Презентация к уроку по теме: «Производная функция» учителя: Савиной Натальи Петровны

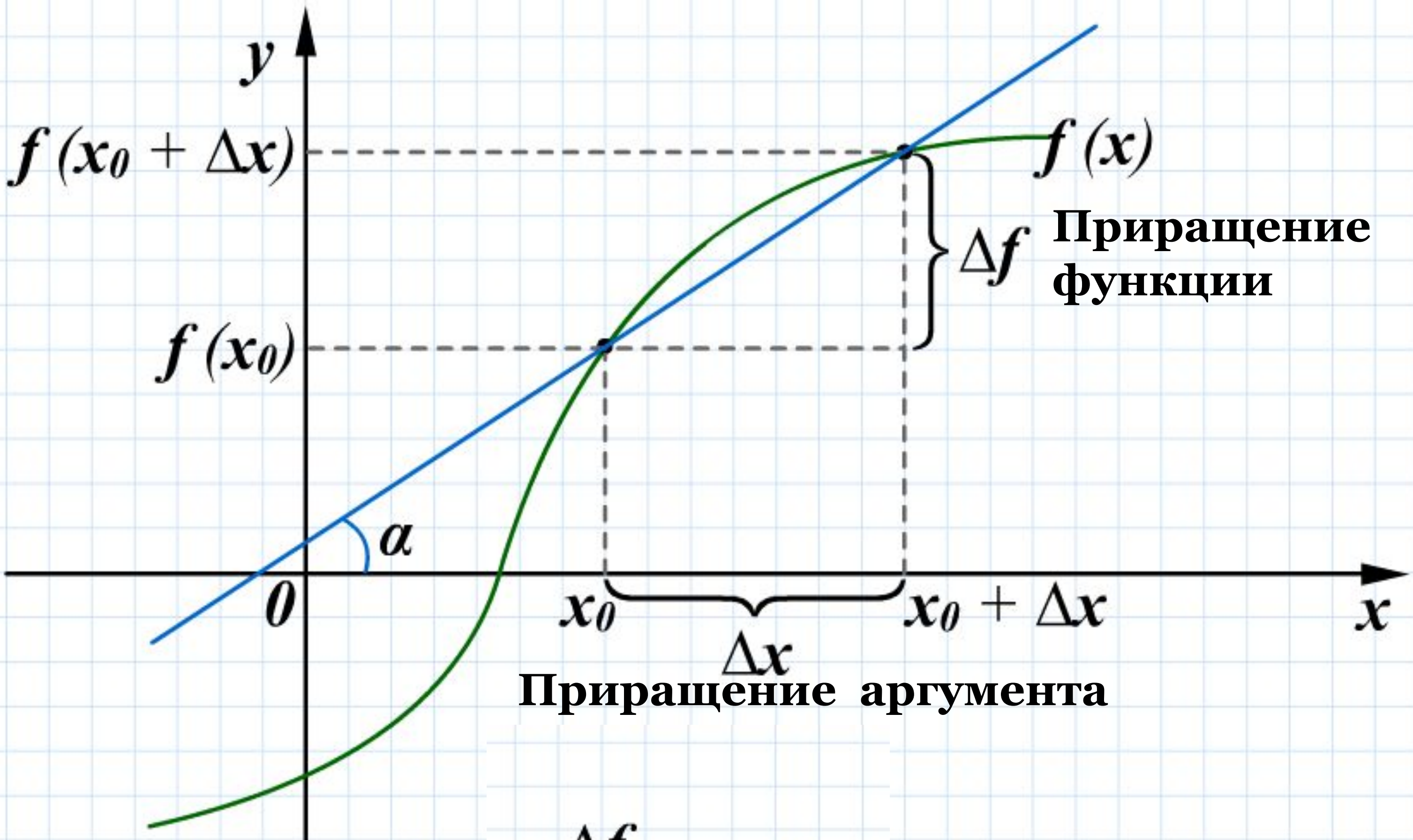
Производная функции

Производной функции $y = f(x)$ в точке x_0 называется число, к которому стремится отношение приращения функции в этой точке к приращению аргумента при последнем, стремящемся к нулю.

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} \to f'(x_0), \text{ при } \Delta x \to 0$$

Если функция в точке x_0 имеет производную, говорят, что она дифференцируема в этой точке.

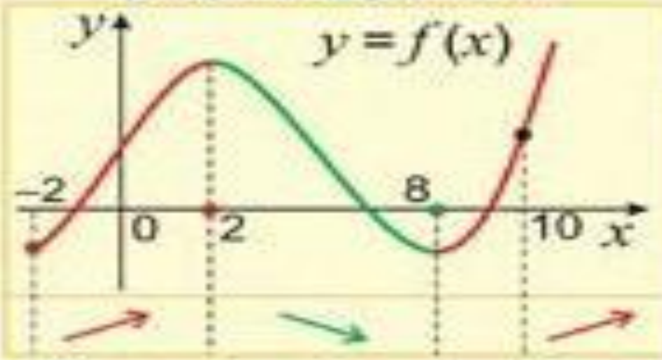
Функция $f'(x)$ определенная во всех точках, в которых функция $f(x)$ дифференцируема, называется производной функции $f(x)$.



