

Презентация на тему: Векторы

выполнила ученица
9 «Г» класса
Каирканова Ю.

Многие физические величины характеризуются числовым значением и направлением в пространстве, их называют векторными величинами



Нулевой вектор – это любая точка плоскости или пространства.

Нулевым вектором называется вектор, у которого начальная и конечная точка совпадают.

Нулевой вектор обычно обозначается как 0 .

Длина нулевого вектора равна нулю.

Нулевой вектор определяет тождественное движение пространства, при котором каждая точка пространства переходит в себя.

Если два вектора лежат на одной прямой или на параллельных прямых, то такие векторы называют коллинеарными.

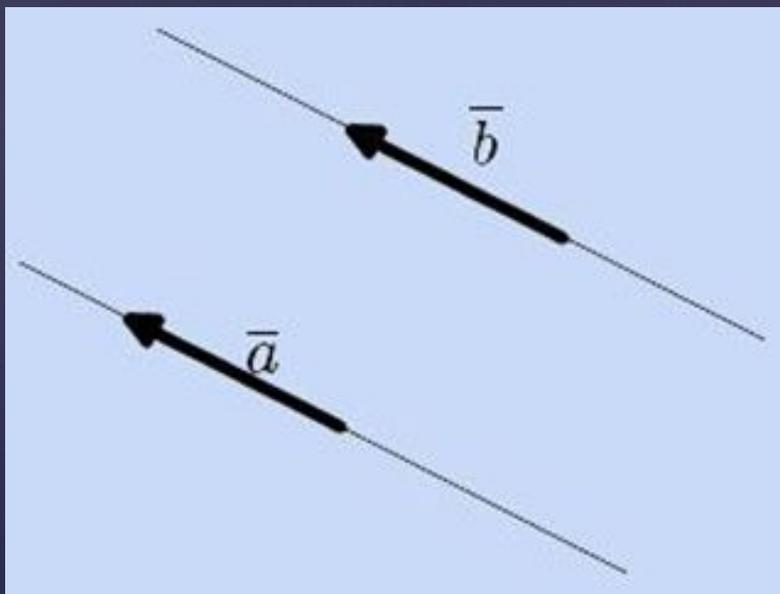


Если два вектора не лежат на одной прямой или на параллельных прямых, то такие векторы называют неколлинеарными.

Нулевой вектор коллинеарен любому другому вектору.

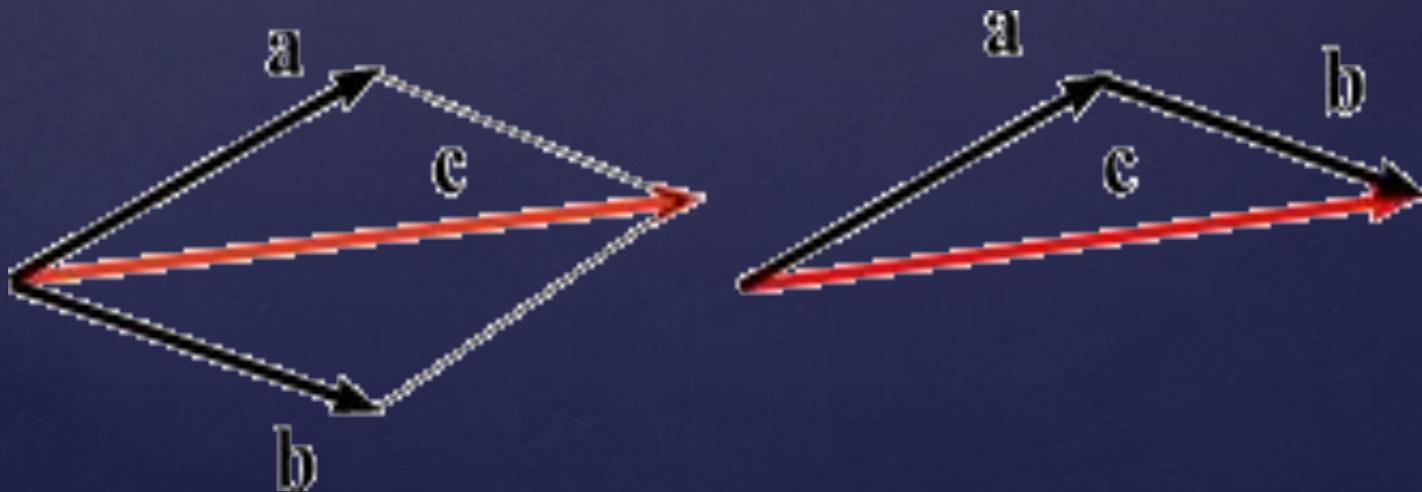
Два коллинеарных \vec{a} и \vec{b} вектора называются сонаправленными, если их направления совпадают и обозначают $\vec{a} \uparrow \downarrow \vec{b}$.

