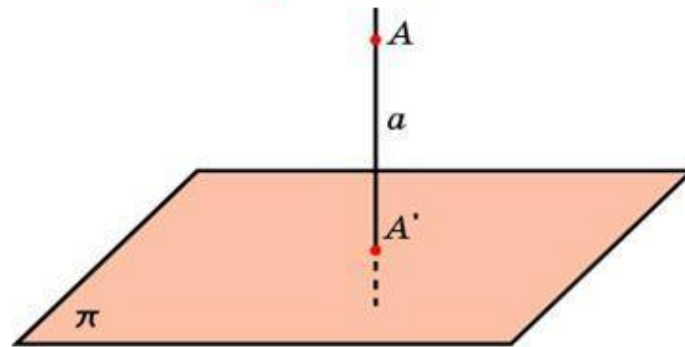


**\* ОРТОГОНАЛЬНАЯ  
ПРОЕКЦИЯ ПЛОСКОЙ  
ФИГУРЫ НА  
ПЛОСКОСТЬ И ЕЕ  
ПЛОЩАДЬ**

## ОРТОГОНАЛЬНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ

Пусть дана плоскость  $\pi$  и точка  $A$  пространства. Через точку  $A$  проведем прямую  $a$ , перпендикулярную плоскости  $\pi$ . Точку пересечения прямой  $a$  с плоскостью  $\pi$  обозначим  $A'$ . Она называется **ортогональной проекцией** точки  $A$  на плоскость  $\pi$ .



Соответствие, при котором точкам  $A$  пространства сопоставляются их ортогональные проекции  $A'$ , называется **ортогональным проектированием** на плоскость  $\pi$ .

## СВОЙСТВА

Поскольку ортогональное проектирование является частным случаем параллельного проектирования, для него справедливы все рассмотренные выше свойства параллельного проектирования.

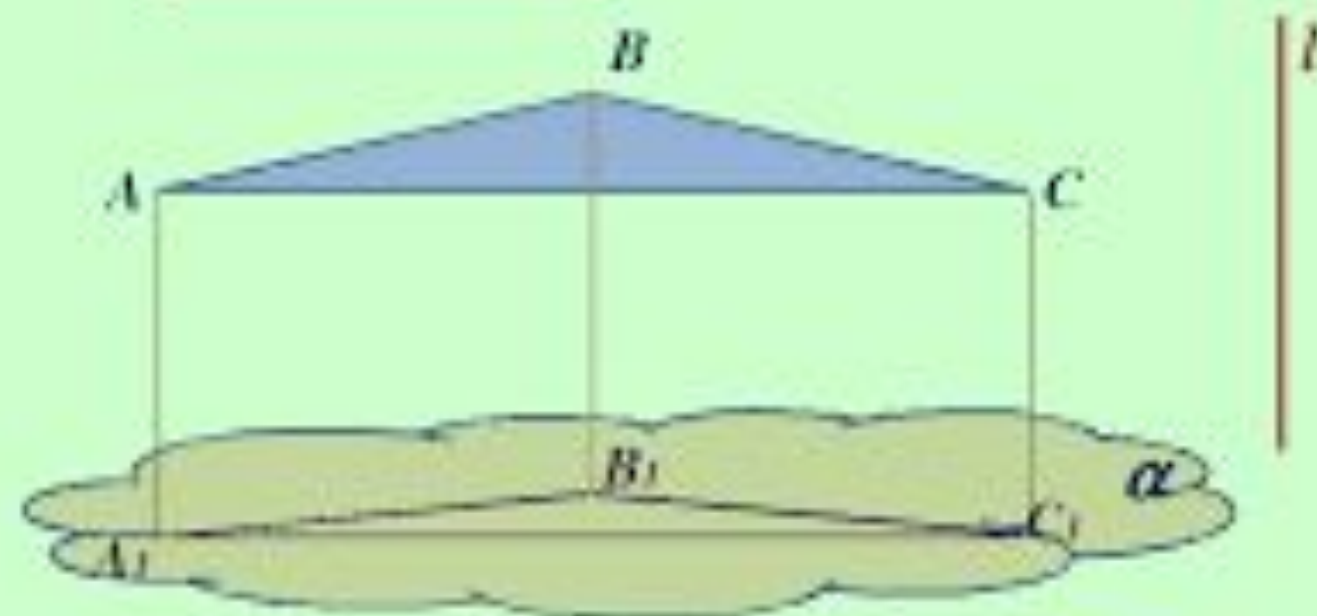
**Свойство 1.** Если прямая перпендикулярна плоскости проектирования, то ее ортогональной проекцией является точка. Если прямая не перпендикулярна плоскости проектирования, то ее ортогональной проекцией является прямая.

**Свойство 2.** Ортогональное проектирование сохраняет отношение длин отрезков, лежащих на одной прямой. В частности, при ортогональном проектировании середина отрезка переходит в середину соответствующего отрезка.