$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = tg\ \alpha$$

ГРАФИК ПРОИЗВОДНОЙ ФУНКЦИИ

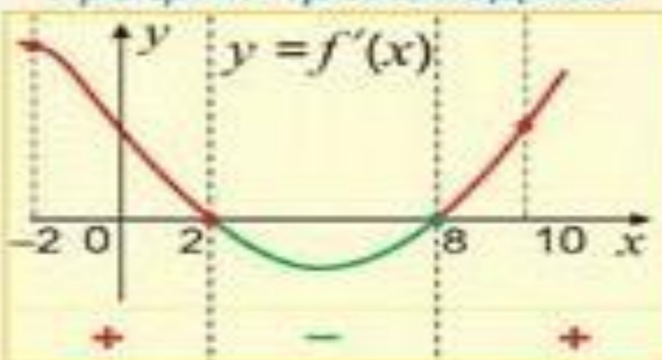
График функции



[–2; 2] – промежуток возрастания функции

[2; 8] – промежуток убывания функции

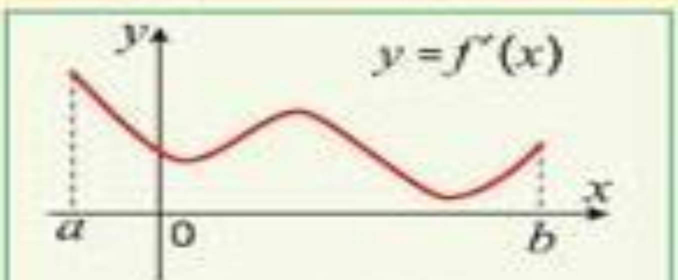
График производной



[8; 10] – промежуток возрастания функции

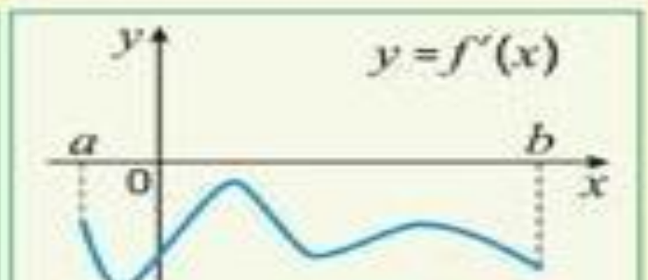
$x = 2$ – точка максимума

