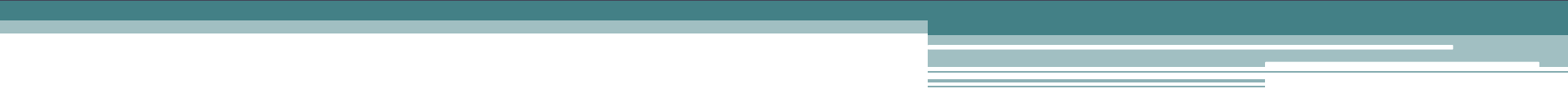


Презентация к уроку по теме:  
«Производная функция»  
учителя: Савиной Натальи  
Петровны

The bottom of the slide features a decorative graphic consisting of several horizontal lines. On the left, a solid teal bar extends across the width. To its right, there are several thin, overlapping lines in shades of teal and white, creating a layered, modern look.

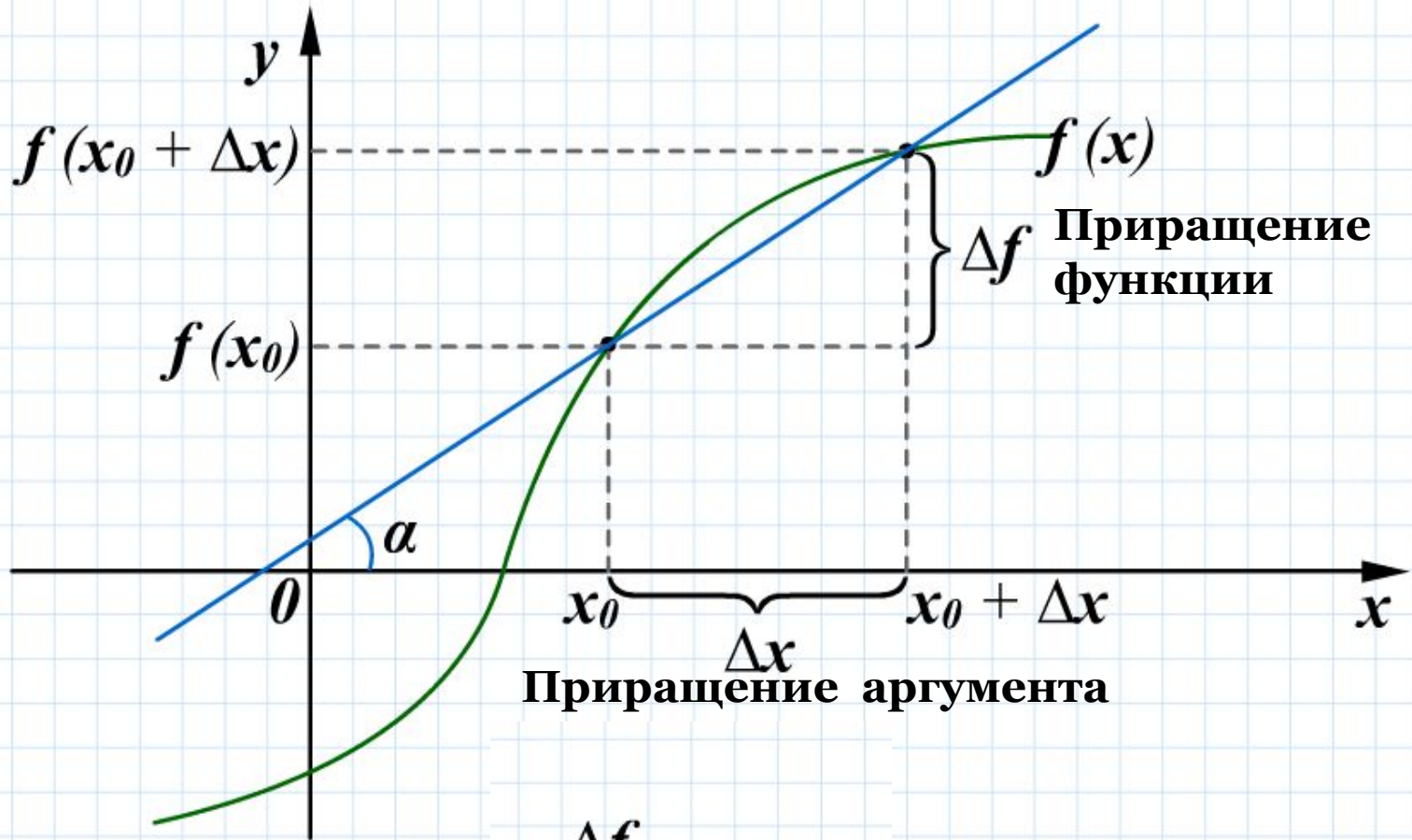
# Производная функции

*Производной* функции  $y = f(x)$  в точке  $x_0$  называется число, к которому стремится отношение приращения функции в этой точке к приращению аргумента при последнем, стремящемся к нулю.

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} \rightarrow f'(x_0), \text{ при } \Delta x \rightarrow 0$$

