



# ЭЛЕКТИВНЫЙ КУРС ПО ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ



## Введение в теорию вероятностей





**Комбинаторика – это раздел математики, в котором изучаются вопросы о том, сколько различных комбинаций, подчиненных тем или иным условиям, можно составить из заданных объектов.**





## Комбинаторика необходима:

- конструктору, разрабатывающему новую модель механизма;
- механику, занимающемуся сложными сооружениями;
- ученому-агроному, планирующему распределение сельхозкультур на нескольких полях;
- химику, изучающему атомный состав;
- математику, занимающемуся составлением и разгадыванием шифров, изучением древних письменностей
- биологу, изучающему состав белков и ДНК; и т.д.





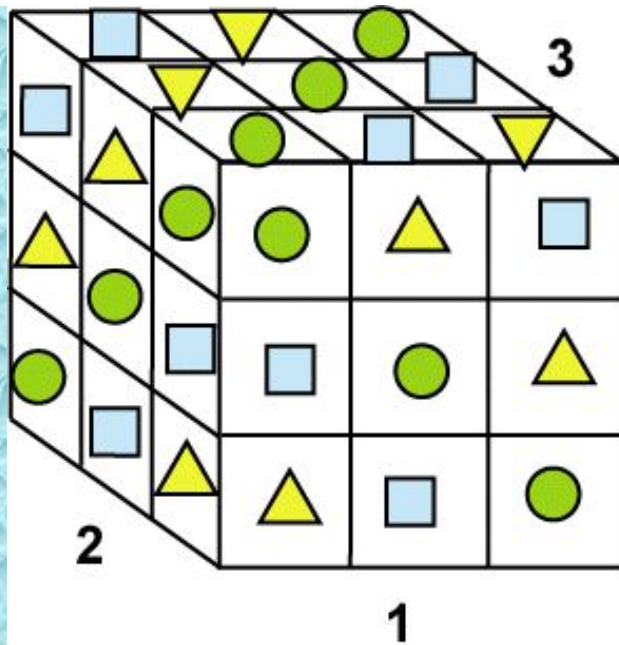
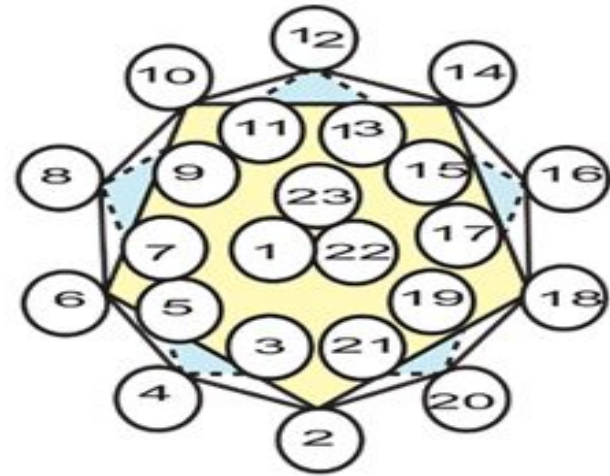
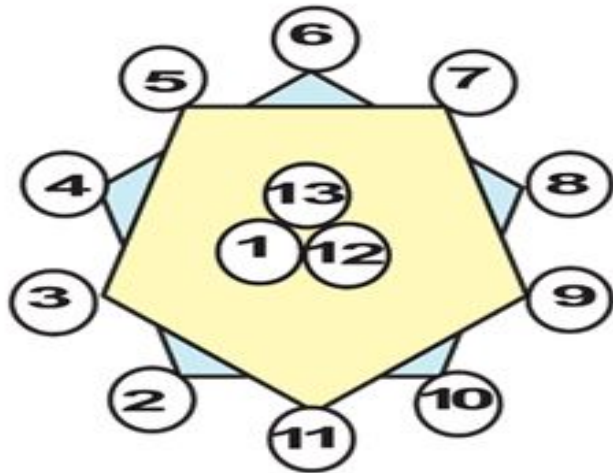
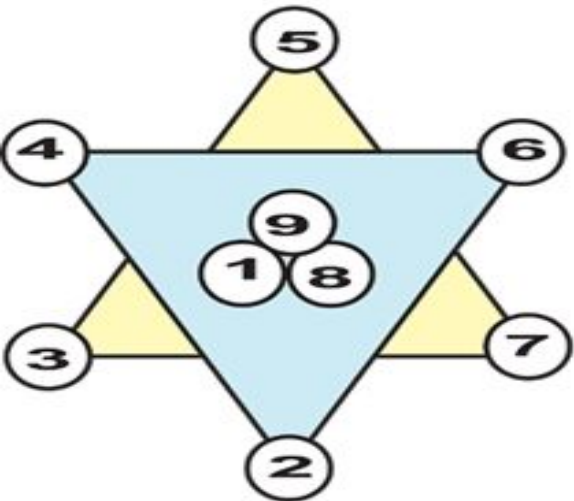
**Исторически  
е корни**

