

$$B = \frac{\mu_0 N \cdot I}{2\pi r}$$

Поле зовні тороїда відсутнє.

Сила Лоренца. Сила Ампера

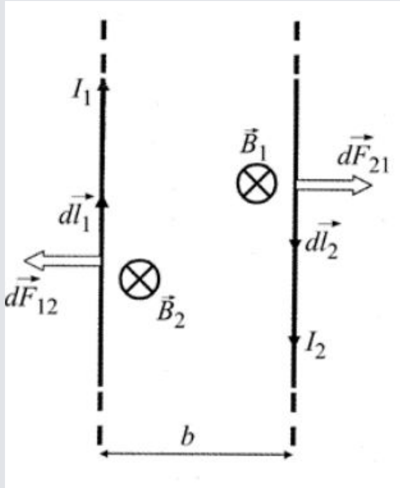
На заряджену частинку, що рухається з певною швидкістю в магнітному полі, з боку поля діє ***сила Лоренца*** *(векторний та скалярний вид):*

$$\vec{F}_{Л} = q\left[\vec{\upsilon} \times \vec{B}\right] \qquad F_{Л} = |q|\upsilon B \sin\alpha$$

На провідник зі струмом в магнітному полі діє ***сила Ампера****, яка є результуючою всіх сил Лоренца, що діють на окремі носії струму.*

$$d\vec{F}_{А} = I\left[d\vec{l} \times \vec{B}\right] \qquad dF_{А} = IBdl\sin\alpha$$

Напрямок сили Лоренца та сили Ампера знаходять за правилом лівої руки, за умови, що заряд є позитивним: чотири пальці вказують напрям швидкості (або напрям струму), лінії магнітної індукції входять у долоню, а великий палець вказує напрям сили.



<u>Сила взаємодії двох нескінченно довгих провідників зі струмом у вакуумі</u>.

На елемент струму Idl_1, що знаходиться у полі струму I_2, діє сила

$$d\vec{F}_{1,2} = I_1\left[d\vec{l}_1 \times \vec{B}_2\right] \qquad B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi b}$$

Так само на елемент струму Idl_2, що знаходиться у полі струму I_1, діє сила

$$d\vec{F}_{21} = I_2\left[d\vec{l}_2 \times \vec{B}_1\right] \qquad B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi b}$$

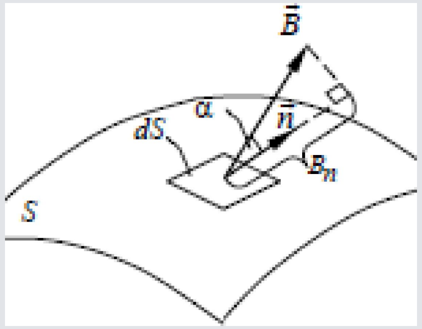
Модулі цих сил з врахуванням виразу магнітної індукції запишуться як:

$$dF_{12} = I_1 dl_1 B_2 \sin\frac{\pi}{2} = \frac{\mu_0}{2\pi}\cdot\frac{I_1 I_2}{b} dl_1 \qquad dF_{21} = I_2 dl_2 B_1 \sin\frac{\pi}{2} = \frac{\mu_0}{2\pi}\cdot\frac{I_1 I_2}{b} dl_2$$

Звідси можна виразити силу, яка припадає на одиницю довжини нескінченного провідника:

$$\frac{dF_{12}}{dl_1} = \frac{dF_{21}}{dl_2} = \frac{\mu_0}{2\pi}\cdot\frac{I_1 I_2}{b}$$

Магнітний потік. Робота по переміщенню провідника зі струмом у магнітному полі



Магнітний потік являє собою скалярний добуток вектора магнітної індукції з вектором площини. Елементарний потік знаходиться як:

$$d\Phi = (\vec{B}\cdot d\vec{S}) = B\cos\alpha dS = B_n dS$$

Повний потік знаходиться шляхом інтегрування: $\Phi = \int\limits_S B_n dS$

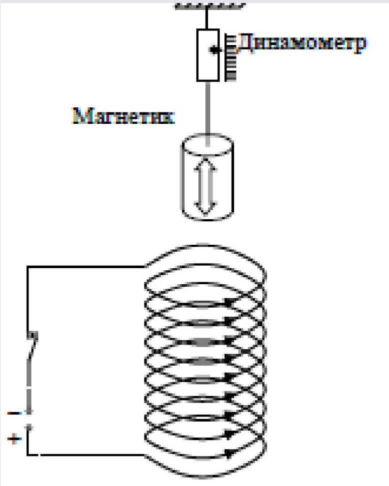
Розмірність магнітного потоку – вебер (Вб).