Если функция в точке  $x_0$  имеет производную, говорят, что она *дифференцируема* в этой точке.

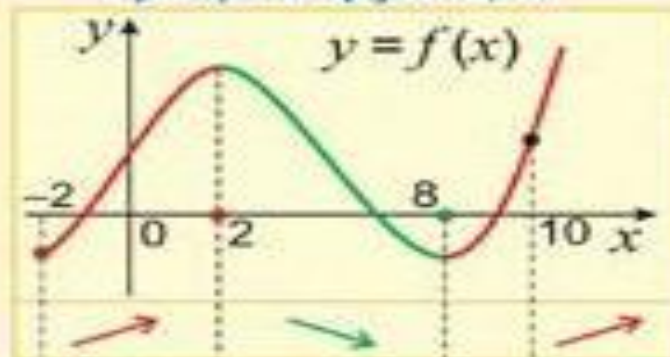
Функция  $f'(x)$  определенная во всех точках, в которых функция  $f(x)$  дифференцируема, называется *производной* функции  $f(x)$ .



$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \operatorname{tg} \alpha$$

# ГРАФИК ПРОИЗВОДНОЙ ФУНКЦИИ

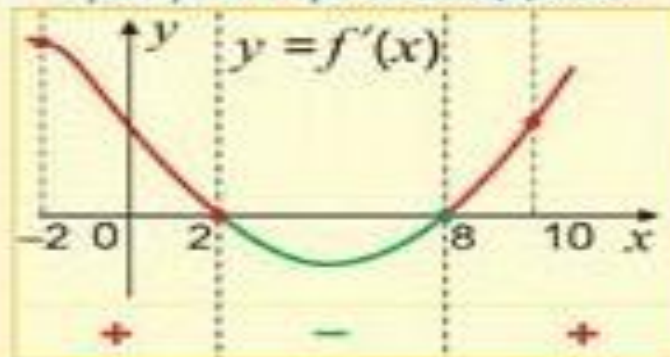
## График функции



$[-2; 2]$  – промежуток возрастания функции

$[2; 8]$  – промежуток убывания функции

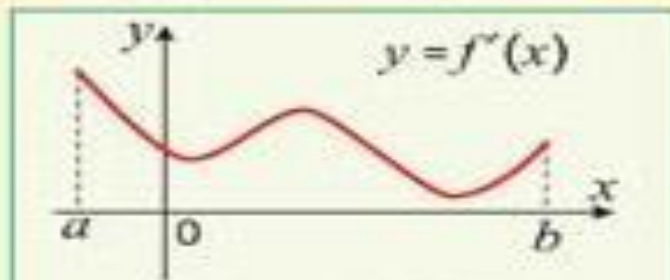
## График производной



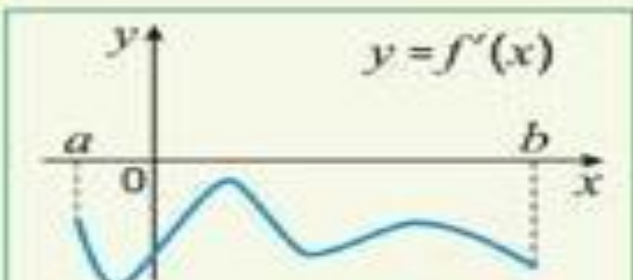
$[8; 10]$  – промежуток возрастания функции

