



# ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ

---

# СОХРАНЯЮЩИЕСЯ ВЕЛИЧИНЫ

---

**Механической системой** называется совокупность материальных точек (тел), рассматриваемых как единое целое. **Внутренними силами** называются силы, с которыми на данное тело действуют остальные тела системы. Тела, не входящие в состав исследуемой механической системы, называются **внешними телами**. Силы, действующие на систему со стороны внешних тел, называются **внешними силами**. Механическая система называется **замкнутой**, или **изолированной системой**, если она не взаимодействует с внешними телами (на нее не действуют внешние силы).

Тело называется **свободным**, если на его положение и движение в пространстве не наложено никаких ограничений, и – **несвободным** – если на его возможные положения и движения наложены те или иные ограничения.

энергия	закон сохранения энергии
импульс	закон сохранения импульса
момент импульса	закон сохранения момента импульса

# МЕХАНИЧЕСКАЯ ЭНЕРГИЯ И РАБОТА

---

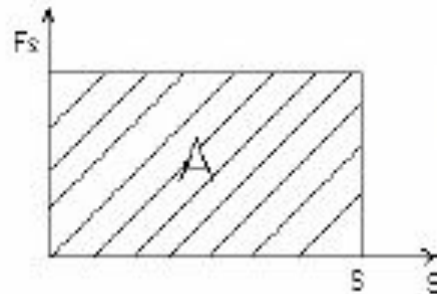
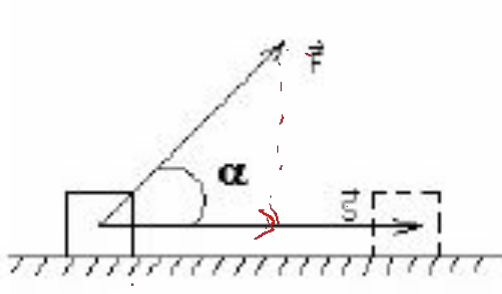
**Энергия** – это универсальная мера различных форм движения и взаимодействия. Энергия не исчезает и не возникает из ничего: она лишь может переходить из одной формы в другую.

$$dA = dE$$

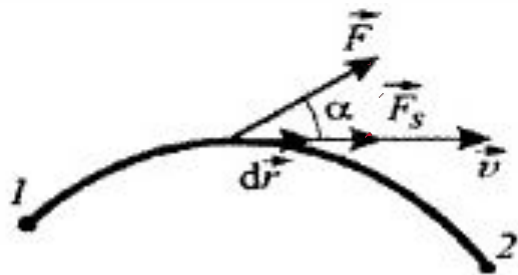
Механическая энергия бывает двух видов – кинетическая и потенциальная.

**Кинетическая энергия** – это энергия движения,  
**потенциальная энергия** – энергия положения (взаимодействия)

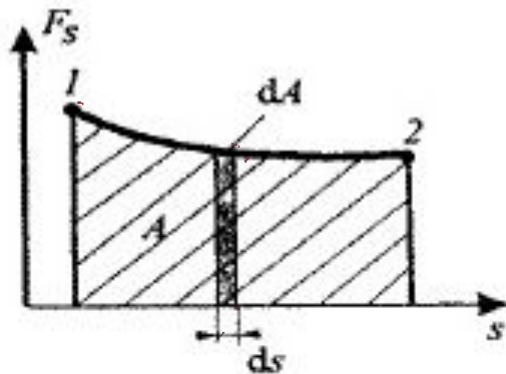
**Работа силы** – это количественная характеристика процесса обмена энергией между взаимодействующими телами.



$$dA = F \cdot dS \cdot \cos \alpha = \vec{F} \cdot d\vec{S} = F_S \cdot dS.$$



$$A = \int dA = \int_1^2 \underbrace{F \cdot \cos \alpha}_{= F_S} \cdot dS = \int_1^2 F_S \cdot dS$$



острый угол, то  $\cos \alpha > 0$  - работа силы положительна;  
 если угол тупой,  $\cos \alpha < 0$  - работа силы отрицательна;  
 если  $\alpha = 90^\circ$ ,  $\cos 90^\circ = 0$  - работа силы равна нулю.