Елементарна робота при переміщенні провідника зі струмом в магнітному полі, яку виконує сила Ампера, знаходиться як: $\delta A = Id\Phi = IBdS\cos\alpha = IB_n dS$

Якщо контур з постійним струмом виконує скінченне переміщення, то роботу можна розрахувати через магнітні потоки через даний контур у його початковому та кінцевому положеннях: $A = I(\Phi_2 - \Phi_1)$

Якщо контур має N витків, то повний потік через контур позначається $\Psi = N\Phi$ *і називається потокозчепленням.*

Магнітне поле в речовині



Класифікація речовин (магнетиків) за їх здатністю впливати на магнітне поле, в яке вони внесені:

- *діамагнетики: всередині індукується слабке магнітне поле у протилежному напрямку до зовнішнього, в результаті чого зовнішнє поле незначно послаблюється;*
- *парамагнетики: всередині індукується слабке магнітне поле в одному напрямку із зовнішнім, в результаті чого зовнішнє поле незначно підсилюється;*
- *феромагнетики: всередині індукується сильне магнітне поле в одному напрямку з зовнішнім, в результаті чого зовнішнє поле значно посилюється.*

Фізичні величини, які описують магнітне поле у магнетиках

Вектор намагніченості – сумарний магнітний момент одиниці об'єму: $\vec{J} = \frac{1}{V}\sum_{j=1}^{N}\vec{p}_{mj}$ $\vec{J} = \chi\vec{H}$

Напруженість магнітного поля (вимірюється в амперах на метр, А/м): $\vec{B} = \mu_0\mu\vec{H}$ $\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J}$

Магнітна проникність речовини – безрозмірна величина, що показує, у скільки разів дана речовина підсилює зовнішнє магнітне поле, може бути більше або менше одиниці, є сталою для діа- та парамагнетиків та залежить від зовнішнього поля у феромагнетиків:

$$\mu = \frac{B}{B_0}$$

(не плутати з магнітною сталою вакууму, яка має розмірність та стале значення!)

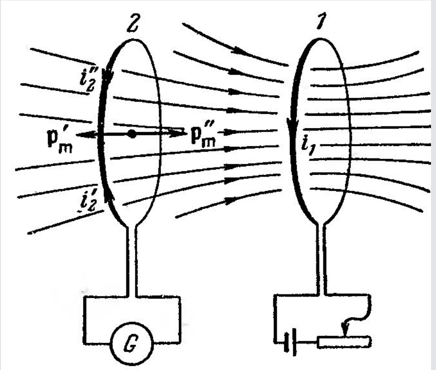
$$\mu_0 = 4\pi\cdot10^{-7} = 1.26\cdot10^{-6}\ Гн/м$$

Магнітна сприйнятливість речовини – безрозмірна характеристика, що показує міру здатності до намагнічування у зовнішньому магнітному полі, вiємна для діамагнетиків, додатна для пара- та феромагнетиеів:

$$\chi$$

$$\mu = \chi + 1$$

Закон електромагнітної індукції



При зміні магнітного потоку через контур у контурі (на рисунку контур 2) виникає індукційний струм. Зміну магнітного потоку можна викликати в три способи:

- *змінюючи величину струму в іншому контурі (на рисунку – у контурі 1);*
- *змінюючи відстань між контурами;*
- *повертаючи один контур відносно іншого.*

Правило Ленца: індукційний струм завжди спрямований таким чином, щоб перешкоджати причині, яка його викликає.

***Закон Фарадея**:*

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}, \text{ або } \varepsilon_i = -\frac{d\Psi}{dt}$$

(для випадку одиничного контура, або коли контур містить декілька витків)

Індуктивність. Енергія магнітного поля

Струм у контурі та повний магнітний потік, що він викликає пропорційні. Коефіцієнтом пропорційності виступає фізична величина, що називається індуктивність (вимірюється у генрі, Гн):

$$\Psi = LI$$

Провідник з індуктивністю L, по якому тече струм I, має енергію: $W = \frac{LI^2}{2}$

Як і у випадку електричного поля, енергію магнітного поля можна виразити через густину енергії:

$$W = \int \omega dV$$

Густина енергії може бути виражена через магнітну індукцію та/або напруженість магнітного поля:

$$\omega = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} = \frac{BH}{2}$$

Система рівнянь Максвела

Пари рівнянь Максвела у диференціальній формі:

$$\begin{cases} rot\vec{E} = -\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ div\vec{B} = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} rot\vec{H} = \dfrac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{j} \\ div\vec{D} = \rho \end{cases}$$

Пари рівнянь Максвела в інтегральній формі:

$$\begin{cases} \oint \vec{E}d\vec{l} = -\int \dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S} \\ \oint \vec{B}d\vec{S} = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} \oint \vec{H}d\vec{l} = \int \dfrac{\partial \vec{D}}{\partial t} d\vec{S} + \int \vec{j}d\vec{S} \\ \oint \vec{D}d\vec{S} = \int \rho dV \end{cases}$$

Граничні умови та матеріальні співвідношення:

$$\begin{cases} E_{1\tau} = E_{2\tau} \\ D_{1n} = D_{2n} \end{cases}, \quad \begin{cases} H_{1\tau} = H_{2\tau} \\ B_{1n} = B_{2n} \end{cases}, \quad \begin{cases} \vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \vec{E} \\ \vec{B} = \mu\mu_0 \vec{H} \\ \vec{j} = \sigma \vec{E} \end{cases}$$