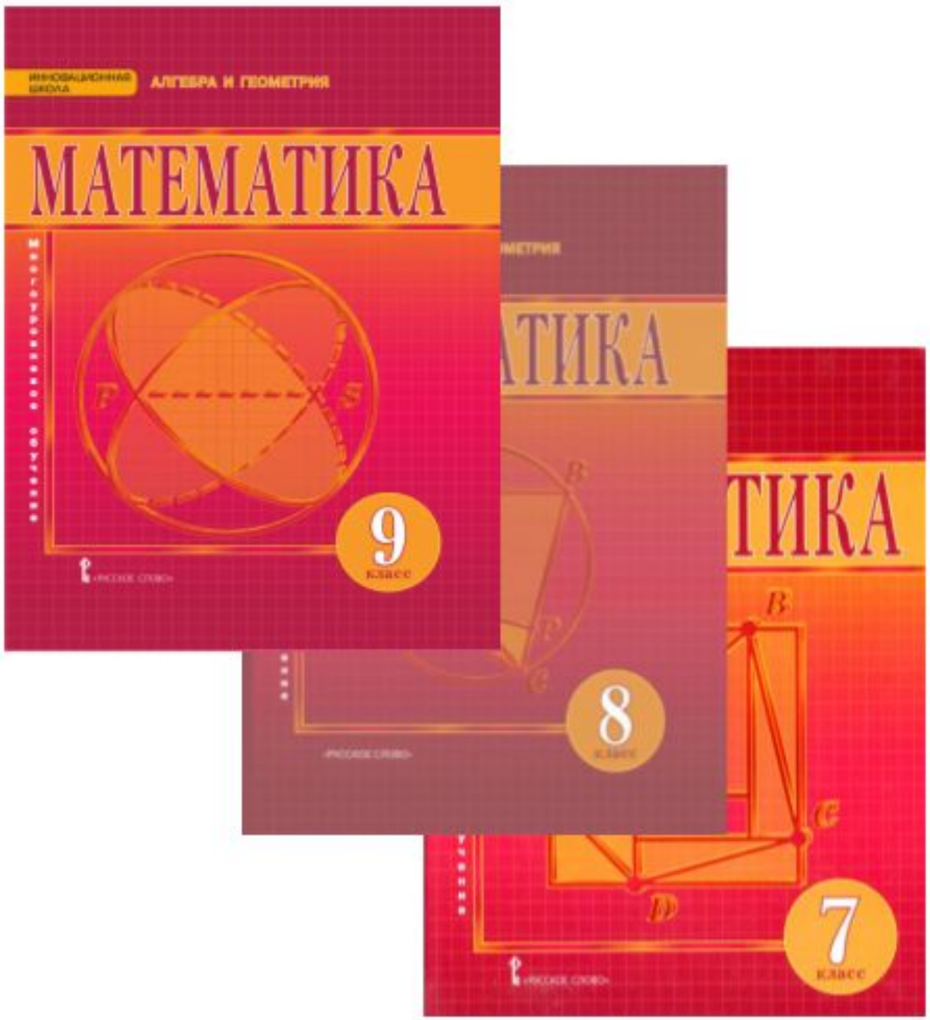
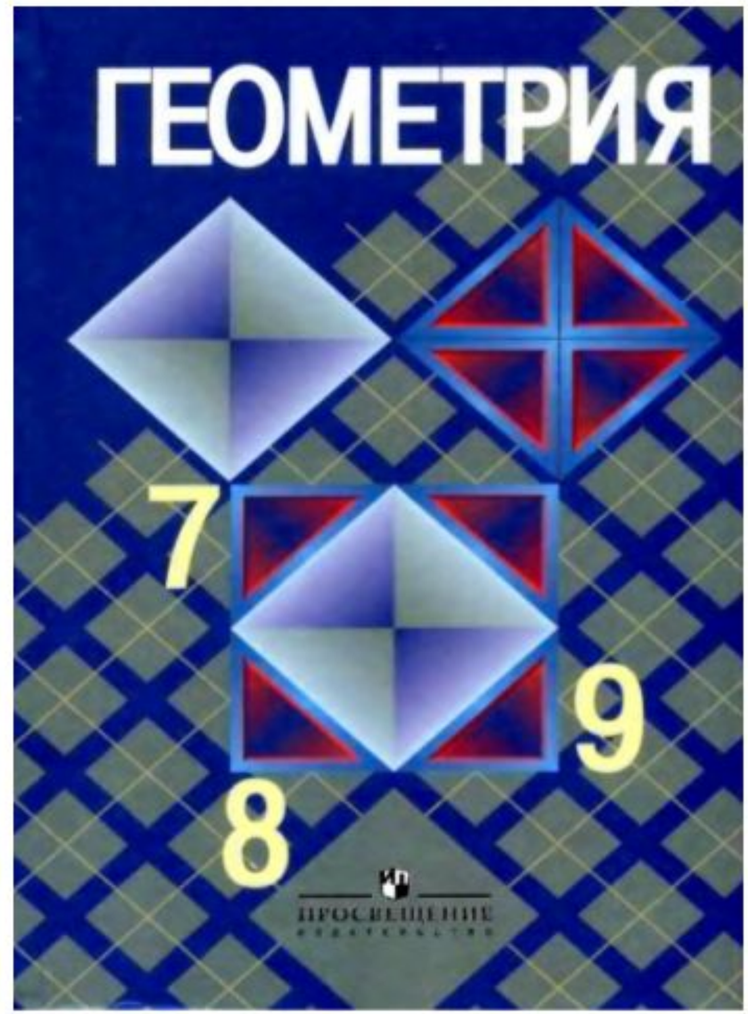
Сравнение учебников по геометрии с 7 по 9 классы под редакцией академиков В.В. Козлова и А.А. Никитина с учебником авторства Л.С. Атанасяна и др.