Два вектора называются равными, если они сонаправленные и их длины равны.



Сложение векторных величин производится по правилу треугольника:

Для того чтобы получить сумму двух векторов, нужно из произвольной точки отложить первый вектор, из конца полученного вектора отложить второй вектор, и построить вектор, соединяющий начало первого с концом второго – это и будет сумма двух векторов.

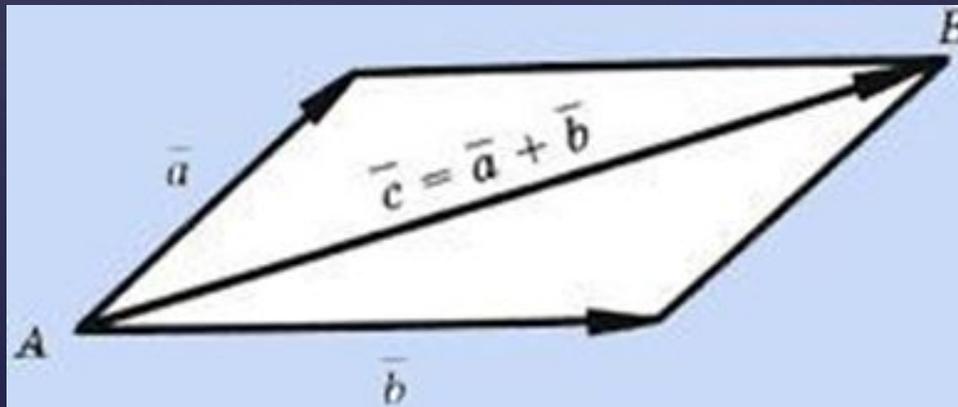


Сложение векторных величин производится по правилу параллелограмма:

Сумма двух векторов \vec{a} и \vec{b} , приведенных к общему началу, есть третий вектор \vec{c} , длина которого равна длине \square параллелограмма, построенного на векторах \vec{a} и \vec{b} , а направлен он от точки A к точке B .

Модуль вектора \vec{c} вычисляется по формуле

$$C = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cos(a, b)}$$



Произведением вектора $a \neq 0$ на число k называется вектор, модуль которого равен числу $|k| * |a|$ и сонаправлен с вектором a при $k > 0$ и противоположно направлен при $k < 0$.
Произведение числа k на вектор a записывают так : ka

Разность векторов.

Свойство вычитания суммы из числа:

Чтобы вычесть сумму из числа, можно из него вычесть одно слагаемое и затем из результата вычесть другое слагаемое.

$$a - (b + c) = (a - b) - c \quad \text{или} \quad a - (b + c) = (a - c) - b$$

Скобки в выражении $(a - b) - c$ не имеют значения и их можно опустить.

$$(a - b) - c = a - b - c$$

Свойство вычитания числа из суммы

Чтобы вычесть число из суммы, можно вычесть его из одного слагаемого, а к результату прибавить оставшееся слагаемое.

$$(a + b) - c = (a - c) + b \text{ (если } a > c \text{ или } a = c)$$

или

$$(a + b) - c = (b - c) + a \text{ (если } b > c \text{ или } b = c)$$

Свойство нуля при вычитании:

Если из числа вычесть ноль, получится само число.

$$a - 0 = a$$

Если из числа вычесть само число, то получится ноль.

$$a - a = 0$$

Умножение вектора на число

Геометрическая интерпретация.