$x = 8$ – точка минимума



$f'(x) > 0$ на $[a; b]$

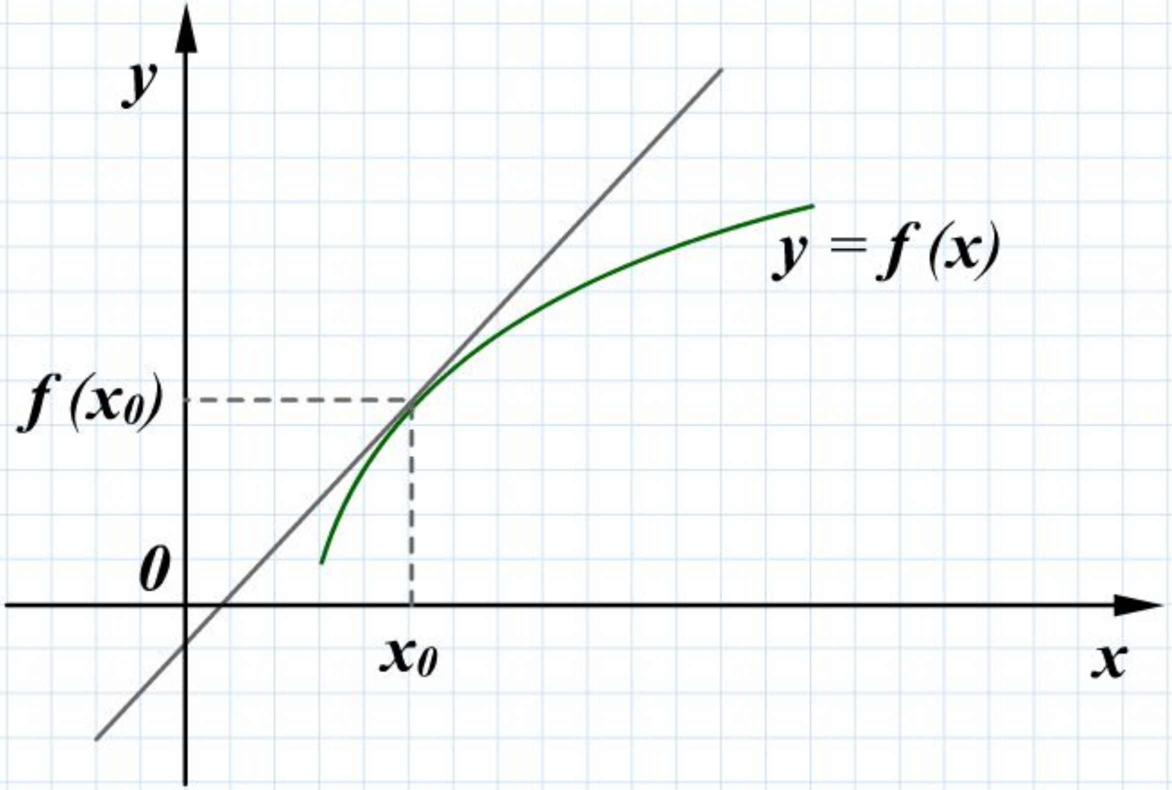
$f(x)$ возрастает на $[a; b]$



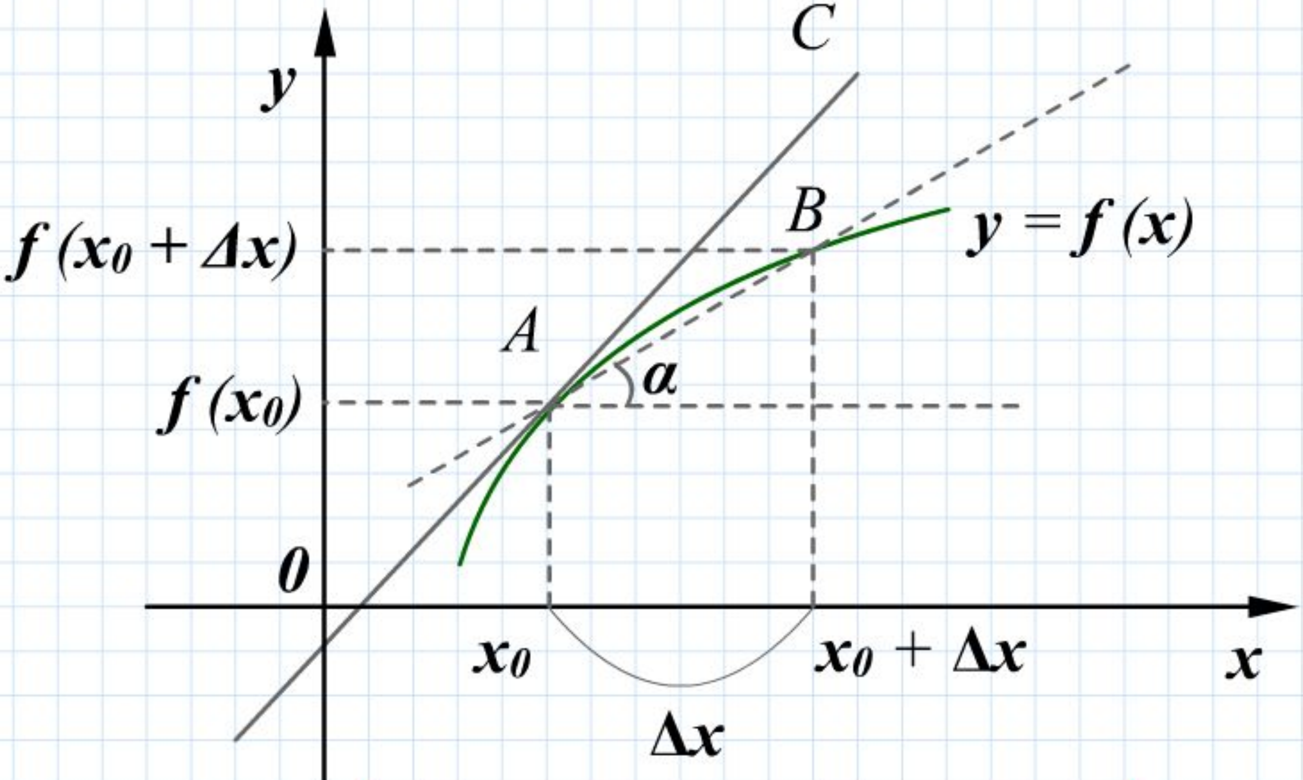
$f'(x) < 0$ на $[a; b]$

$f(x)$ убывает на $[a; b]$

Касательной к графику функции $f(x)$, дифференцируемой в точке x_o, называется прямая, проходящая через точку $(x_o, f(x_o))$ и имеющая угловой коэффициент $f'(x_o)$.



