

Исторические сведения

- Учащийся знакомы с графиками некоторых функций: $y=kx +b$, $y =k x$, $y = k/x$,
- $Y= x^3$, $y= x$, $y = x^2+y^2$ –уравнение окружности., наряду с окружностью заслуженными «старожилами» в математике являются конические сечения- эллипс, парабола, гипербола. Одним из первых, кто начал изучать эти кривые, древнегреческий математик Менехм (4 век до нашей эры). «А что получится, если разрезать конус плоскостью, перпендикулярной его образующей?» Так, изменяя угол при вершине прямого кругового конуса, Менехм получил три вида кривых: эллипс - если угол при вершине конуса острый, параболу - если угол прямой, одну ветвь гиперболы- если угол тупой. . Названия этих кривых предложил Аполлоний Пергский .
- В 17 веке математик и астроном Иоганн Кеплер, стараясь описать законы движения планет, высказал гипотезу о том, что траектории движения планет Солнечной системы – это эллипс, некоторые космические тела имеют траекторию движения в виде гиперболы, параболы. В 1687 г. Исаак Ньютон доказал это предположение. В 18 веке философ и математик Р. Декарт ввел понятие координатной плоскости, оказалось возможным записать каждую линию на плоскости уравнением. Уравнения, задающие эллипс, гиперболу, параболу является уравнением второй степени Поэтому, соответствующие линии называются кривыми второго порядка В школе рассматривается подробнее всего одно из конических сечений- парабола.
- Квадратичной функцией называется функция, которую можно задать формулой вида $y = ax^2+vx+c$, где x - независимая переменная; a , v и c -некоторые числа, a - отличное от 0 число.
- График квадратичной функции представляет из себя параболу. В переводе с греческого «парабола» - это «сравнение», «сопоставление».