**Свойство 3.** Если две параллельные прямые не перпендикулярны плоскости проектирования, то их ортогональными проекциями являются две параллельные прямые или одна прямая.

Заметим, что ортогональное проектирование, также как и параллельное проектирование, не сохраняет длины отрезков и величины углов.

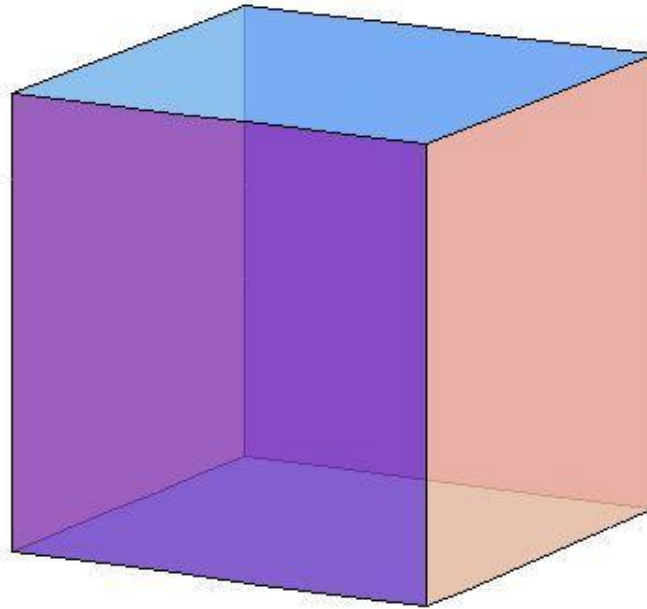
Ортогональная проекция фигуры  
на плоскость:



$\Delta A_1 B_1 C_1$  – ортогональная проекция  $\Delta ABC$  на плоскость  $\alpha$

# КУБ

На рисунке показано ортогональная проекция куба.

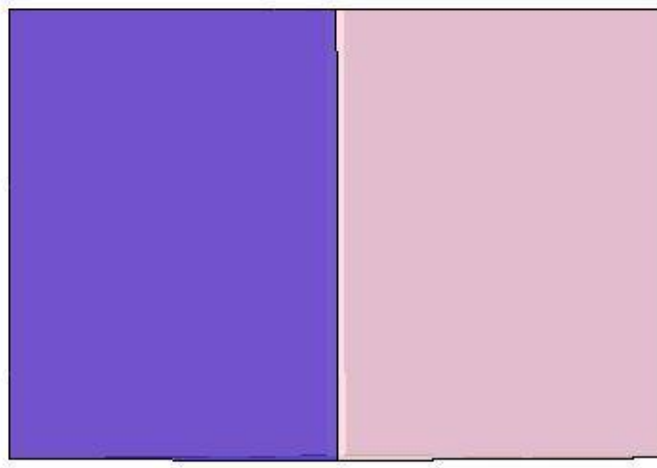


## Упражнение 1

Какая фигура является ортогональной проекцией куба на плоскость, параллельную плоскости его грани?

## Упражнение 2

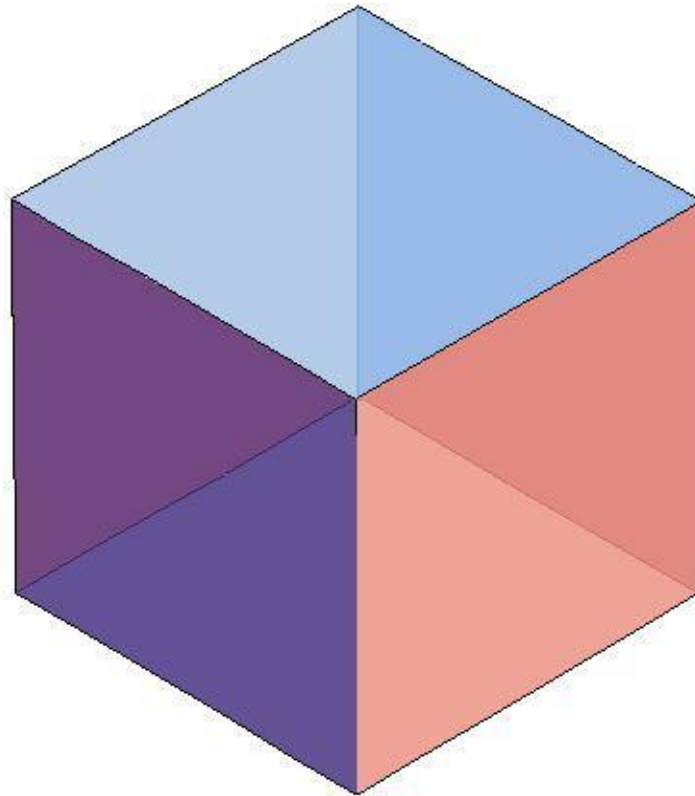
Изобразите ортогональную проекцию куба на плоскость, перпендикулярную диагонали его грани.



Ответ.