7 класс

Глава 1. Начальные геометрические сведения

§ 1. Прямая и отрезок

Практические задания

§ 2. Луч и угол

Практические задания

§ 3. Сравнение отрезков и углов

Задачи

§ 4. Измерение отрезков

Практические задания

Задачи

§ 5. Измерение углов

Практические задания

Задачи

§ 6. Перпендикулярные прямые

Практические задания

Задачи

Вопросы для повторения к главе 1

Дополнительные задачи

Глава 1. Углы

§ 1. Углы, плоские углы

Контрольные вопросы и задания

Задачи и упражнения

Тесты

§ 2. Величина плоского угла

Контрольные вопросы и задания

Задачи и упражнения

Тесты

Глава 3. Параллельные прямые

§ 1. Признаки параллельности двух прямых

Задачи

§ 2. Аксиома параллельных прямых

Задачи

Вопросы для повторения к главе 3

Дополнительные задачи

Глава 6. Параллельность

§ 1. Непересекающиеся прямые

Контрольные вопросы и задания

Задачи и упражнения

Тесты

§ 2. Параллельные прямые

Контрольные вопросы и задания

Задачи и упражнения

Тесты

§ 3. Сумма углов треугольника

Контрольные вопросы и задания

Задачи и упражнения

Тесты

8 класс

Глава 5. Четырёхугольники

§ 1. Многоугольники

Задачи

§ 2. Параллелограмм и трапеция

Задачи

§ 3. Прямоугольник, ромб, квадрат

Задачи

Вопросы для повторения к главе 5

Дополнительные задачи

Глава 4. Гомотетия

§ 1. Теорема Фалеса и следствия из неё

Контрольные вопросы и задания

Задачи и упражнения

Тесты

§ 2. Гомотетичные фигуры

Контрольные вопросы и задания

Задачи и упражнения

Тесты

§ 3. Гомотетия плоскости

Контрольные вопросы и задания

Задачи и упражнения

Тесты

Глава 6. Площадь

§ 1. Площадь многоугольника

Задачи

§ 2. Площади параллелограмма, треугольника и трапеции

Задачи

§ 3. Теорема Пифагора

Задачи

Вопросы для повторения к главе 6

Дополнительные задачи

Глава 6. Подобие

§ 1. Понятие подобия фигур

Контрольные вопросы и задания

Задачи и упражнения

Тесты

§ 2. Подобие треугольников

Контрольные вопросы и задания

Задачи и упражнения

Тесты

§ 3. Высоты треугольника

Контрольные вопросы и задания

Задачи и упражнения

Тесты

§ 4. Биссектрисы треугольника

Контрольные вопросы и задания

Задачи и упражнения

Тесты

Глава 7. Подобные треугольники

§ 1. Определение подобных треугольников

Задачи

§ 2. Признаки подобия треугольников

Задачи

§ 3. Применение подобия к доказательству теорем и решению задач

Задачи

§ 4. Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника

Задачи

Вопросы для повторения к главе 7

Дополнительные задачи

Глава 8. Векторы

§ 1. Связанный вектор и его координаты

Контрольные вопросы и задания

Задачи и упражнения

Тесты

§ 2. Сложение и вычитание векторов

...