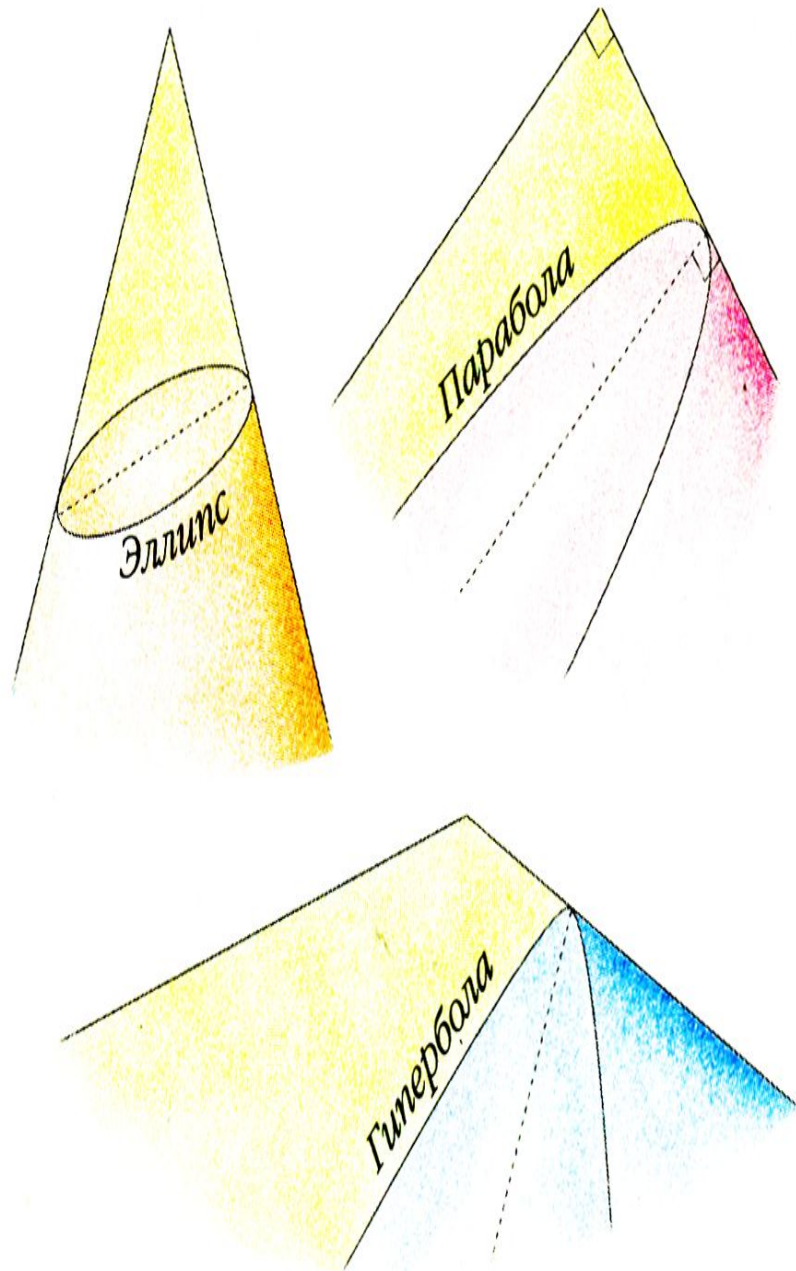


Рис. 1.

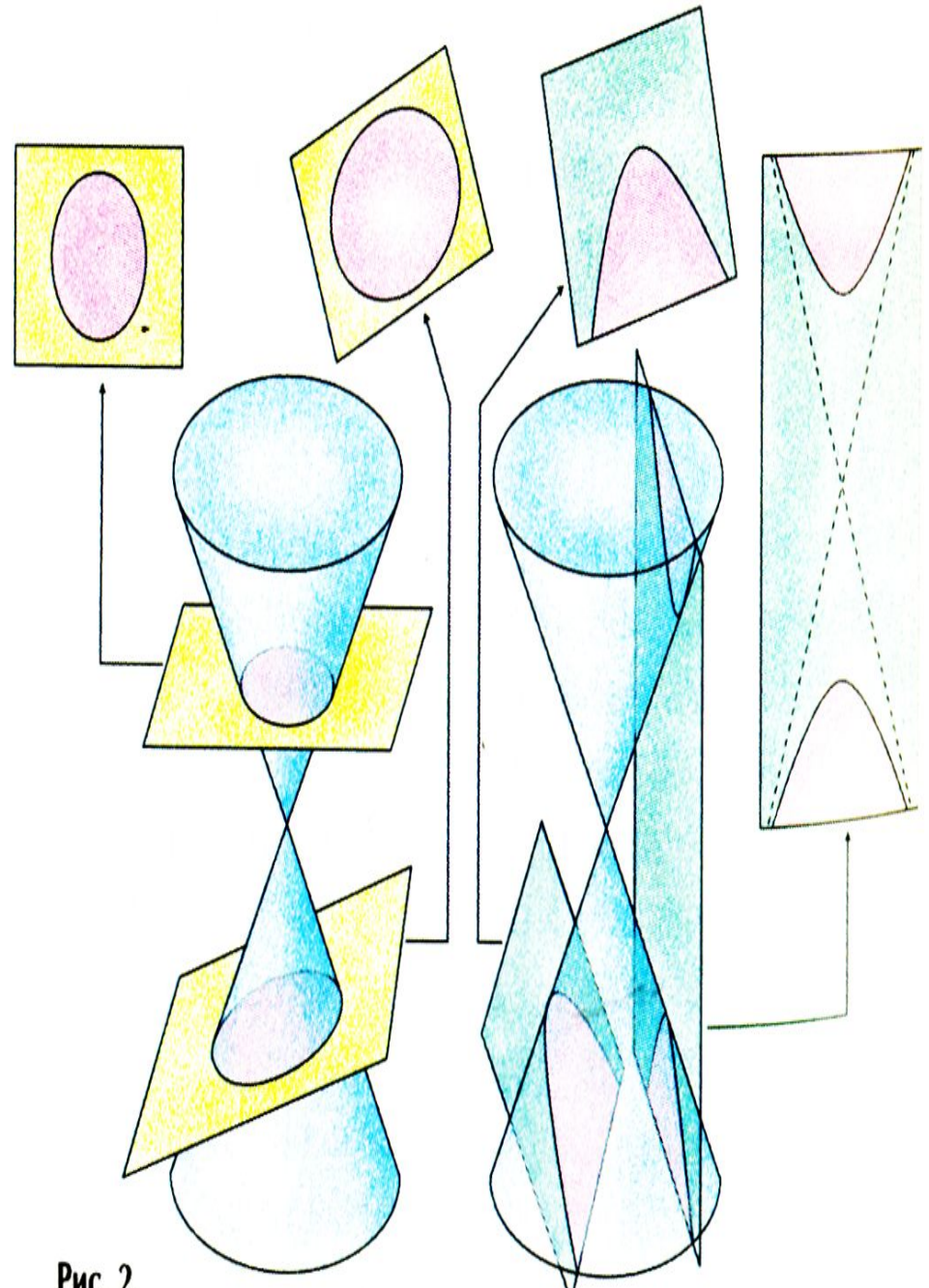
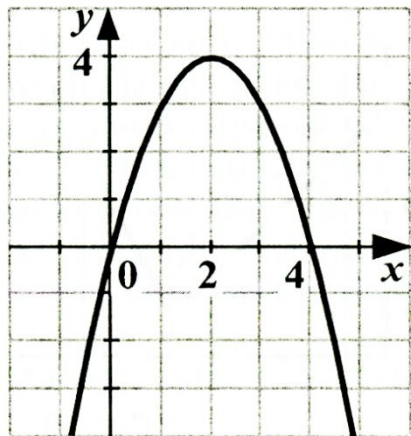