**Функция состояния системы, определяемая только скоростью ее движения, называется кинетической энергией.**

$$E_k = \frac{mv^2}{2}.$$

К Т

Кинетическая энергия системы есть функция состояния движения этой системы.  $E_k$  – аддитивная величина:

$$E_k = \sum_{i=1}^n \frac{m_i v_i^2}{2},$$

# Связь кинетической энергии с импульсом $p$ .

**Т.**  $\frac{mv^2}{2} \left( \frac{m}{m} \right) = \frac{m^2 v^2}{2m}$ , **отсюда**  
**к.**  $\frac{mv^2}{2} \left( \frac{m}{m} \right) = \frac{m^2 v^2}{2m}$ , **а**

$$E_k = \frac{p^2}{2m}.$$

$$p = m \cdot v$$

# Связь кинетической энергии с работой.

---

Если постоянная сила действует на тело, то оно будет двигаться в направлении силы. Тогда, **элементарная работа** по перемещению тела из т. 1 в т. 2, будет равна произведению силы  $F$  на перемещение  $dr$  :

$$dA = Fdr \quad A = \int_1^2 Fdr = E_{k2} - E_{k1}.$$

Следовательно, **работа** силы приложенной к телу на пути  $r$  численно равна **изменению кинетической энергии этого тела:**

$$A = \Delta E_k.$$

Или **изменение кинетической энергии  $dK$  равно работе внешних сил:**

$$dE_k = dA.$$



Скорость совершения работы (передачи энергии) называется **мощность**.

**Мощность есть работа, совершаемая в единицу времени.**

**Мгновенная мощность**  $N = \frac{dA}{dt}$

или  $N = F \frac{dr}{dt} = Fv.$

**Средняя мощность**  $\langle N \rangle = \frac{A}{\Delta t}.$

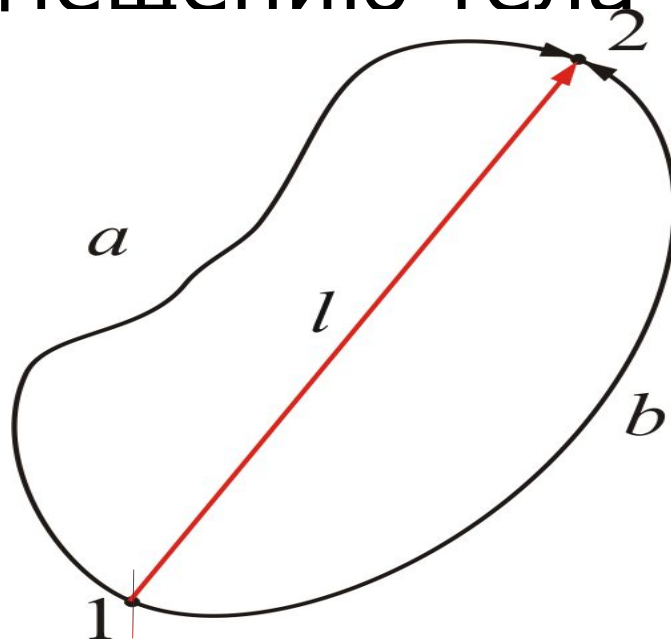
## Консервативные силы и системы

Кроме контактных взаимодействий, наблюдаются взаимодействия между телами, удаленными друг от друга. Подобное взаимодействие осуществляется посредством **физических полей** (особая форма материи).

***Каждое тело** создает вокруг себя **поле**, которое проявляет себя именно воздействием на другие тела.*

**Силы, работа которых не зависит от пути, по которому двигалось тело, а зависит от начального и конечного положения тела называются консервативными.**

Обозначим  $A$  – работа консервативных сил, по перемещению тела из т. 1 в т. 2



$$A_{1a2} = A_{1b2} = A_{1l2} = A_{12}.$$

---

Изменение направления движения на противоположное – вызывает изменение знака работы консервативных сил. Отсюда следует, что *работа консервативных сил вдоль замкнутой кривой равна нулю:*

$$\oint_L F dr = A_{12} + A_{21} = A_{12} - A_{12} = 0$$

**Если циркуляция какого-либо вектора силы равна нулю, то эта сила консервативна.**

---

**Консервативные силы:** сила тяжести, электростатические силы, силы центрального стационарного поля.

**Неконсервативные силы:** силы трения, силы вихревого электрического поля.

*Консервативная система – такая, внутренние силы которой только консервативные, внешние – консервативны и стационарны.*

