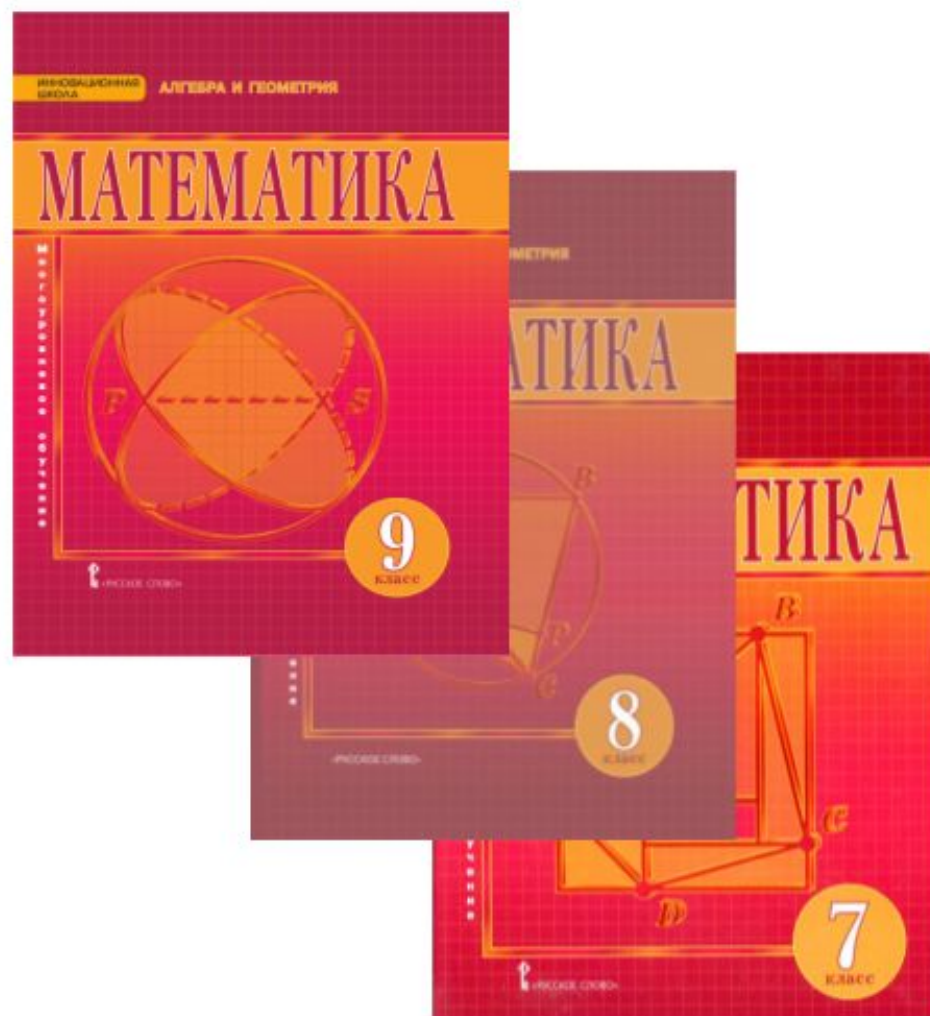


Сравнение учебников по геометрии с 7 по 9 классы  
под редакцией академиков В.В. Козлова и А.А. Никитина  
с учебником авторства Л.С. Атанасяна и др.



