Презентация к уроку по теме: «Производная функция» учителя: Савиной Натальи Петровны

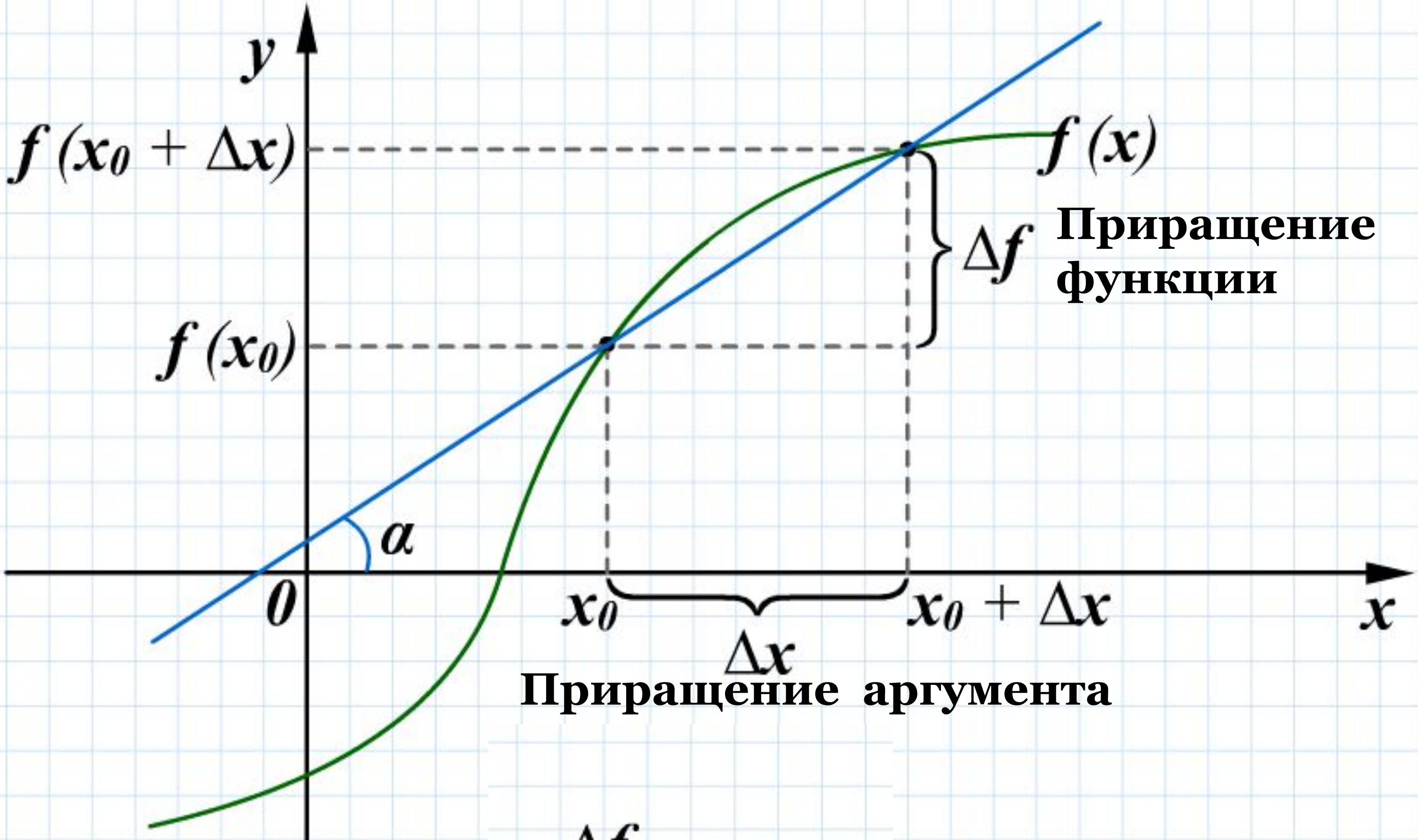
Производная функции

Производной функции $y = f(x)$ в точке x_0 называется число, к которому стремится отношение приращения функции в этой точке к приращению аргумента при последнем, стремящемся к нулю.