Произведение ненулевого вектора на число - это вектор, коллинеарный данному (сонаправленный данному, если число положительное, имеющий противоположное направление, если число отрицательное), а его модуль равен модулю данного вектора, умноженному на модуль числа.

Алгебраическая интерпретация.

Произведение ненулевого вектора на число - это вектор, координаты которого равны соответствующим координатам данного вектора, умноженным на число.

Формула умножения вектора на число для плоских задач

В случае плоской задачи произведение вектора $a = \{ax ; ay\}$ и числа k можно найти воспользовавшись следующей формулой:

$$k \cdot a = \{k \cdot ax ; k \cdot ay\}$$

Формула умножения вектора на число для пространственных задач

В случае пространственной задачи произведение вектора $a = \{ax ; ay ; az\}$ и числа k можно найти воспользовавшись следующей формулой: $k \cdot a = \{k \cdot ax ; k \cdot ay ; k \cdot az\}$

Формула умножения n -мерного вектора

В случае n -мерного пространства произведение вектора $a = \{a_1 ; a_2 ; \dots ; a_n\}$ и числа k можно найти воспользовавшись следующей формулой: $k \cdot a = \{k \cdot a_1 ; k \cdot a_2 ; \dots ; k \cdot a_n\}$

Свойства вектора умноженного на число

Если вектор \mathbf{b} равен произведению ненулевого числа k и ненулевого вектора \mathbf{a} , то есть $\mathbf{b} = k \cdot \mathbf{a}$, тогда:

$\mathbf{b} \parallel \mathbf{a}$ - вектора \mathbf{b} и \mathbf{a} параллельны

$\mathbf{a} \uparrow \uparrow \mathbf{b}$, если $k > 0$ - вектора \mathbf{b} и \mathbf{a} сонаправленные, если число $k > 0$

$\mathbf{a} \uparrow \downarrow \mathbf{b}$, если $k < 0$ - вектора \mathbf{b} и \mathbf{a} противоположно направленные, если число $k < 0$

$|\mathbf{b}| = |k| \cdot |\mathbf{a}|$ - модуль вектора \mathbf{b} равен модулю вектора \mathbf{a} умноженному на модуль числа k

Формула умножения вектора на число для плоских задач

В случае плоской задачи произведение вектора $a = \{ax ; ay\}$ и числа k можно найти воспользовавшись следующей формулой:

$$k \cdot a = \{k \cdot ax ; k \cdot ay\}$$

Формула умножения вектора на число для пространственных задач

В случае пространственной задачи произведение вектора $a = \{ax ; ay ; az\}$ и числа k можно найти воспользовавшись следующей формулой: $k \cdot a = \{k \cdot ax ; k \cdot ay ; k \cdot az\}$

Формула умножения n -мерного вектора

В случае n -мерного пространства произведение вектора $a = \{a_1 ; a_2 ; \dots ; a_n\}$ и числа k можно найти воспользовавшись следующей формулой: $k \cdot a = \{k \cdot a_1 ; k \cdot a_2 ; \dots ; k \cdot a_n\}$

Свойства вектора умноженного на число

Если вектор \mathbf{b} равен произведению ненулевого числа k и ненулевого вектора \mathbf{a} , то есть $\mathbf{b} = k \cdot \mathbf{a}$, тогда:

