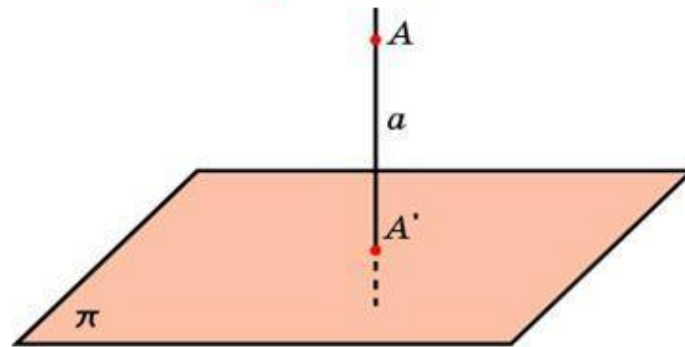


*** ОРТОГОНАЛЬНАЯ
ПРОЕКЦИЯ ПЛОСКОЙ
ФИГУРЫ НА
ПЛОСКОСТЬ И ЕЕ
ПЛОЩАДЬ**

ОРТОГОНАЛЬНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ

Пусть дана плоскость π и точка A пространства. Через точку A проведем прямую a , перпендикулярную плоскости π . Точку пересечения прямой a с плоскостью π обозначим A' . Она называется **ортогональной проекцией** точки A на плоскость π .



Соответствие, при котором точкам A пространства сопоставляются их ортогональные проекции A' , называется **ортогональным проектированием** на плоскость π .

СВОЙСТВА

Поскольку ортогональное проектирование является частным случаем параллельного проектирования, для него справедливы все рассмотренные выше свойства параллельного проектирования.

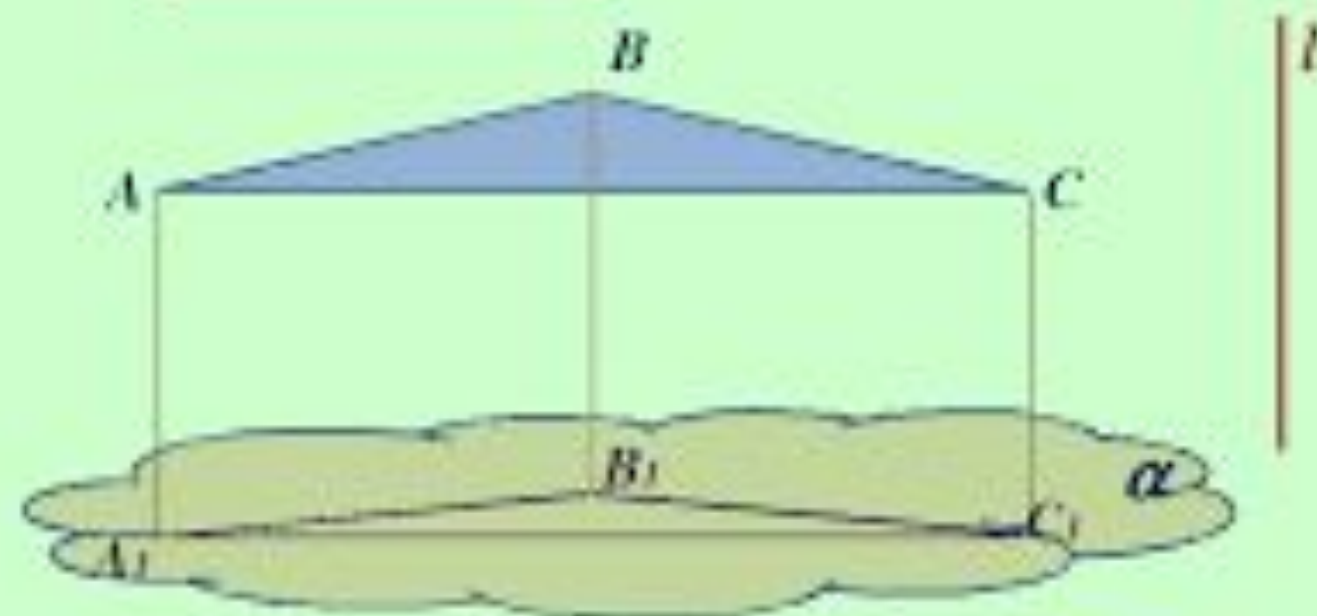
Свойство 1. Если прямая перпендикулярна плоскости проектирования, то ее ортогональной проекцией является точка. Если прямая не перпендикулярна плоскости проектирования, то ее ортогональной проекцией является прямая.

Свойство 2. Ортогональное проектирование сохраняет отношение длин отрезков, лежащих на одной прямой. В частности, при ортогональном проектировании середина отрезка переходит в середину соответствующего отрезка.

Свойство 3. Если две параллельные прямые не перпендикулярны плоскости проектирования, то их ортогональными проекциями являются две параллельные прямые или одна прямая.