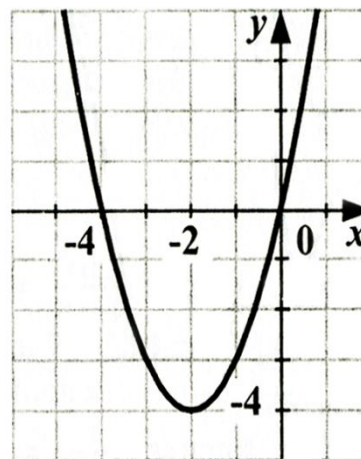
Рис. 2

Математический диктант

1. Вершина параболы;
2. Нули функции;
3. Ось симметрии;
4. $Y > 0$. $Y < 0$;
5. Промежутки возрастания, убывания функции.

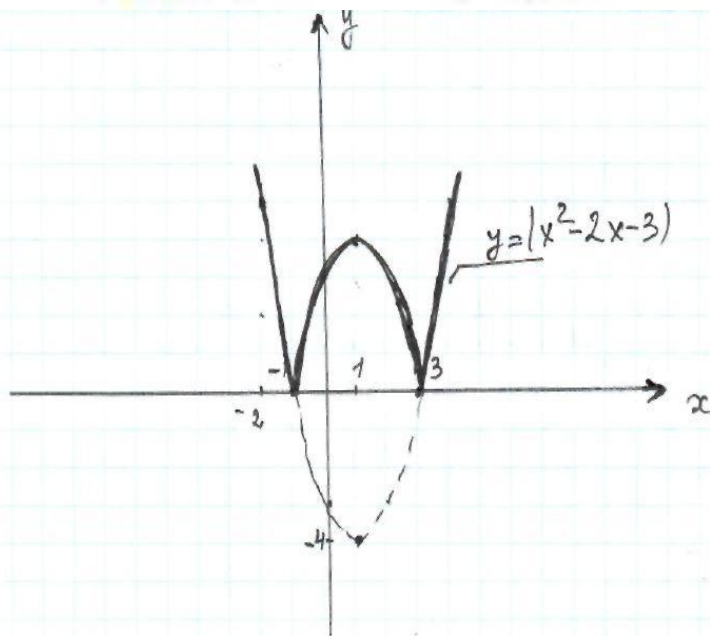


1. Вершина параболы;
2. Нули функции;
3. Ось симметрии;
4. $Y > 0$. $Y < 0$;
5. Промежутки возрастания, убывания функции.



2. Постройте график функции . Сколько общих точек может иметь с этим графиком прямая ?
(Для каждого случая укажите соответствующие значения m .)