**Комбинаторика  
возникла в  
глубокой  
древности, много  
тысячелетий  
назад**



# Древний Китай

Составление магических квадратов  
(Заданные числа располагали так,  
что их сумма по всем горизонталям,  
вертикалям и главным диагоналям  
была одной и той же)



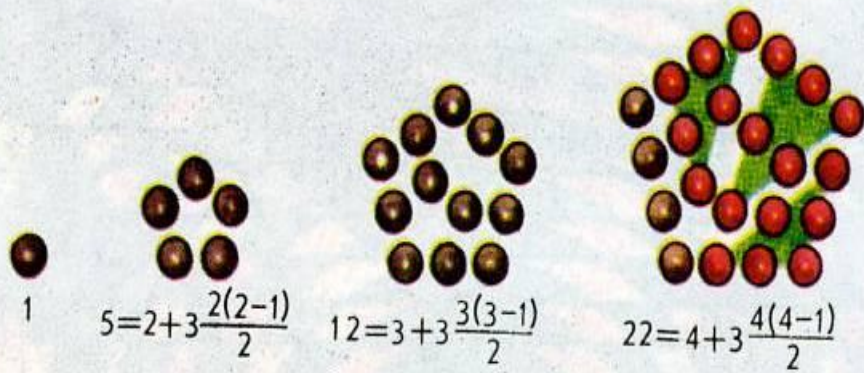
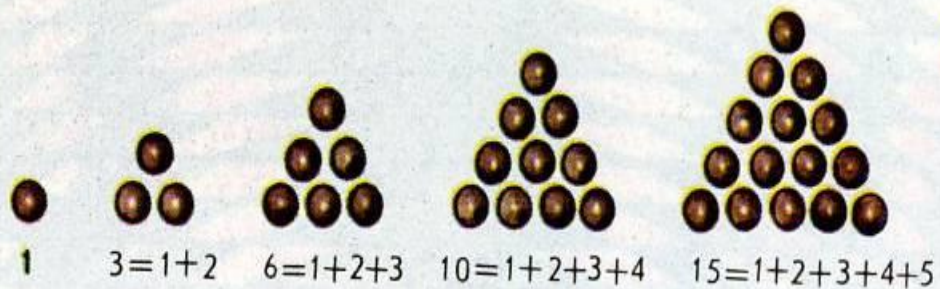


## Древняя Греция

- Подсчитали , что число различных комбинаций длинных и коротких слогов в стихотворных размерах;
- занимались теорией фигурных чисел;
- изучали фигуры, которые можно составить из частей особым образом разрезанного квадрата;



Рис. 2







**17 в. - период  
возникновения теории  
вероятностей.**

**Комбинаторика  
становится наукой.**





## Пионеры комбинаторики:

*Итальянские ученые-*

Дж. Кардано, Н.Тартальей, Г.  
Галиллей(16в.)

*Французские ученые-*

Б.Паскаль, П.Ферма(16в.)