7

Класс

## Глава 1. Начальные геометрические сведения

### § 1. Прямая и отрезок

Практические задания

### § 2. Луч и угол

Практические задания

### § 3. Сравнение отрезков и углов

Задачи

### § 4. Измерение отрезков

Практические задания

Задачи

### § 5. Измерение углов

Практические задания

Задачи

### § 6. Перпендикулярные прямые

Практические задания

Задачи

Вопросы для повторения к главе 1

Дополнительные задачи

## Глава 1. Углы

### § 1. Углы, плоские углы

Контрольные вопросы и задания

Задачи и упражнения

Тесты

### § 2. Величина плоского угла

Контрольные вопросы и задания

Задачи и упражнения

Тесты

## Глава 2. Треугольники

### § 1. Первый признак равенства треугольников

#### Задачи

### § 2. Медианы, биссектрисы и высоты треугольника

#### Задачи

### § 3. Второй и третий признаки равенства треугольников

#### Задачи

### § 4. Задачи на построение

### Вопросы для повторения к главе 2

### Дополнительные задачи

## Глава 4. Равенство треугольников

### § 1. Признаки равенства треугольников

### Контрольные вопросы и задания

### Задачи и упражнения

### Тесты

### § 2. Построение треугольников

### Контрольные вопросы и задания

### Задачи и упражнения

### Тесты

### § 3. Примеры доказательств

### Контрольные вопросы и задания

### Задачи и упражнения

### Тесты

### § 4. Площадь треугольника

### Контрольные вопросы и задания

### Задачи и упражнения

### Тесты

## Глава 3. Параллельные прямые

### § 1. Признаки параллельности двух прямых

Задачи

### § 2. Аксиома параллельных прямых

Задачи

Вопросы для повторения к главе 3

Дополнительные задачи

## Глава 6. Параллельность

### § 1. Непересекающиеся прямые

Контрольные вопросы и задания

Задачи и упражнения

Тесты

### § 2. Параллельные прямые

Контрольные вопросы и задания

Задачи и упражнения

Тесты

### § 3. Сумма углов треугольника

Контрольные вопросы и задания

Задачи и упражнения

Тесты

Глава 4. Соотношения между сторонами и углами треугольника

§ 1. Сумма углов треугольника

Задачи

§ 2. Соотношения между сторонами и углами треугольника

Задачи

§ 3. Прямоугольные треугольники

Задачи

§ 4. Построение треугольника по трем элементам

Задачи

Вопросы для повторения к главе 4

Дополнительные задачи

Глава 8. Параллелограмм

Глава 9. Пропорциональные отрезки

Глава 11. Свойства окружностей

Глава 13. Многоугольники

8

КЛАСС

## Глава 5. Четырёхугольники

### § 1. Многоугольники

Задачи

### § 2. Параллелограмм и трапеция

Задачи

### § 3. Прямоугольник, ромб, квадрат

Задачи

Вопросы для повторения к главе 5

Дополнительные задачи

## Глава 4. Гомотетия

### § 1. Теорема Фалеса и следствия из неё

Контрольные вопросы и задания

Задачи и упражнения

Тесты

### § 2. Гомотетичные фигуры

Контрольные вопросы и задания

Задачи и упражнения

Тесты

### § 3. Гомотетия плоскости

Контрольные вопросы и задания

Задачи и упражнения

Тесты



## Глава 6. Площадь

### § 1. Площадь многоугольника

#### Задачи

### § 2. Площади параллелограмма, треугольника и трапеции

#### Задачи

### § 3. Теорема Пифагора

#### Задачи

### Вопросы для повторения к главе 6

### Дополнительные задачи

## Глава 6. Подобие

### § 1. Понятие подобия фигур

#### Контрольные вопросы и задания

#### Задачи и упражнения

#### Тесты

### § 2. Подобие треугольников

#### Контрольные вопросы и задания

#### Задачи и упражнения

#### Тесты

### § 3. Высоты треугольника

#### Контрольные вопросы и задания

#### Задачи и упражнения

#### Тесты

### § 4. Биссектрисы треугольника

#### Контрольные вопросы и задания

#### Задачи и упражнения

#### Тесты

## Глава 7. Подобные треугольники

### § 1. Определение подобных треугольников

Задачи

### § 2. Признаки подобия треугольников

Задачи

### § 3. Применение подобия к доказательству теорем и решению задач

Задачи

### § 4. Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника

Задачи

Вопросы для повторения к главе 7

Дополнительные задачи

## Глава 8. Векторы

### § 1. Связанный вектор и его координаты

Контрольные вопросы и задания

Задачи и упражнения

Тесты

### § 2. Сложение и вычитание векторов

...

### § 3. Умножение вектора на действительное число

...

### § 4. Свободные векторы

...

### § 5. Операции над свободными векторами

...

### § 6. Связанный вектор в пространстве

...

## Глава 8. Окружность

### § 1. Касательная к окружности

Задачи

### § 2. Центральные и вписанные углы

Задачи

### § 3. Четыре замечательные точки треугольника

Задачи

### § 4. Вписанная и описанная окружности

Задачи

Вопросы для повторения к главе 8

Дополнительные задачи

## Глава 10. Тригонометрические функции острого угла

### § 1. Синус острого угла

...

### § 2. Косинус острого угла

...

### § 3. Тангенс и котангенс острого угла

...

### § 4. Тригонометрические формулы

...

## Глава 11. Центральные и вписанные углы

### § 1. Центральные углы

...

### § 2. Вписанные углы

...

### § 3. Вписанный четырёхугольник

...