$$y = |x^2 - 2x - 3|$$

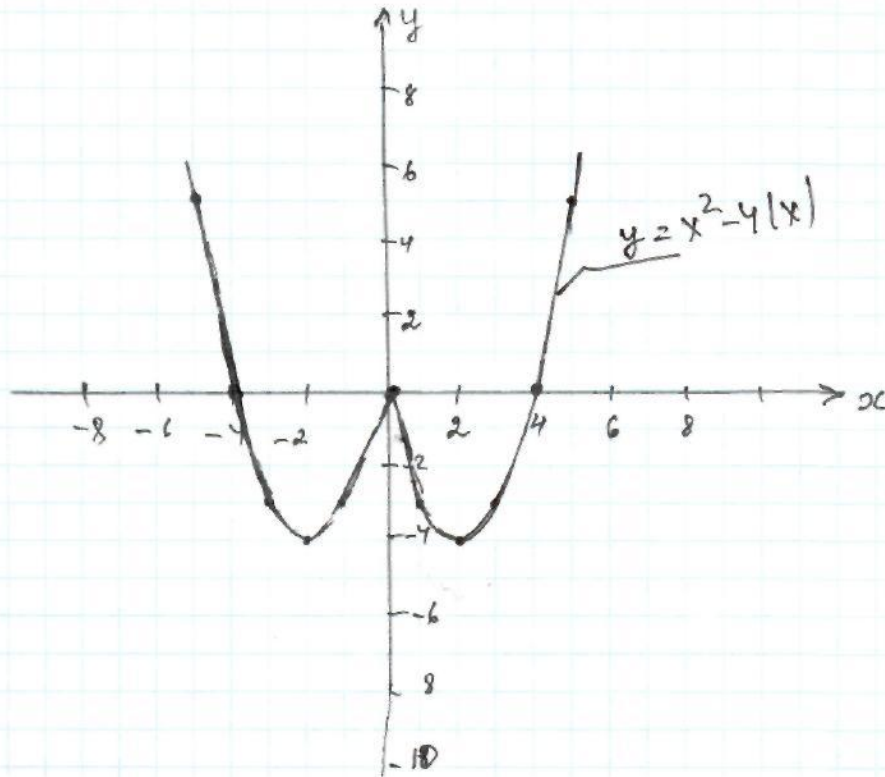


при $m = 0$ и $m > 4$ - 2 решения.

при $m = 4$ - 3 решения

при $0 < m < 4$ - 4 решения

Точек может иметь с этим графиком прямая ?
(Для каждого случая укажите соответствующие значения m .)

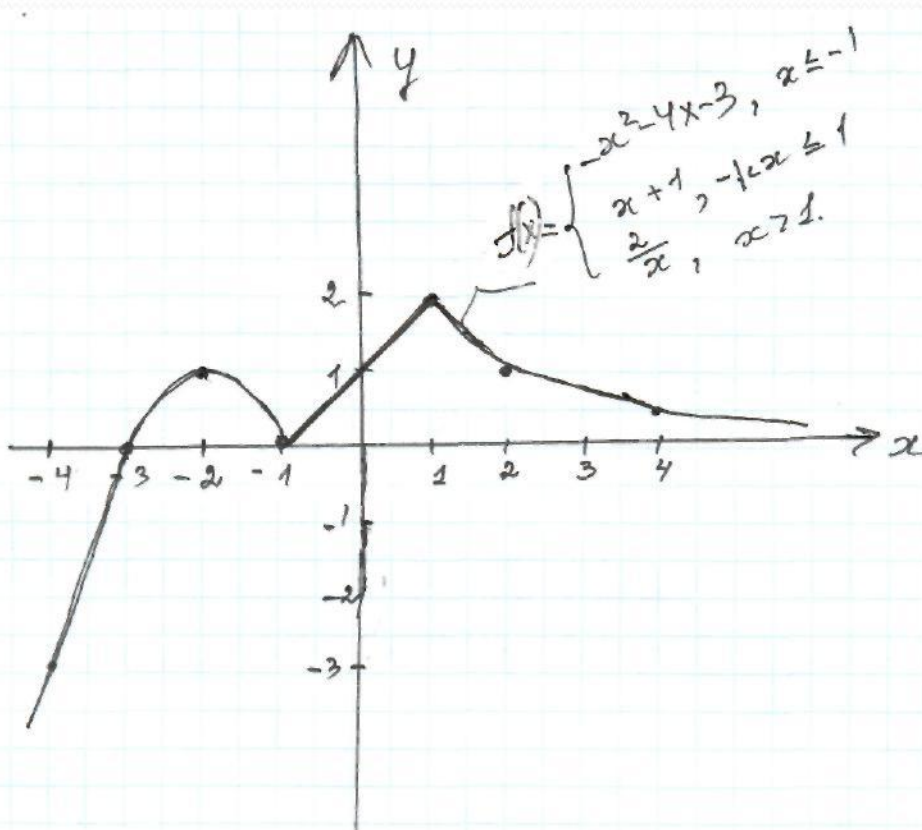


при $-4 < m < 0$ - 4 решения
при $m = 0$ - 3 решения
при $m = -4, m > 0$ - 2 решения

4. Постройте график функции, где

$$f(x) =$$

При каких значениях m прямая $y=m$ имеет с графиком этой функции две общие точки?