*Немецкий ученый-*

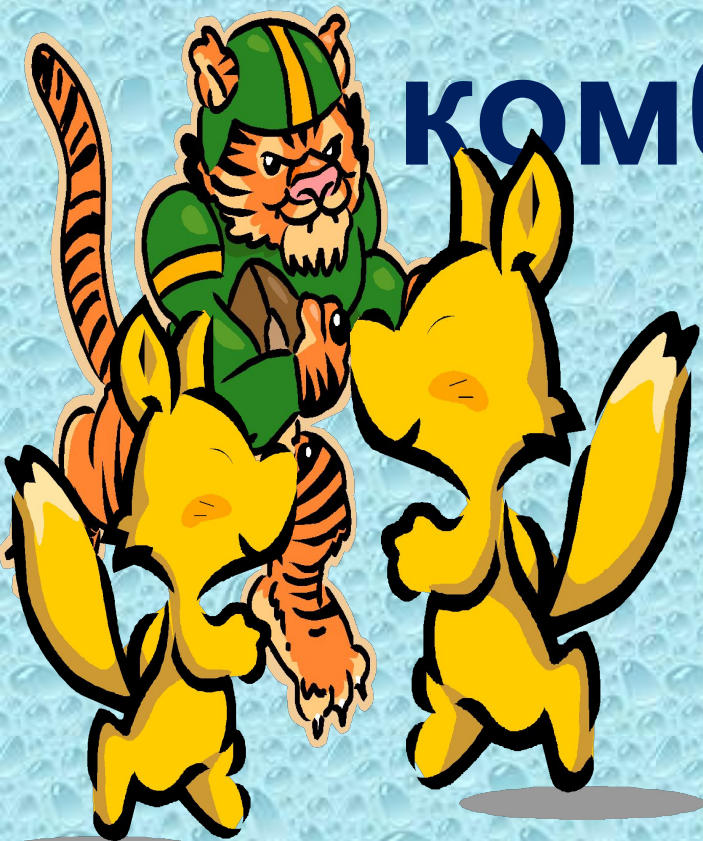
Г.Лейбниц(17в.)

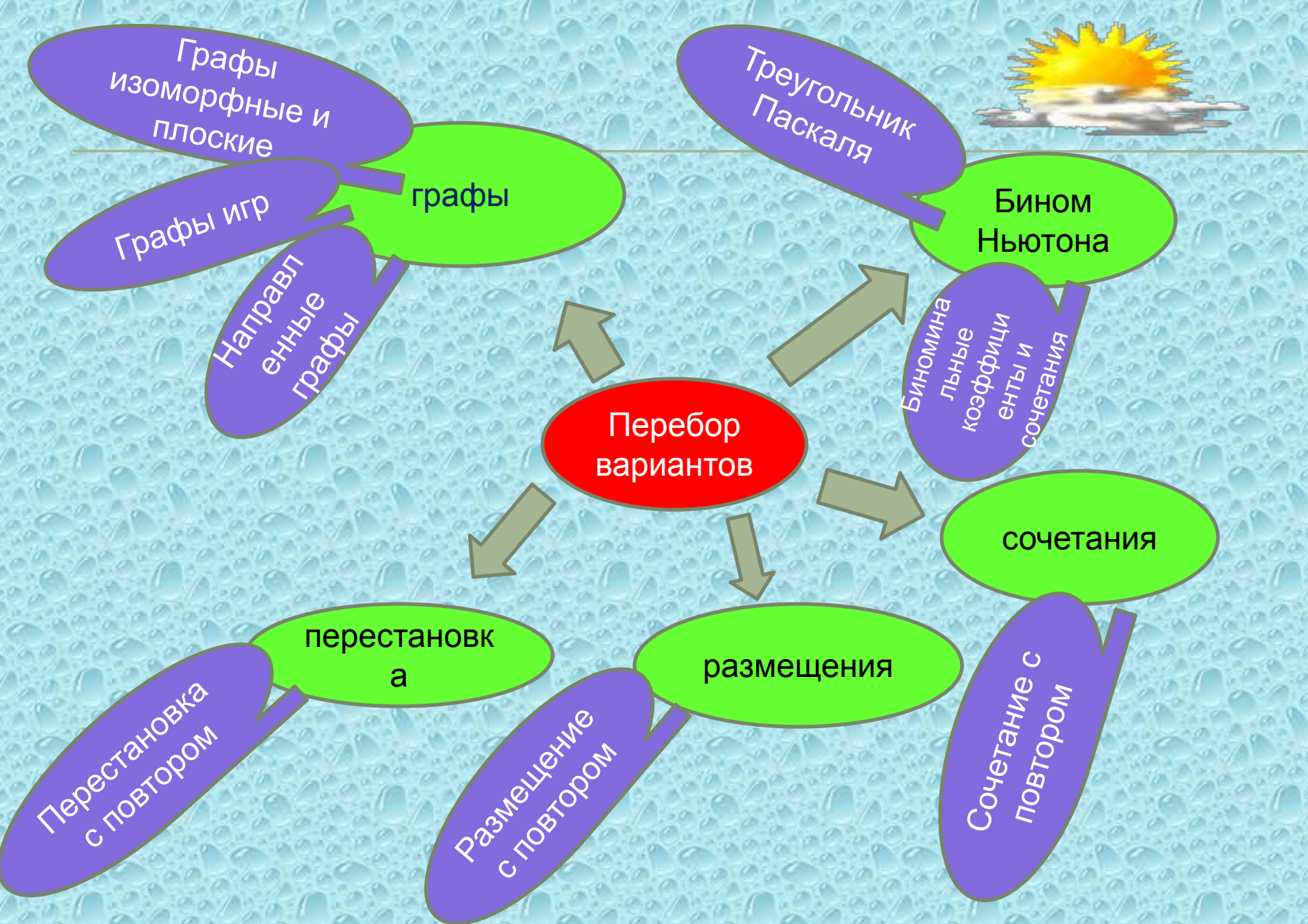
*Швейцарский ученый -Л.Эйлер*  
(18в.)