$\mathbf{b} \parallel \mathbf{a}$ - вектора \mathbf{b} и \mathbf{a} параллельны

$\mathbf{a} \uparrow \uparrow \mathbf{b}$, если $k > 0$ - вектора \mathbf{b} и \mathbf{a} сонаправленные, если число $k > 0$

$\mathbf{a} \uparrow \downarrow \mathbf{b}$, если $k < 0$ - вектора \mathbf{b} и \mathbf{a} противоположно направленные, если число $k < 0$

$|\mathbf{b}| = |k| \cdot |\mathbf{a}|$ - модуль вектора \mathbf{b} равен модулю вектора \mathbf{a} умноженному на модуль числа k

Угол между векторами.

Углом между двумя векторами, отложенными от одной точки, называется кратчайший угол, на который нужно повернуть один из векторов вокруг своего начала до положения сонаправленности с другим вектором.

Основное соотношение. Косинус угла между векторами равен скалярному произведению векторов, деленному на произведение модулей векторов.

Формула вычисления угла между векторами

$$\cos \alpha = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$$

Скалярное произведение двух векторов.

Формула скалярного произведения векторов для плоских задач

В случае плоской задачи скалярное произведение векторов $a = \{a_x ; a_y\}$ и $b = \{b_x ; b_y\}$ можно найти воспользовавшись следующей формулой: $a \cdot b = a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y$

Формула скалярного произведения векторов для пространственных задач

В случае пространственной задачи скалярное произведение векторов $a = \{a_x ; a_y ; a_z\}$ и $b = \{b_x ; b_y ; b_z\}$ можно найти воспользовавшись следующей формулой: $a \cdot b = a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y + a_z \cdot b_z$

Формула скалярного произведения n -мерных векторов

В случае n -мерного пространства скалярное произведение векторов $a = \{a_1 ; a_2 ; \dots ; a_n\}$ и $b = \{b_1 ; b_2 ; \dots ; b_n\}$ можно найти воспользовавшись следующей формулой: $a \cdot b = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + \dots + a_n \cdot b_n$

Свойства скалярного произведения векторов.

Скалярное произведение вектора самого на себя всегда больше или равно нулю:

$$a \cdot a \geq 0$$

Скалярное произведение вектора самого на себя равно нулю тогда и только тогда, когда вектор равен нулевому вектору:

$$a \cdot a = 0 \iff a = 0$$

Скалярное произведение вектора самого на себя равно квадрату его модуля: $a \cdot a = |a|^2$

Операция скалярного умножения коммутативна: $a \cdot b = b \cdot a$

Если скалярное произведение двух не нулевых векторов равно нулю, то эти вектора ортогональны:

$$a \neq 0, b \neq 0, a \cdot b = 0 \iff a \perp b$$

$$(\alpha a) \cdot b = \alpha(a \cdot b)$$

Операция скалярного умножения дистрибутивна: $(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$

Разность векторов.

Свойство вычитания суммы из числа:

Чтобы вычесть сумму из числа, можно из него вычесть одно слагаемое и затем из результата вычесть другое слагаемое.

$$a - (b + c) = (a - b) - c \quad \text{или} \quad a - (b + c) = (a - c) - b$$

Скобки в выражении $(a - b) - c$ не имеют значения и их можно опустить.

$$(a - b) - c = a - b - c$$

Свойство вычитания числа из суммы

Чтобы вычесть число из суммы, можно вычесть его из одного слагаемого, а к результату прибавить оставшееся слагаемое.

$$(a + b) - c = (a - c) + b \text{ (если } a > c \text{ или } a = c)$$

или

$$(a + b) - c = (b - c) + a \text{ (если } b > c \text{ или } b = c)$$

Свойство нуля при вычитании:

Если из числа вычесть ноль, получится само число.

$$a - 0 = a$$

Если из числа вычесть само число, то получится ноль.

$$a - a = 0$$

*СПАСИБО ЗА
ВНИМАНИЕ!*