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} \to f'(x_0), \text{ при } \Delta x \to 0$$

Если функция в точке x_0 имеет производную, говорят, что она дифференцируема в этой точке.

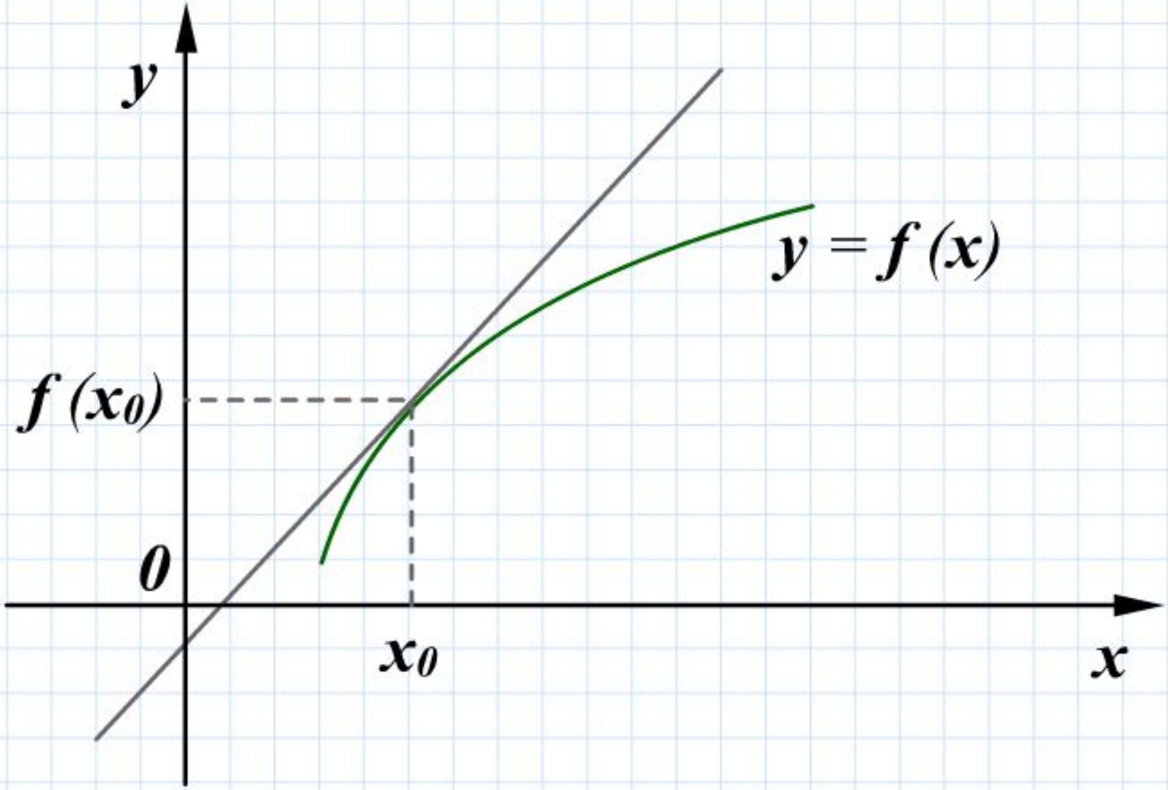
Функция $f'(x)$ определенная во всех точках, в которых функция $f(x)$ дифференцируема, называется производной функции $f(x)$.