## Потенциальная энергия

~~Если на систему материальных тел действуют консервативные силы, то можно ввести понятие потенциальной энергии.~~

Работа, совершаемая консервативными силами при изменении конфигурации системы, не зависит от того как было осуществлено это изменение. Работа определяется только **начальной** и **конечной** конфигурациями системы:

$$A_{12} = U_1 - U_2,$$

**Потенциальная энергия**  $U(x, y, z)$  – функция состояния системы, **зависящая только от координат** всех тел системы в поле консервативных сил.

$E_p$   $\Pi$

Работа консервативных сил равна убыли потенциальной энергии:

$$dA = -dU.$$

# Потенциальная энергия при гравитационном взаимодействии

Работа тела при падении  $A = mgh$ .

Или

$$A = U - U_0.$$



Условились считать, что на поверхности земли ( $h = 0$ ),  $U_0 = 0$

тогда  $U = A$  т.е.

$$U = mgh.$$



Для случая гравитационного взаимодействия между массами  $M$  и  $m$ , находящимися на расстоянии  $r$  друг от друга, потенциальную энергию можно найти по формуле:

$$U = -G \frac{Mm}{r}.$$

# Потенциальная энергия упругой деформации (пружины)

Найдём работу, совершаемую при деформации упругой пружины.

Сила  $F_{\text{упр}} = -kx$ , упругости  
Сила непостоянна, поэтому  
элементарная работа

$$dA = F dx = -kx dx$$

знак минус говорит о том, что работа совершена над пружиной.

$$A = \int dA = - \int_{x_1}^{x_2} kx dx = \frac{kx_1^2}{2} - \frac{kx_2^2}{2},$$

$\int_{x_1}^{x_2} x dx = \frac{x^2}{2}$

Т.е.  $A = U_1 - U_2$  Примем:  $U_2 = 0, U_1 = U$   
тогда

$$U = \frac{kx^2}{2}.$$

# Закон сохранения механической энергии

---

Закон сохранения сводит воедино результаты, полученные нами раньше.

В сороковых годах девятнадцатого века трудами Р. Майера, Г. Гельмгольца и Дж. Джоуля (все в разное время и независимо друг от друга) был доказан закон сохранения и превращения энергии.

**Для консервативной системы частиц можно найти полную энергию системы:**

---

$$E = K + U_{\text{внутр.}} + U_{\text{внеш.}} = \text{const}$$


**Для механической энергии закон сохранения звучит так: полная механическая энергия консервативной системы материальных точек остаётся постоянной.**

Для **замкнутой системы**, т.е. для системы на которую не действуют внешние силы, можно записать:

---

$$E = K + U_{\text{внутр.}} = \text{const}$$

т.е. **полная механическая энергия** замкнутой системы материальных точек, между которыми действуют только консервативные силы, **остаётся постоянной.**



Если в замкнутой системе действуют неконсервативные силы, то полная механическая энергия системы не сохраняется – частично она переходит в другие виды энергии – неконсервативные.

Система, в которой механическая энергия переходит в другие виды энергии, называется **диссипативной**, сам процесс перехода называется **диссипацией энергии**.

# Закон сохранения импульса

---

**Закон сохранения импульса:** импульс замкнутой системы материальных точек сохраняется, т.е. не изменяется с течением времени. Иначе, в замкнутой системе импульс тел до взаимодействия равен импульсу тел после взаимодействия.