## Упражнение 4

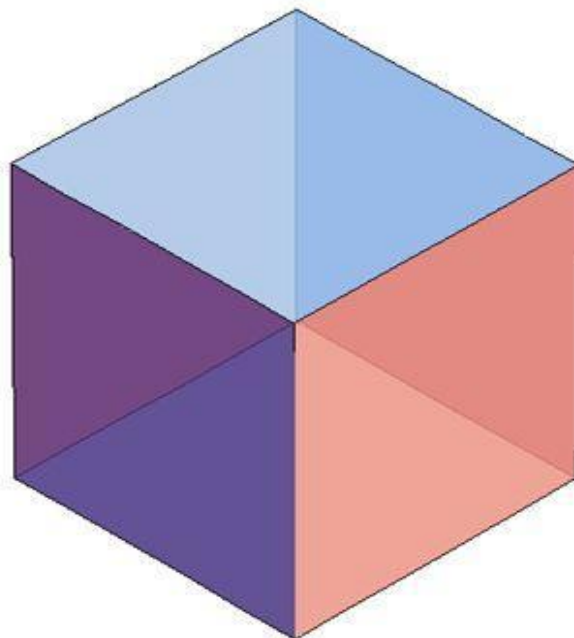
Изобразите ортогональную проекцию куба на плоскость, перпендикулярную его диагонали.





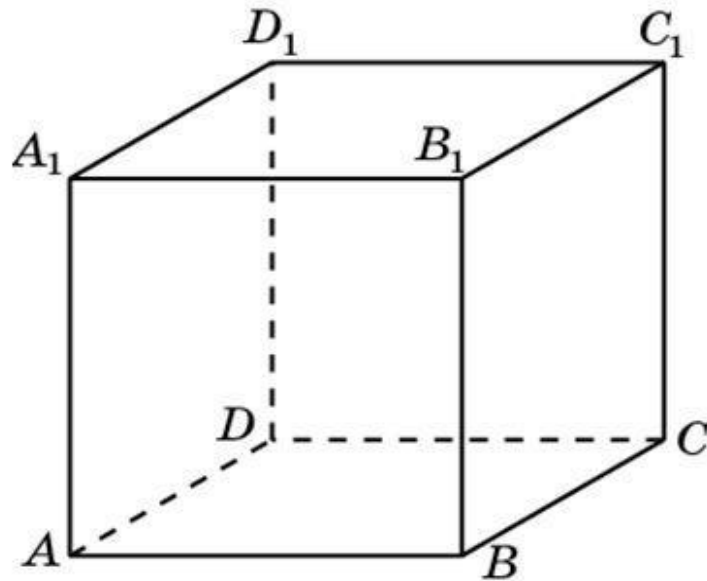
## Упражнение 5

Единичный куб ортогонально проектируется на плоскость, проходящую через центр куба и перпендикулярную его диагонали. Найдите сторону правильного шестиугольника, являющегося ортогональной проекцией этого куба.



## Упражнение 6

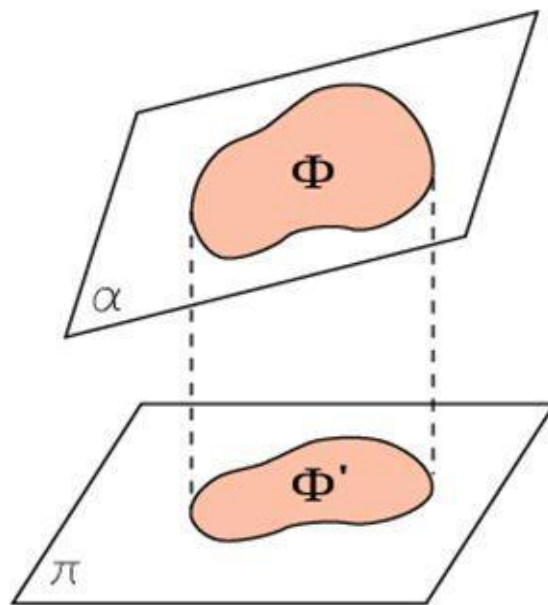
На рисунке изображена параллельная проекция куба. Является ли она ортогональной проекцией куба?



**Ответ.** Нет. Из того, что ортогональной проекцией грани куба является квадрат следует, что плоскость проектирования параллельна плоскости этой грани. В этом случае ортогональной проекцией куба должен быть квадрат.

## ПЛОЩАДЬ

**Теорема.** Площадь  $S'$  ортогональной проекции плоской фигуры равна площади  $S$  этой фигуры, умноженной на косинус угла  $\varphi$  между плоскостью фигуры  $\Phi$  и плоскостью проектирования, т.е. имеет место формула  $S' = S \cdot \cos \varphi$ .



## \* ДОМАШНЯЯ РАБОТА

Найдите площадь сечения единичного куба  $A...D_1$ , проходящее через вершину  $D_1$  и середины ребер  $AB$ ,  $BC$ .