$x = 2$  – точка максимума

$x = 8$  – точка минимума

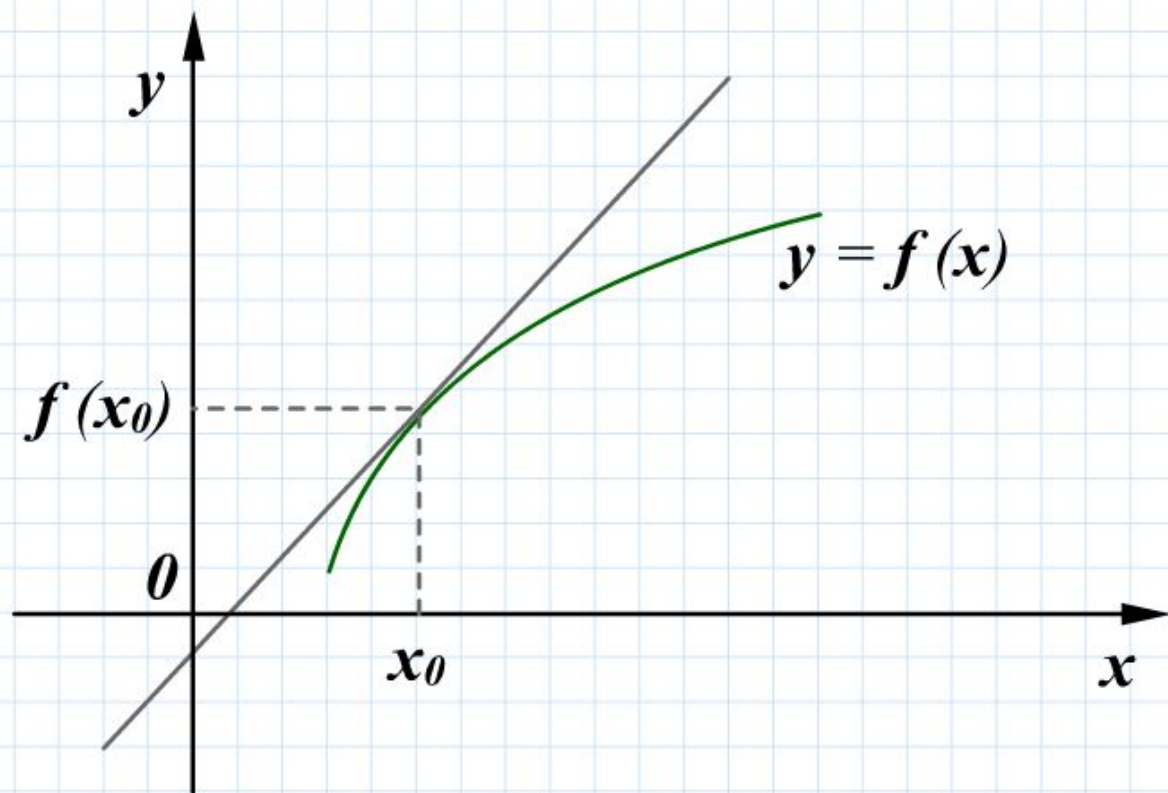


$f'(x) > 0$  на  $[a; b]$   
 $f(x)$  возрастает на  $[a; b]$

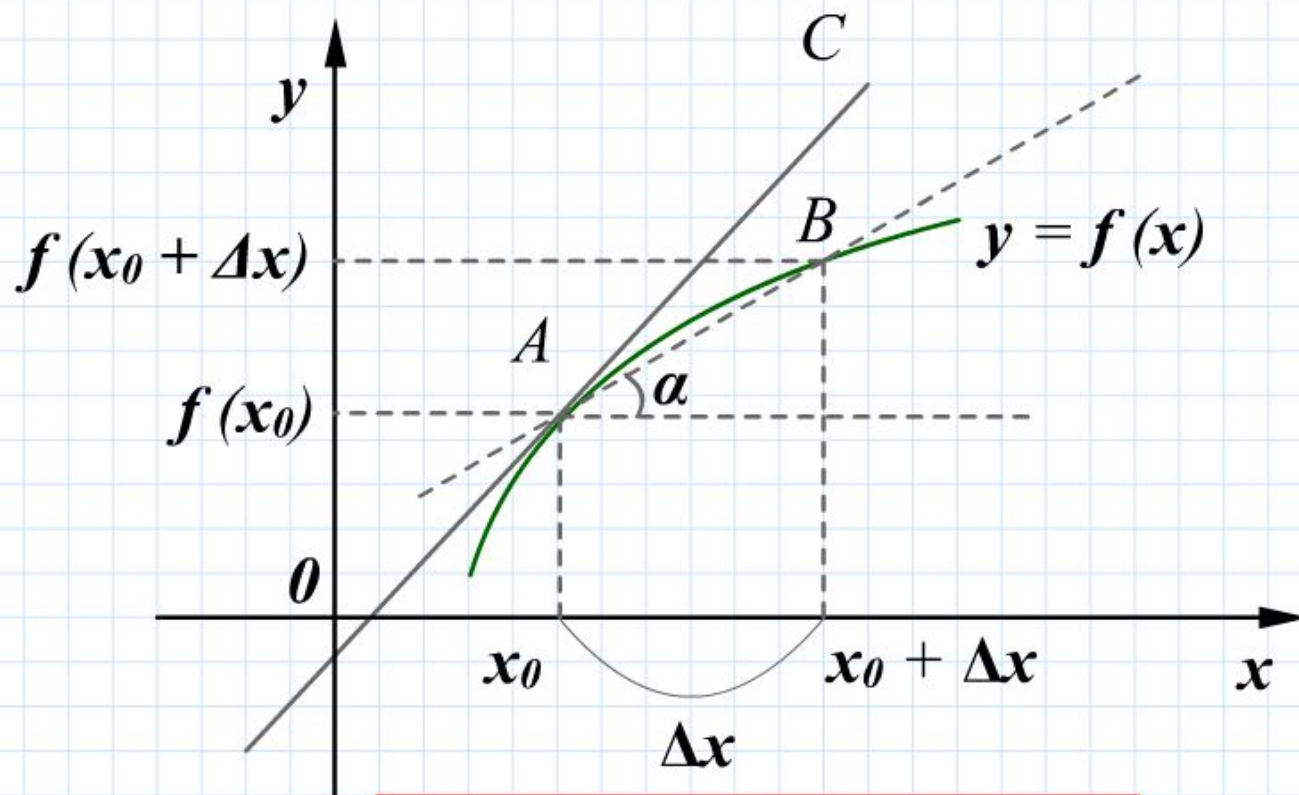


$f'(x) < 0$  на  $[a; b]$   
 $f(x)$  убывает на  $[a; b]$

**Касательной** к графику функции  $f(x)$ , дифференцируемой в точке  $x_0$ , называется прямая, проходящая через точку  $(x_0, f(x_0))$  и имеющая угловой коэффициент  $f'(x_0)$ .



$f'(x_0)$  – угловой коэффициент



$$\frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} = \operatorname{tg} \alpha$$

$\alpha$  – угол наклона  $AB$

$\operatorname{tg} \alpha$  – угловой коэффициент  $AB$

# Геометрический смысл производной

$f'(x_0)$  – угловой коэффициент  
касательной к  $f(x)$  в  $x_0$

Если функция  $y = f(x)$  дифференцируема в точке  $x_0$ ,  
то в этой точке к графику можно провести касательную,  
причем уравнение касательной имеет вид:

$$y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$

Следует отметить, что верно и обратное:  
если в точке  $x = a$  к графику  $y = f(x)$  можно  
провести невертикальную касательную,  
то  $f(x)$  дифференцируема в точке  $x_0$ .