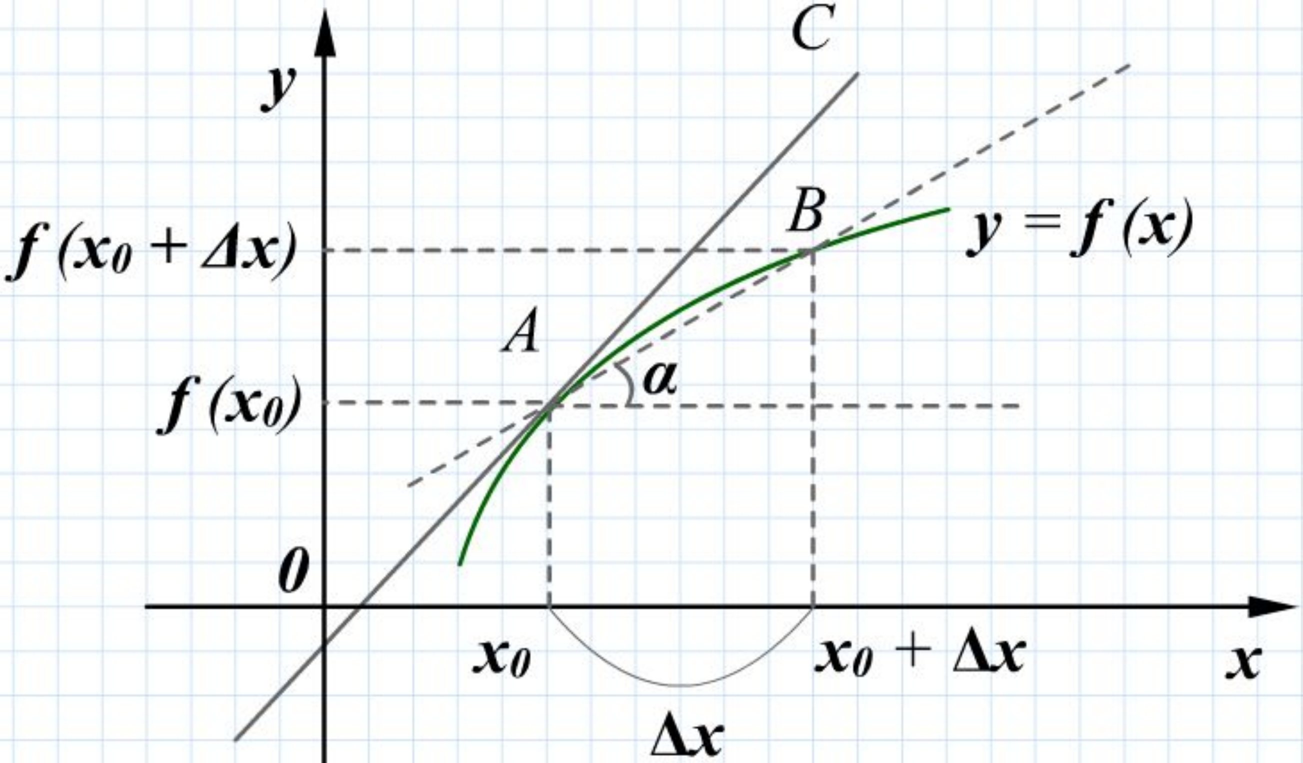
$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = tg\ \alpha$$


ГРАФИК ПРОИЗВОДНОЙ ФУНКЦИИ
График функции
y = f(x)
–2
0
2
8
10
x
y
[–2; 2] – промежуток возрастания функции
[2; 8] – промежуток убывания функции
График производной
y = f′(x)
–2 0 2 8 10 x
+
–
+
[8; 10] – промежуток возрастания функции
x = 2 – точка максимума
x = 8 – точка минимума
y = f′(x)
a
0
b
x
f′(x) > 0 на [a; b]
f(x) возрастает на [a; b]
y = f′(x)
a
0
b
x
f′(x) < 0 на [a; b]
f(x) убывает на [a; b]

Касательной к графику функции $f(x)$, дифференцируемой в точке x_0, называется прямая, проходящая через точку $(x_0, f(x_0))$ и имеющая угловой коэффициент $f'(x_0)$.



$f'(x_0)$ – угловой коэффициент



$$\frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}=\operatorname{tg}\alpha$$

α – *угол наклона* ***AB***

tg α – *угловой коэффициент* ***AB***

Геометрический смысл производной

$f'(x_0)$ – *угловой коэффициент касательной к* $f(x)$ *в* x_0

Если функция $y = f(x)$ *дифференцируема в точке* x_0*, то в этой точке к графику можно провести касательную, причем уравнение касательной имеет вид:*

$$\boxed{y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)}$$

Следует отметить, что верно и обратное: если в точке $\boldsymbol{x = a}$ *к графику* $\boldsymbol{y = f(x)}$ *можно провести невертикальную касательную, то* $\boldsymbol{f(x)}$ *дифференцируема в точке* $\boldsymbol{x_0}$.