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots + \vec{p}_n = \text{const}$$

$$\sum_{i=1}^n \vec{p}_i = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i = \text{const}$$

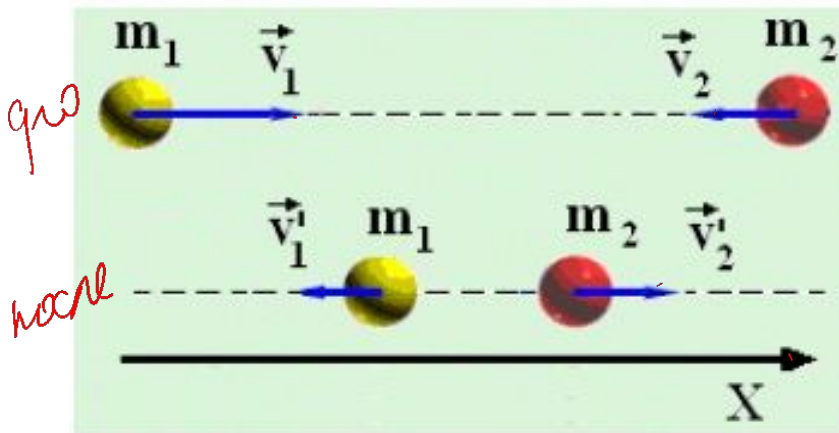


# Соударение двух тел

**Удар (соударение)** – столкновение двух или более тел, при котором взаимодействие длится очень короткое время.

**Центральный удар** – удар, при котором тела до удара движутся по прямой, проходящей через их центры масс.

**Абсолютно упругий удар** – столкновение двух тел, в результате которого в обоих взаимодействующих телах не остается никаких деформаций и вся кинетическая энергия, которой обладали тела до удара, после удара снова превращается в кинетическую энергию



$$\sum \vec{p}_{до} = \sum \vec{p}_{после}$$

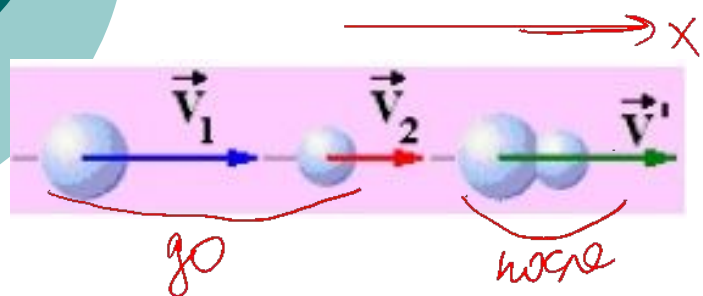
$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{v}_1' + m_2 \vec{v}_2', \quad \text{з.с.у.}$$

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 v_1'^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2} \quad \text{з.с.э.}$$

$$m_1 v_1 - m_2 v_2 = -m_1 v_1' + m_2 v_2' \quad \text{з.с.у.}$$

$$v_1 - v_1' = v_2' - v_2 \quad v_1' = \frac{(m_2 - m_1)v_1 + 2m_2 v_2}{m_1 + m_2}, \quad v_2' = \frac{(m_1 - m_2)v_2 + 2m_1 v_1}{m_1 + m_2}$$

**Абсолютно неупругий удар** – столкновение двух тел, в результате которого тела объединяются, двигаясь дальше как единое тело (с одной скоростью).



$$\bar{v}' = \frac{m_1 \bar{v}_1 + m_2 \bar{v}_2}{m_1 + m_2}$$

$$\Delta T = \frac{m_1 m_2}{2(m_1 + m_2)} (v_1 - v_2)^2$$

$$\sum \vec{p}_{го} = \sum \vec{p}_{после}$$

$$m_1 \bar{v}_1 + m_2 \bar{v}_2 = (m_1 + m_2) \bar{v}', \quad \text{з.с.у.}$$

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v' \quad \text{з.с.у}$$

$$\Delta T = \left( \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} \right) - \frac{(m_1 + m_2) v'^2}{2}$$

$\triangleleft$  го There

$$\Delta T = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \cdot \frac{m_1 v_1^2}{2}$$

$$Q = \Delta T \approx \frac{m_1 v_1^2}{2}$$

$$E_{k_1} + E_{k_2} = E_{k_{после}} + Q$$

# Закон сохранения момента импульса

---

**Закон сохранения момента импульса:** момент импульса замкнутой системы материальных точек остается постоянным, т.е. сохраняется во времени.

$$\vec{L}_1 + \vec{L}_2 + \dots + \vec{L}_n = \text{const}$$