## Формулы дифференцирования

$$C' = 0$$

– производная постоянной

$$(kx + b)' = k$$

– производная линейной функции

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

– производная степенной функции

$$(e^x)' = e^x$$

– производная экспоненты

$$(a^x)' = a^x \ln a$$

– производная показательной функции

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

– производная натурального логарифма

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$$

– производная логарифмической функции

## Формулы дифференцирования тригонометрических функций

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

## Формулы дифференцирования обратных тригонометрических функций

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}$$

$$(\operatorname{arcctg} x)' = -\frac{1}{1+x^2}$$

## Правила дифференцирования

*U и V дифференцируемы в точке  $x_0$*

$$(U + V)' = U' + V'$$

$$(U \cdot V)' = U' \cdot V + V' \cdot U$$

$$(C \cdot U)' = C \cdot U', \text{ где } C - \text{const}$$

$$\left(\frac{U}{V}\right)' = \frac{U' \cdot V - U \cdot V'}{V^2}$$

Производная сложной функции:

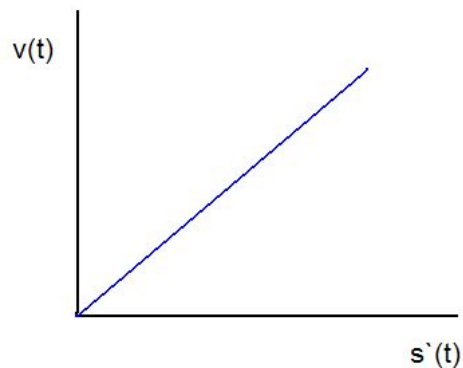
$$h(x) = g(f(x))$$

*Если  $\exists f'(x_0)$  и  $\exists g'(y_0)$ , где  $y_0 = f(x_0)$*

$$\Rightarrow h'(x_0) = g'(f(x_0)) \cdot f'(x_0)$$

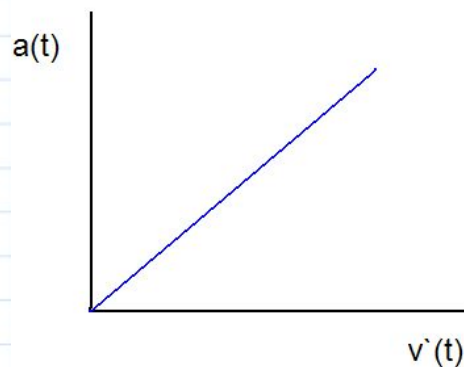
# Механический смысл производной

*Производная функции  $y = f(x)$   
в точке  $x_0$  выражает скорость  
изменения функции в этой точке,  
т. е. скорость процесса,  
описываемого зависимостью  $f(x)$*



Так, если  $s = s(t)$  — закон прямолинейного движения, то  $s'(t)$  — скорость движения в момент времени  $t$

$$v(t) = s'(t)$$



Тогда  $s''(t) = v'(t)$  — скорость изменения скорости этого движения, т. е. ускорение:

$$a(t) = v'(t)$$

# Задача 1:

- Тело движется по закону:

$$y = 5 + 5t + 7t^2$$

- Чему равна скорость тела через 5 секунд?

# Задача 2:

Автомобиль, стартуя с места и двигаясь с постоянным ускорением, через 12 секунд достигает скорости 100 км/ч. Какое расстояние в метрах он пройдет за это время, если скорость и пройденный путь при равноускоренном движении с ускорением  $a$  определяется по

формулам:  $v(t) = v_0 + at$ ;  $s(t) = v_0t + \frac{at^2}{2}$

• **Конец.**

The end.