§ 3. Умножение вектора на действительное число

...

§ 4. Свободные векторы

...

§ 5. Операции над свободными векторами

...

§ 6. Связанный вектор в пространстве

...

Глава 8. Окружность

§ 1. Касательная к окружности

Задачи

§ 2. Центральные и вписанные углы

Задачи

§ 3. Четыре замечательные точки треугольника

Задачи

§ 4. Вписанная и описанная окружности

Задачи

Вопросы для повторения к главе 8

Дополнительные задачи

Глава 10. Тригонометрические функции острого угла

§ 1. Синус острого угла

...

§ 2. Косинус острого угла

...

§ 3. Тангенс и котангенс острого угла

...

§ 4. Тригонометрические формулы

...

Глава 11. Центральные и вписанные углы

§ 1. Центральные углы

...

§ 2. Вписанные углы

...

§ 3. Вписанный четырёхугольник

...

Глава 9. Векторы

§ 1. Понятие вектора

Практические задания

Задачи

§ 2. Сложение и вычитание векторов

Практические задания

Задачи

§ 3. Умножение вектора на число.
Применение векторов к решению задач

Практические задания

Задачи

Вопросы для повторения к главе 9

Дополнительные задачи

9 класс

Глава 10. Метод координат

Глава 11. Соотношения между сторонами и углами треугольника. Скалярное произведение векторов

Глава 12. Длина окружности и площадь круга

Глава 13. Движения

Об аксиомах планиметрии

Глава 3. Центральные и вписанные углы

Глава 6. Метрические соотношения в треугольнике

Глава 8. Скалярное произведение векторов

Глава 14. Неевклидовы геометрии

Отличия

Многоуровневое преподавание и освоения предмета (средняя школа)

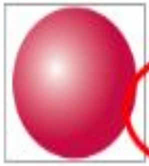


Рис. 2

Рис. 3

Рис. 4

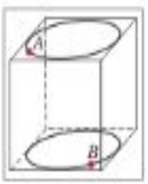


Рис. 5

способен изготовить нужную деталь. Эти чертежи делают на основе свойств, которые выявляются при изучении геометрии пространства.

Вопрос. Что вы знаете о параллельности на плоскости?

1.3. Примеры фигур в пространстве. Пространственные фигуры часто задают описанием свойств их точек.

Пример 1. Выберем некоторое положительное число r и некоторую точку F пространства. Определим пространственную фигуру S как множество всех точек пространства, удалённых от F на расстояние r. Напомним, что фигура S называется *сферой* (рис. 2).

Пример 2. Возьмём прямоугольный треугольник ABC с катетами AB и BC (рис. 3). Определим пространственную фигуру V как множество всех точек пространства, которые получаются из точек треугольника ABC его вращением вокруг прямой BC. Такую фигуру V называют *конусом* (рис. 4).

Пример 3. Выберем в пространстве две окружности, расположенные в противоположных гранях куба. Отметим на одной окружности точку A, на другой — точку B, как указано на рис. 5. После этого для произвольной точки N верхней окружности отметим точку M на нижней окружности так, чтобы длины дуг AN и BM, измеренные против хода часовой стрелки, были равны (рис. 6). Соединив отрезками всевозможные пары точек N и M, получим поверхность, изображённую на рис. 7. Эта поверхность является частью пространственной фигуры, которая называется *однополостным гиперболоидом* (рис. 8). Описанный способ построения такой поверхности из отрезков широко применяется на практике. Например, знаменитая телевизионная башня Шухова в Москве построена из сегментов гиперболической поверхности с использованием прямых балок.

Заметим, что если точки A и B в примере 3 выбирать симметричными относительно центра куба, то в результате построения получатся боковые поверхности двух конусов (рис. 9).

Первый уровень

3.2.* Внутренние точки пирамиды. Внутренние точки треугольной пирамиды можно определить иначе. Пусть S, A, B, C — вершины пирамиды. Точка M является внутренней для этой пирамиды, если A и M лежат в одном полупространстве с границей SBC, B и M — в одном полупространстве с границей SAC, C и M — в одном полупространстве с границей SAB, а S и M — в одном полупространстве с границей ABC.