Формулы дифференцирования

$C' = 0$ – производная постоянной

$(kx + b)' = k$ – производная линейной функции

$(x^n)' = nx^{n-1}$ – производная степенной функции

$(e^x)' = e^x$ – производная экспоненты

$(a^x)' = a^x \ln a$ – производная показательной функции

$(\ln x)' = \dfrac{1}{x}$ – производная натурального логарифма

$(\log_a x)' = \dfrac{1}{x \ln a}$ – производная логарифмической функции

Формулы дифференцирования тригонометрических функций

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\mathrm{tg}\, x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\mathrm{ctg}\, x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

Формулы дифференцирования обратных тригонометрических функций

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$$

$$(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$$

$$(\mathrm{arctg}\, x)' = \frac{1}{1 + x^2}$$

$$(\mathrm{arcctg}\, x)' = -\frac{1}{1 + x^2}$$

Правила дифференцирования

$\boldsymbol{U}$ *и* $\boldsymbol{V}$ *дифференцируемы в точке* $\boldsymbol{x_0}$

$$(U + V)' = U' + V'$$

$$(U \cdot V)' = U' \cdot V + V' \cdot U$$

$$(C \cdot U)' = C \cdot U, \text{ где } C - cosnt$$

$$\left(\frac{U}{V}\right)' = \frac{U' \cdot V - U \cdot V'}{V^2}$$

Производная сложной функции:

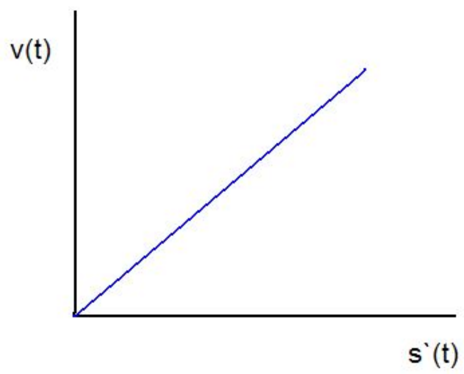
$$h(x) = g(f(x))$$

Если $\exists\ f'(x_0)$ *и* $\exists\ g'(x_0)$, *где* $y_0 = f(x_0)$

$$\Rightarrow\ h'(x_0) = g'(f(x_0)) \cdot f'(x_0)$$

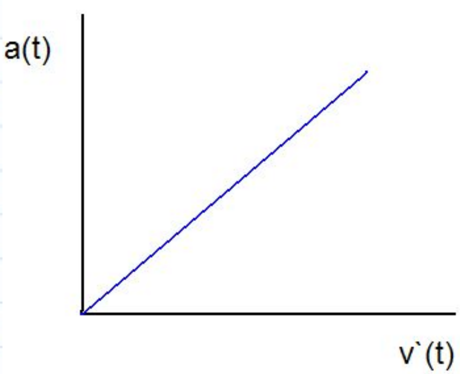
Механический смысл производной

Производная функции $\boldsymbol{y = f(x)}$ *в точке* $\boldsymbol{x_0}$ *выражает скорость изменения функции в этой точке, т. е. скорость процесса, описываемого зависимостью* $\boldsymbol{f(x)}$



Так, если $\mathbf{s} = \mathbf{s}\ (t)$ — закон прямолинейного движения, то $\mathbf{s}'\ (t)$ — скорость движения в момент времени t

$$\boxed{v\ (t) = s'\ (t)}$$



Тогда $\mathbf{s}''\ (t) = \mathbf{v}'\ (t)$ — скорость изменения скорости этого движения, т. е. ускорение:

$$\boxed{a\ (t) = v'\ (t)}$$

Задача 1:

- Тело движется по закону:

  $y = 5 + 5t + 7t^2$

- Чему равна скорость тела через 5 секунд?

Задача 2:

Автомобиль, стартуя с места и двигаясь с постоянным ускорением, через 12 секунд достигает скорости 100 км/ч. Какое расстояние в метрах он пройдет за это время, если скорость и пройденный путь при равноускоренном движении с ускорением а определяется по

формулам: $v(t)=v_0+at$; $s(t)=vt+\frac{at^2}{2}$

- **Конец.**

The end.