$f'(x_0)$ – угловой коэффициент



$$\frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} = \operatorname{tg} \alpha$$

α – угол наклона AB

$\operatorname{tg} \alpha$ – угловой коэффициент AB

Геометрический смысл производной

$f'(x_0)$ – *угловой коэффициент касательной к* $f(x)$ *в* x_0

Если функция $y = f(x)$ *дифференцируема в точке* x_0, *то в этой точке к графику можно провести касательную, причем уравнение касательной имеет вид:*

$$\boxed{y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)}$$

Следует отметить, что верно и обратное: если в точке $\boldsymbol{x = a}$ *к графику* $\boldsymbol{y = f(x)}$ *можно провести невертикальную касательную, то* $\boldsymbol{f(x)}$ *дифференцируема в точке* $\boldsymbol{x_0}$.

Формулы дифференцирования

$C' = 0$ – *производная постоянной*

$(kx + b)' = k$ – *производная линейной функции*

$(x^n)' = nx^{n-1}$ – *производная степенной функции*

$(e^x)' = e^x$ – *производная экспоненты*

$(a^x)' = a^x \ln a$ – *производная показательной функции*

$(\ln x)' = \dfrac{1}{x}$ – *производная натурального логарифма*

$(\log_a x)' = \dfrac{1}{x \ln a}$ – *производная логарифмической функции*

Формулы дифференцирования тригонометрических функций

$$(\sin x)' = \cos x \qquad (\cos x)' = -\sin x$$

$$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x} \qquad (\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

Формулы дифференцирования обратных тригонометрических функций

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \qquad (\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2} \qquad (\operatorname{arcctg} x)' = -\frac{1}{1+x^2}$$

Правила дифференцирования

U *и* V *дифференцируемы в точке* x_0

$$(U + V)' = U' + V'$$

$$(U \cdot V)' = U' \cdot V + V' \cdot U$$

$$(C \cdot U)' = C \cdot U, \text{ где } C - cosnt$$

$$\left(\frac{U}{V}\right)' = \frac{U' \cdot V - U \cdot V'}{V^2}$$

Производная сложной функции:

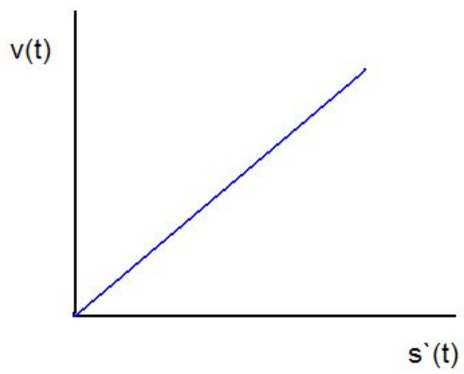
$h(x) = g(f(x))$

Если $\exists\ f'(x_0)$ *и* $\exists\ g'(x_0)$, *где* $y_0 = f(x_0)$

$\Rightarrow\ h'(x_0) = g'(f(x_0)) \cdot f'(x_0)$

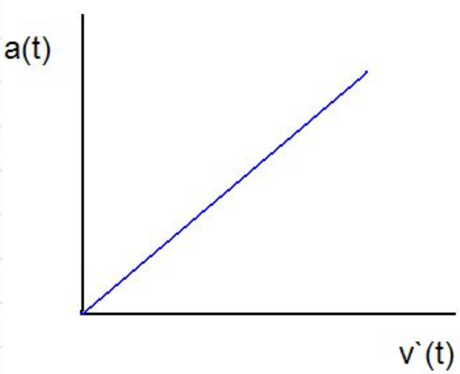
Механический смысл производной

Производная функции $y = f(x)$ *в точке* x_0 *выражает скорость изменения функции в этой точке, т. е. скорость процесса, описываемого зависимостью* $f(x)$



Так, если $\mathbf{s = s\ (t)}$ *— закон прямолинейного движения, то* $\mathbf{s'\ (t)}$ *— скорость движения в момент времени t*

$$\boxed{v\ (t) = s'\ (t)}$$



Тогда $\mathbf{s''\ (t) = v'\ (t)}$ *— скорость изменения скорости этого движения, т. е. ускорение:*

$$\boxed{a\ (t) = v'\ (t)}$$

Задача 1:

- Тело движется по закону:

  $y = 5 + 5t + 7t^2$

- Чему равна скорость тела через 5 секунд?

Задача 2:

Автомобиль, стартуя с места и двигаясь с постоянным ускорением, через 12 секунд достигает скорости 100 км/ч. Какое расстояние в метрах он пройдет за это время, если скорость и пройденный путь при равноускоренном движении с ускорением a определяется по формулам: $v(t)=v_0 + at$; $s(t)=vt + \frac{at^2}{2}$

- **Конец.**

The end.