Вопрос. Как можно определить треугольную пирамиду в виде пересечения полупространств, рассматриваемых вместе со своими границами?

3.3. Сечения треугольной пирамиды. Разберём, как находить *сечение* треугольной пирамиды плоскостью.

Пример 1. В пирамиде $SABC$ точки M, N и K выбраны соответственно на рёбрах SA, AB и AC так, что $SM : MA = 1 : 3$, $AN : NB = 1 : 2$, $AK : KC = 2 : 1$. Построить сечение пирамиды плоскостью MNK.

Обозначим плоскость MNK через α. По аксиоме II две различные плоскости, имеющие общую точку, пересекаются по прямой. Так как точки M и N — общие для плоскостей SAB и α, эти плоскости пересекаются по прямой, содержащей точки M и N. Следовательно, грань SAB пересекается с плоскостью α по отрезку MN. Аналогично получается, что плоскость α пересекает грань SAC по отрезку MK, а грань ABC — по отрезку NK (рис. 4).

Покажем, что плоскость α не пересекается с гранью SBC. Для этого заметим, что плоскость α делит множество всех точек пространства, не принадлежащих этой плоскости, на два полупространства. Точки A и S лежат в разных полупространствах, потому что отрезок AS пересекается с плоскостью α. Аналогично в разных полупространствах лежат точки A и C, а также точки A и B. Отсюда следует, что все точки S, B, C лежат в одном полупространстве с границей α. Но тогда все точки треугольника SBC лежат в том же полупространстве, а поэтому грань SBC не пересекается с плоскостью α. Таким образом, на рис. 4 изображены все пересечения плоскости α с гранями. Значит, в сечении пирамиды $SABC$ данной плоскостью получается треугольник MNK.

Пример 2. В пирамиде $SABC$ точки M, N и K выбраны соответственно на рёбрах SA, SC и AB так, что $SM : MA = 1 : 3$, $SN : NC = 2 : 1$, $AK = KB$. Построить сечение пирамиды плоскостью MNK.

Обозначим плоскость MNK через β. Из аксиомы II следует, что плоскости β и SAC пересекаются по прямой MN. Продолжим прямую

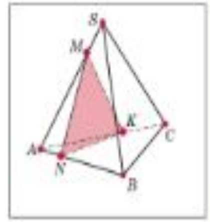


Рис. 4

Второй уровень

вательно, $AA_1 \parallel CC_1$ и $AA_1 = CC_1$. Значит, отрезки AA_1 и CC_1 лежат в одной плоскости, параллельны и равны. Поэтому четырёхугольник AA_1C_1C — параллелограмм, откуда вытекает, что $AC \parallel A_1C_1$.

Рассмотрим верхнюю грань $A_1B_1C_1D_1$. Из условия следует, что в треугольнике $A_1B_1C_1$ отрезок MN является средней линией, а поэтому $MN \parallel A_1C_1$. Но так как $A_1C_1 \parallel AC$, заключаем, что $MN \parallel AC$.

Теперь рассмотрим нижнюю грань. Из условия следует, что $DL : DA = DK : DC$. Поэтому треугольники DLK и DAC подобны по второму признаку подобия. Отсюда вытекает, что $\angle CAD = \angle KLD$. Значит, по соответствующему признаку, $AC \parallel LK$. Но так как мы уже показали, что $MN \parallel AC$, то $MN \parallel KL$, что и требовалось доказать.

Вопрос. Как доказать, что прямые MK и NL (рис. 10) пересекаются в пространстве?

Рис. 11

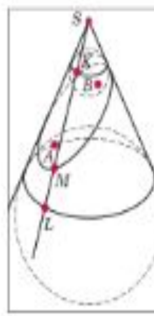


Рис. 12

1.5. Коническое сечение.** Разберём более сложный пример. Будем говорить, что плоскость и сфера (или прямая и сфера) касаются друг друга, если они имеют ровно одну общую точку. Сфера, имеющая общие точки с боковой поверхностью конуса, называется касающейся этой боковой поверхности, если все прямые, проходящие через вершину конуса и точку на границе основания конуса, касаются данной сферы. Предположим, что известны следующие свойства:

1) если к сфере из одной точки проведены отрезки касательных, то эти отрезки равны;

2) если конус пересечён плоскостью, как показано на рис. 11, то можно построить две сферы, каждая из которых касается боковой поверхности конуса (или её продолжения) по окружности и касается плоскости в некоторой точке;

3) на плоскости множество всех точек, сумма расстояний от которых до двух фиксированных точек A и B постоянна, является эллипсом с фокусами A и B.