Заметим, что ортогональное проектирование, также как и параллельное проектирование, не сохраняет длины отрезков и величины углов.

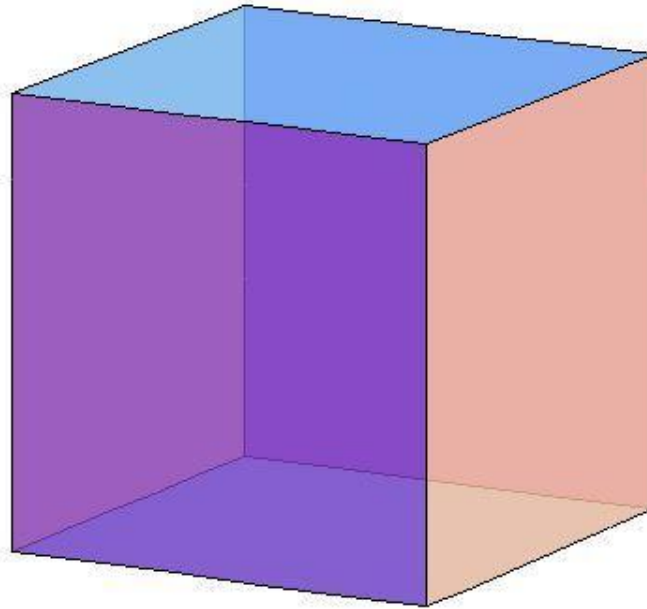
Ортогональная проекция фигуры
на плоскость:



$\Delta A_1 B_1 C_1$ – ортогональная проекция ΔABC на плоскость α

КУБ

На рисунке показано ортогональная проекция куба.

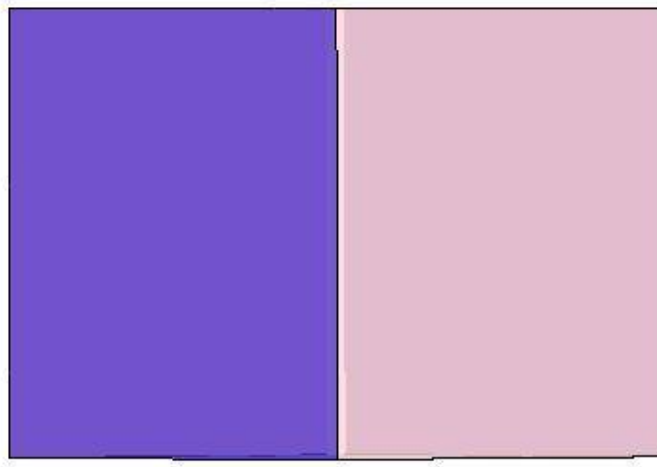


Упражнение 1

Какая фигура является ортогональной проекцией куба на плоскость, параллельную плоскости его грани?

Упражнение 2

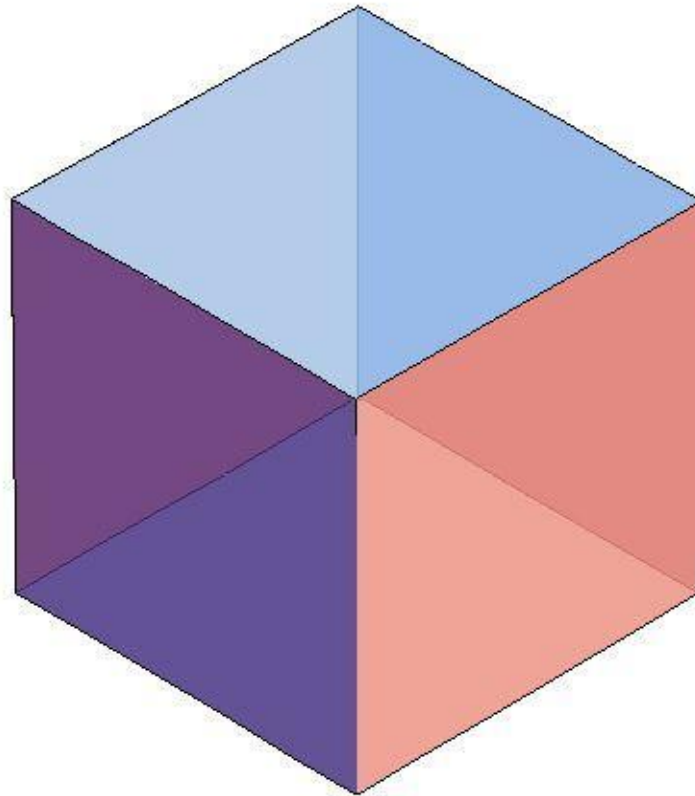
Изобразите ортогональную проекцию куба на плоскость, перпендикулярную диагонали его грани.



Ответ.