# Основные типы задач комбинаторики







## Задача о квартете

В знаменитой басне Крылова «Квартет» «Проказница мартышка, Осел, Козел да косолапый Мишка» исследовали влияние взаимного расположения музыкантов на качество исполнения. Зададим

вопрос: Сколько существует способов, чтобы рассадить четырех музыкантов?







Решение:

1 способ- в ряд

Здесь  $n=4$ , поэтому способов «усесться чинно в ряд» имеется

$$\underline{P = 4! = 1 * 2 * 3 * 4 = 24}$$

## 2 способ- по кругу



Пронумеруем всех участников по часовой стрелке, начиная скажем с Осла! В различных перестановках каждый музыкант, конечно, должен иметь разные номера. Только у одного из них - Осла - будет постоянный номер 1. Значит, осталось пронумеровать различными способами только троих.

Поэтому здесь число возможных перестановок-

$$\underline{P_3 = 3! = 1 * 2 * 3 = 6}$$





## Задача о паспортах

Воспетый Маяковским «молоткастый, серпастый» советский паспорт имел серию и номер, состоящие в общей сложности из трех частей:

1. некоторое число, записанное римскими цифрами;

2. две русские буквы;

3. шесть арабских цифр.

Все паспорта должны иметь разные номера.

Сколько может быть различных паспортов?





## Решение:

Римские цифры серии зафиксируем. Остаются две русские буквы и шесть арабских цифр.

Буквы В русском алфавите 33 буквы. Выбираем две, при этом они могут быть одинаковыми. Имеем размещение с повторениями

$$n=33 \quad m=2 \quad A^2_{33} = 33^2 = 1089$$

Цифры Выбираем шесть (опять с повторением) цифр,  $m=6$  из  $n=10$  возможны:

$$A^6_{10} = 10^6 \text{ способов}$$

ИТОГ  $A^2_{33} * A^6_{10} = 33^2 * 10^6 = 1089000000$





## Задача о лото - миллион

Нужно угадать из 49 номеров 6, которые выпадут во время тиража.



Электронная  
лотерея

# ЛОТТО МИЛЛИОН



ОЛИМПИЙСКИЙ  
КОМИТЕТ  
РОССИИ

ТАБЛИЦА СТАНДАРТНЫХ СИСТЕМ

КОД СИСТЕМЫ	КОЛИЧЕСТВО ОТМЕЧЕННЫХ ЧИСЕЛ	КОЛИЧЕСТВО ИГРАЮЩИХ ВАРИАНТОВ
48	9	12
50	10	30
56	11	66
58	12	132

СТОИМОСТЬ БИЛЕТА

[ ] [ ] [ ] [ ] [ ] [ ] [ ] [ ] [ ] [ ] [ ]												
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	1	6	A
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	2	7	
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	3	8	
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	4	9	
41	42	43	44	45	46	47	48	49		5	0	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	1	6	B
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	2	7	
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	3	8	
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	4	9	
41	42	43	44	45	46	47	48	49		5	0	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	1	6	B
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	2	7	
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	3	8	
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	4	9	
41	42	43	44	45	46	47	48	49		5	0	





## Решение:

Сколько карточек нужно купить и заполнить, чтобы на них оказались все возможные комбинации по 6 номеров из 49 возможных?

Количество карточек равно числу сочетаний из 49 элементов по 6, т.е.

$$C_{49}^6 = 49! / (6! * 43!)$$

А это почти 14 млн.

**ВЫВОД:** для реализации подобной идеи уже надо быть миллионером!





Желаю удачи

в решении задач по комбинаторике