Используя перечисленные свойства, докажем, что при пересечении конуса с плоскостью α получается эллипс, если плоскость проводится так, как указано на рис. 11.

Доказательство. Построим две сферы, касающиеся боковой поверхности конуса и секущей плоскости в точках A и B (рис. 12).

Третий уровень

ИННОВАЦИОННАЯ ШКОЛА

УМК «Математика» под редакцией В.В. Козлова , А.А. Никитина

- **Последовательное повторение учебного материала через достаточно большие промежутки времени, но на более высоком уровне**

(На примере темы «Углы»)

ИННОВАЦИОННАЯ ШКОЛА

УМК «Математика» под редакцией В.В. Козлова , А.А. Никитина

- **Личностно-ориентированное, развивающее обучение**
- **Развитие мотивации к обучению**

3.3.*: Задача о колодце. На участке земли нужно было выкопать яму под колодец в форме цилиндра глубиной 5 м и радиусом 75 см.

Сколько лишней земли выкопал хозяин, если он копал яму радиусом 80 см?

Измеряя длины в м, получим нужный объём

$$V = \pi \cdot (0,75)^2 \cdot 5 \text{ м}^3.$$

А объём выкопанного цилиндра равен

$$W = \pi \cdot (0,8)^2 \cdot 5 \text{ м}^3.$$

Разница D в объёмах равна $W - V$ или

$$D = \pi \cdot (0,8)^2 \cdot 5 - \pi \cdot (0,75)^2 \cdot 5 = 5 \cdot \pi \cdot ((0,8)^2 - (0,75)^2)\ (\text{м}^3).$$

Подставив вместо числа π число 3.1415, получим 1,21733125 м^3. То есть хозяин выкопал дополнительно более 1,2 м^3 земли.

Вопрос. На сколько больше земли придется выкопать хозяину, если он увеличит радиус на 5 см, копая яму глубиной 5 м и радиусом 2 м?

3.4.* Шар и объём шара. Глядя на мяч можно получить представление о *сфере*. Все точки сферы удалены на одно и то же расстояние от ее *центра*. Это расстояние называют *радиусом* сферы.

Сфера ограничивает область, то есть все те точки пространства, которые находятся внутри сферы. Объединив сферу и эту область, получаем шар того же радиуса и с тем же центром, что и сфера.

Вычисление объёма шара производится по формуле:

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3,$$

где R — радиус шара, V — объём шара.

Пример 2. Найдём, сколько литров воздуха вмещает воздушный шарик с радиусом $R = 20$ см.

Подставим значение R в формулу объёма шара:

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 20^3 \approx \frac{4}{3} \cdot 3,1415 \cdot 20^3\ (\text{см}^3).$$

С помощью калькулятора получим значение 33509,3333 см^3. С недостатком можно взять 33509 см^3.

Зная, что 1 л = 1000 см^3, получим 33,509 л, что с недостатком равно 33,5 л. Оказывается, что такой воздушный шарик содержит около 10 трёхлитровых банок воздуха!

Вопрос. Сколько литров воздуха будет содержать шарик, если увеличить его радиус на 1 см?

Контрольные вопросы

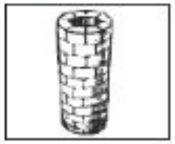
1. Что называется высотой цилиндра?
2. Что называется радиусом цилиндра?
3. По какой формуле вычисляется объём цилиндра?
4. Что такое шар?
5. По какой формуле вычисляется объём шара?

Задачи и упражнения

1. Пусть R — радиус, а H — высота цилиндра. Найдите его объём, если:
а) $R = 2$ см, $H = 5$ см; б) $R = 12$ см, $H = 2$ дм;
в) $R = 3\frac{1}{2}$ см, $H = 4\frac{1}{3}$ см; г) $R = 15$ см, $H = 0,35$ м.