При $m=0$ графики функций $f(x)$ и $y=m$ имеют 2 общие точки

$$y = -x^2 + (n-1)x + n \quad y=1?$$

Решение.

$$① \quad y_0 = -\frac{b^2 - 4ac}{4a} = -\frac{(n-1)^2 - 4(-1) \cdot n}{-4} = \frac{n^2 + 2n + 1}{4}.$$

$$② \quad \frac{n^2 + 2n + 1}{4} < 1, \quad \frac{n^2 + 2n + 1 - 4}{4} < 0,$$

$$n^2 + 2n - 3 < 0, \quad \text{т.к. } 4 > 0,$$

$$(n+3)(n-1) < 0$$



$$n \in (-3; 1).$$

$$\text{Ответ. } (-3; 1).$$

симметричен относительно прямой
и проходит через точку

$$y = ax^2 + bx + 2$$

Где $x = 2$ — это график.

$$K(-2; -4).$$

① Т.к. график симметричен относительно $x = 2$, то $x_0 = 2$ — координата вершины параболы.

② Т.к. $y = ax^2 + bx + 2$ проходит через $K(-2; -4)$, получим: $-4 = 4a - 2b + 2$

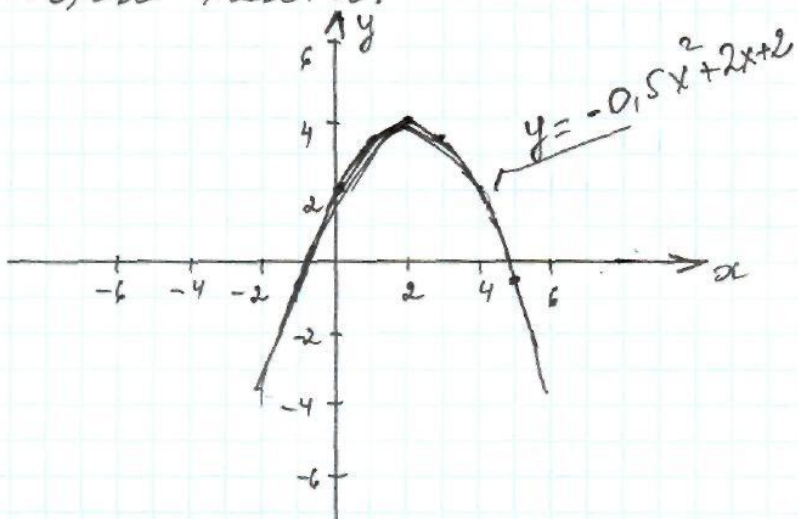
$$2a - b = -3,$$

А так же ; $x_0 = -\frac{b}{2a}$, где

$$-\frac{b}{2a} = 2, \quad b = -4a;$$

$$b = 2, \quad a = -0,5.$$

$$y = -0,5x^2 + 2x + 2.$$

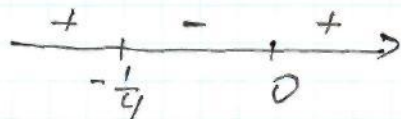


$$y = x^2 - 2px - 1 \text{ и } y = -x^2 + 4px + p$$

х?

① $y = x^2 - 2px - 1$, ветви параболы направлены вверх.
 $D = 4p^2 + 4 > 0 \forall p$, значит данная парабола пересекает ось Ox в 2 точках, вершина этой параболы должна быть ниже оси Ox .

② Чтобы график функции $y = -x^2 + 4px + p$ имел вершину параболы выше оси Ox ,
 $D = 16p^2 + 4p > 0$, $16p^2 + 4p = 4p(4p + 1) > 0$,
 $p = 0$, $p = -1/4$



$$p < -\frac{1}{4}, \quad p > 0.$$

Ответ. $p < -\frac{1}{4}, \quad p > 0$

8. При каких положительных значениях k парабола

k

$y = x^2 + x - 1$ и прямая $y = kx - 2$ не пересекаются?

$$\textcircled{1} \begin{cases} y = x^2 + x - 1 \\ y = kx - 2, \end{cases}$$

$$x^2 + x - 1 = kx - 2,$$

$$x^2 + x(1 - k) + 1 = 0.$$

Квадратное ур-е не имеет корней,
если $D < 0$

$$D = k^2 - 2k - 3, \quad k^2 - 2k - 3 < 0$$

$$\begin{array}{c} + \quad - \quad + \\ | \quad | \quad | \\ -1 \quad 3 \end{array} \rightarrow$$

$$k \in (-1; 3)$$

② Так как по условию $k > 0$, то
 $k \in (0; 3)$.

Ответ: $0 < k < 3$.