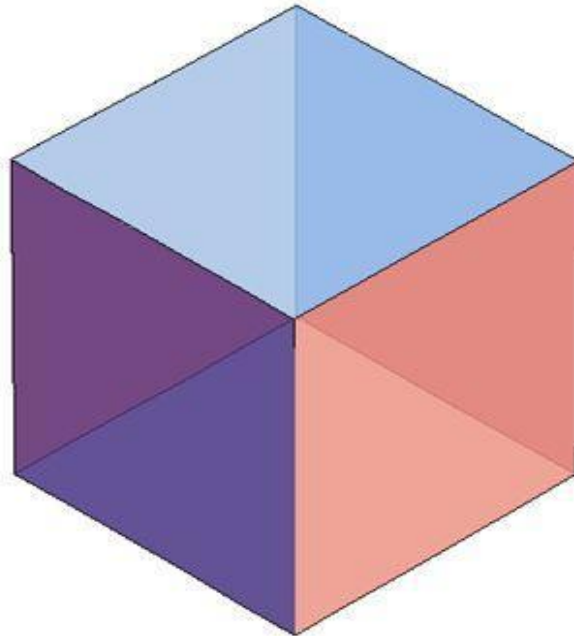
Упражнение 4

Изобразите ортогональную проекцию куба на плоскость, перпендикулярную его диагонали.



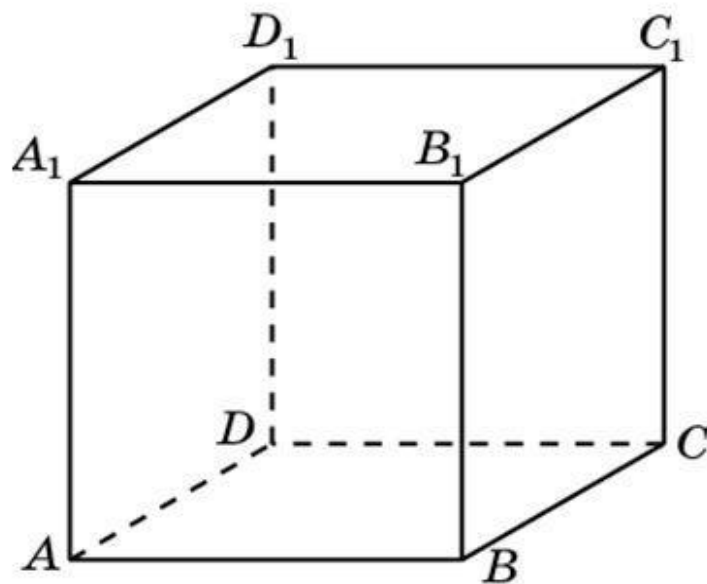
Упражнение 5

Единичный куб ортогонально проектируется на плоскость, проходящую через центр куба и перпендикулярную его диагонали. Найдите сторону правильного шестиугольника, являющегося ортогональной проекцией этого куба.



Упражнение 6

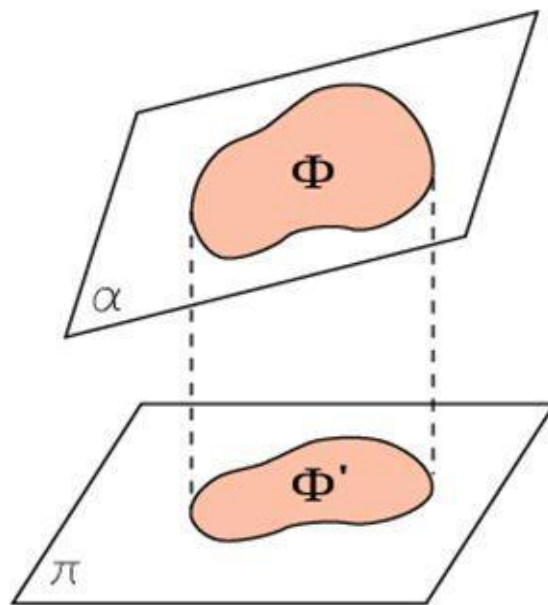
На рисунке изображена параллельная проекция куба. Является ли она ортогональной проекцией куба?



Ответ. Нет. Из того, что ортогональной проекцией грани куба является квадрат следует, что плоскость проектирования параллельна плоскости этой грани. В этом случае ортогональной проекцией куба должен быть квадрат.

ПЛОЩАДЬ

Теорема. Площадь S' ортогональной проекции плоской фигуры равна площади S этой фигуры, умноженной на косинус угла φ между плоскостью фигуры Φ и плоскостью проектирования, т.е. имеет место формула $S' = S \cdot \cos \varphi$.



* ДОМАШНЯЯ РАБОТА

Найдите площадь сечения единичного куба $A...D_1$, проходящее через вершину D_1 и середины ребер AB , BC .