2. Как изменится объём цилиндра, если:
а) высоту увеличить в 2 раза;
б) радиус уменьшить в 4 раза;
в) увеличить радиус в 3, а высоту — в 12 раз;
г) уменьшить радиус в 2, а высоту — в 15 раз;
д) увеличить радиус в 3 раза, а высоту уменьшить в 3 раза;
е) увеличить высоту в 4 раза, а радиус уменьшить в 2 раза?

3. В стакан, диаметр которого равен 5 см, налили 100 см^3 воды. Какой высоты столб воды в стакане?



4.* Высота дымовой трубы равна 20 м, её внешний диаметр равен 3 м, а внутренний равен 2 м. Какой объём кирпичной кладки имеет эта труба?

5. Найдите объём шара, если его радиус равен:
а) 3 см; б) 2 дм; в) 1,5 м; г) $2\frac{1}{3}$ см.

6. Как изменится объём шара, если его радиус:
а) увеличить в 2 раза; б) уменьшить в 3 раза?

7.* Диаметр Земли в 4 раза больше диаметра Луны. Во сколько раз объём Земли больше объёма Луны?

8.* Резервуар для нефти имеет форму части шара, равной половине шара радиуса 8 м. Сколько нефти он вмещает?

9.** Найдите объём земной атмосферы, если она простирается над поверхностью Земли на высоту приблизительно 100 км, а радиус Земли равен 6370 км.

УМК «Математика» под редакцией В.В. Козлова , А.А. Никитина

- **Подготовка к самообразованию**
- **Интеграция с другими предметами**

§ 3. Масштаб

Надпись на карте «масштаб 1 : 100» означает, что отрезком в 1 см на бумаге изображён отрезок в 100 см, или по-другому, что вместо отрезка в 1 м на бумаге изображается отрезок в 0,01 м.

Вопрос. Какой масштаб можно выбрать, чтобы изобразить в тетради квадратный участок площадью в 1 га?

3.2. Масштаб географической карты. Знакомое вам применение масштаба — географические карты. Используя карту, удаётся сравнивать и вычислять расстояния между городами, длины различных рек, величины озёр, морей.

Масштаб позволяет представить даже кругосветное путешествие, не отправляясь в дорогу. Достаточно вспомнить одно из своих дальних путешествий, найти его на карте и сравнить с длиной экватора. И если длина экватора окажется раз в двадцать или в сто длиннее, то вы сразу поймёте, чего стоили кругосветные путешествия в старые времена.

Вопрос. Нужна ли на практике карта земной поверхности с масштабом 1 : 1 000 000 000?

3.3. Примеры применения масштаба. Применяется масштаб и в строительстве. Будущий дом проектируют, делают черновые наброски, производят расчёты, выбирают масштаб и затем готовит рабочие чертежи, которые позволяют сделать стены, двери, окна в точности такими, какие они нужны.

Применяется масштаб и при изображении невидимого нам мира. Клетки растений и животных неразличимы невооружённым глазом. Но их можно увидеть в микроскоп и нарисовать многократно увеличенными в некотором масштабе.

Вопрос. Где вы встречались с применением масштаба?

Контрольные вопросы и задания

1. Что такое масштаб?

2. Каким соотношением указывают масштаб и что оно означает?

3.* Как найти расстояние на местности, если оно известно на карте с данным масштабом?

4.* Как найти масштаб карты, если известно реальное расстояние между двумя изображёнными на ней пунктами?

5.* Увеличенным или уменьшенным по отношению к действительности будет изображение предмета в масштабе 2 : 1?

Задачи и упражнения

1. На карте с масштабом 1 : 100 000 расстояние между двумя пунктами равно 8 см. Чему равно расстояние между этими пунктами на местности?

Глава 14. Практическое сравнение величин

8. Изобразите в виде круговой диаграммы и в виде линейной диаграммы процентное содержание воды, жиров, белков и углеводов в следующих продуктах:

	Вода	Белки	Жиры	Углеводы	Прочее
Масло	12%	0,5%	79%	0,5%	8%
Шоколад	2%	5%	22%	64%	7%
Сахар	1%	–	–	96%	3%
Макароны	12%	10%	1%	71%	6%
Мясо	75%	12%	8%	–	5%
Картофель	80%	1%	–	14%	5%
Яблоки	85%	–	–	10%	5%
Морковь	87%	1%	–	6%	6%

9. Изобразите на круговой и линейной диаграммах количество крови в органах человека, если доли всей крови распределены следующим образом:

Сосуды сердца	5%	Внутренние органы	35%
Мозг	15%	Почки	20%
Мышцы	15%	Кожа, скелет	10%

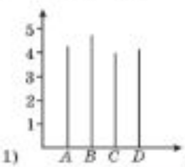
Тесты

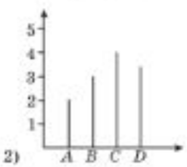
Задание 1. Укажите правильный вариант ответа.

1.1. Дана таблица среднего балла по всем отметкам для учеников A, B, C, D.

Ученики	A	B	C	D
Ср. балл	3,6	4,3	4	3,8

Какая из приведённых линейных диаграмм соответствует этой таблице?

1) 

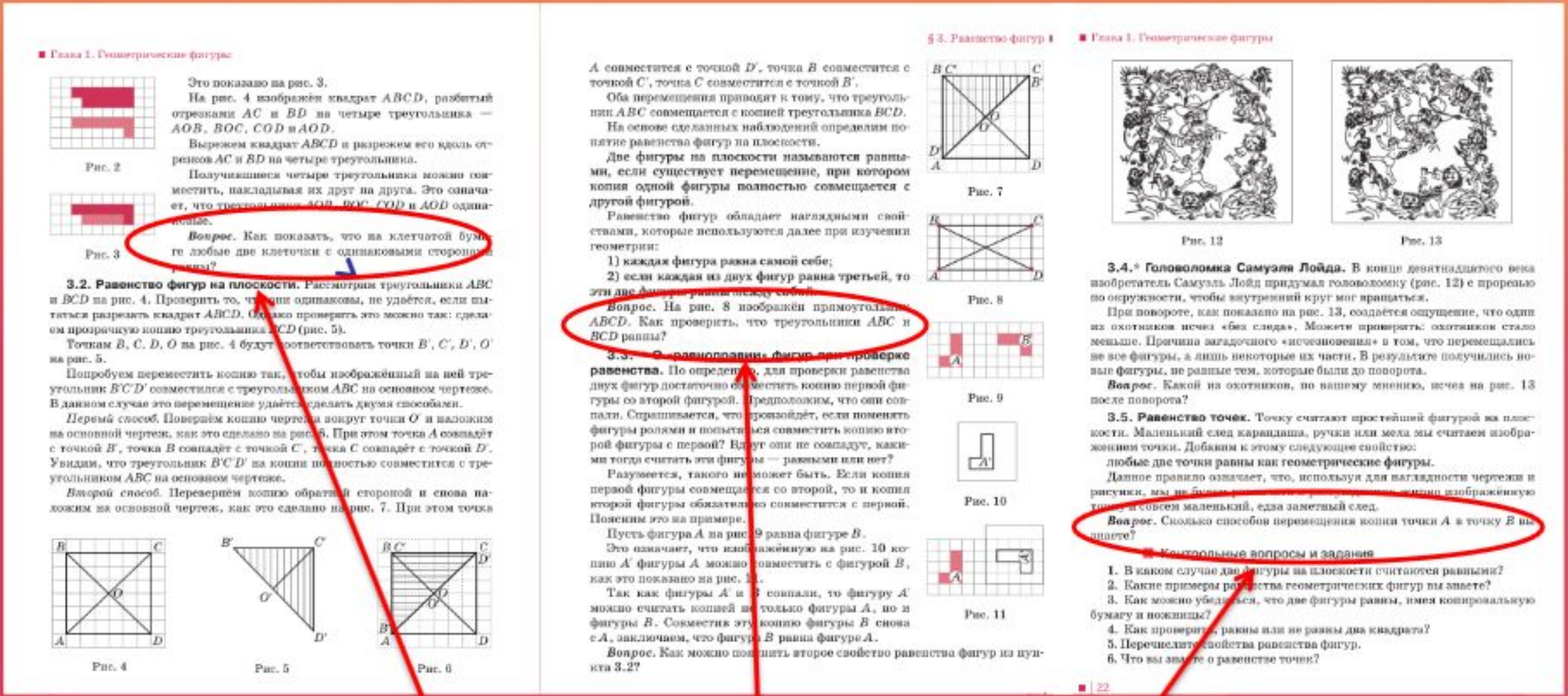
; 2) 

;

ИННОВАЦИОННАЯ ШКОЛА

УМК «Математика» под редакцией В.В. Козлова , А.А. Никитина

Формирование критического мышления



Вопросы к каждому пункту в тексте параграфа