## Глава 9. Векторы

### § 1. Понятие вектора

Практические задания

Задачи

### § 2. Сложение и вычитание векторов

Практические задания

Задачи

### § 3. Умножение вектора на число.

Применение векторов к решению задач

Практические задания

Задачи

Вопросы для повторения к главе 9

Дополнительные задачи

9 класс

Глава 10. Метод координат

Глава 11. Соотношения между  
сторонами и углами треугольника.  
Скалярное произведение векторов

Глава 12. Длина окружности и площадь  
круга

Глава 13. Движения

Об аксиомах планиметрии

Глава 3. Центральные и вписанные углы

Глава 6. Метрические соотношения в  
треугольнике

Глава 8. Скалярное произведение векторов

Глава 14. Неевклидовы геометрии

ОТЛИЧИЯ

# Многоуровневое преподавание и освоения предмета (средняя школа)

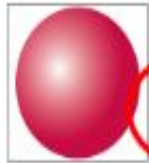


Рис. 2

способом изготовить нужную деталь. Эти чертежи делают на основе свойств, которые выявляются при изучении геометрии пространства.

**Вопрос.** Что вы знаете о параллельности на плоскости?

**1.3. Примеры фигур в пространстве.** Пространственные фигуры часто задают описанием свойств  $Ax$  точек.

**Пример 1.** Выберем некоторое положительное число  $r$  и некоторую точку  $F$  пространства. Определим пространственную фигуру  $S$  как множество всех точек пространства, удаленных от  $F$  на расстояние  $r$ . Напомним, что фигура  $S$  называется сферой (рис. 2).



Рис. 3

**Пример 2.** Возьмем прямоугольный треугольник  $ABC$  с катетами  $AB$  и  $BC$  (рис. 3). Определим пространственную фигуру  $V$  как множество всех точек пространства, которые получаются из точек треугольника  $ABC$  его вращением вокруг прямой  $BC$ . Такую фигуру  $V$  называют конусом (рис. 4).



Рис. 4

**Пример 3.** Выберем в пространстве две окружности, расположенные в противоположных гранях куба. Отметим на одной окружности точку  $A$ , на другой — точку  $B$ , как показано на рис. 5. После этого для произвольной точки  $N$  верхней окружности отметим точку  $M$  на нижней окружности так, чтобы длины дуг  $AN$  и  $BM$ , измеренные против хода часовой стрелки, были равны (рис. 6). Соединив отрезками всевозможные пары точек  $N$  и  $M$ , получим поверхность, изображенную на рис. 7. Эта поверхность является частью пространственной фигуры, которая называется *однополостным гиперболоидом* (рис. 8). Описанный способ построения такой поверхности на отрезок широко применяется на практике. Например, знаменитая телевизионная башня Шухова в Москве построена из сегментов гиперболической поверхности с использованием прямых балок.

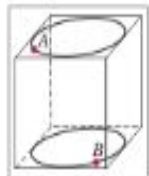


Рис. 5

Заметим, что если точки  $A$  и  $B$  в примере 3 выбирать симметричными относительно центра куба, то в результате построения получается боковая поверхность двух конусов (рис. 9).

**3.2.\* Внутренние точки пирамиды.** Внутренние точки треугольной пирамиды можно определить иначе. Пусть  $S, A, B, C$  — вершины пирамиды. Точка  $M$  является внутренней для этой пирамиды, если  $A$  и  $M$  лежат в одном полупространстве с границей  $SBC$ ,  $B$  и  $M$  — в одном полупространстве с границей  $SAC$ ,  $C$  и  $M$  — в одном полупространстве с границей  $SAB$ , а  $S$  и  $M$  — в одном полупространстве с границей  $ABC$ .

**Вопрос.** Как можно определить треугольную пирамиду в виде пересечения полупространств, рассматриваемых вместе со своими границами?

**3.3. Сечения треугольной пирамиды.** Разберём, как находить сечения треугольной пирамиды плоскостью.

**Пример 1.** В пирамиде  $SABC$  точки  $M, N$  и  $K$  выбраны соответственно на ребрах  $SA, AB$  и  $AC$  так, что  $SM : MA = 1 : 3, AN : NB = 1 : 2, AK : KC = 2 : 1$ . Построить сечение пирамиды плоскостью  $MNK$ .

Обозначим плоскость  $MNK$  через  $\alpha$ . По аксиоме II две различные плоскости, имеющие общую точку, пересекаются по прямой. Так как точки  $M$  и  $N$  — общие для плоскостей  $SAB$  и  $\alpha$ , эти плоскости пересекаются по прямой, содержащей точки  $M$  и  $N$ . Следовательно, грань  $SAB$  пересекается с плоскостью  $\alpha$  по отрезку  $MN$ . Аналогично получается, что плоскость  $\alpha$  пересекает грань  $SAC$  по отрезку  $MK$ , а грань  $ABC$  — по отрезку  $NK$  (рис. 4).

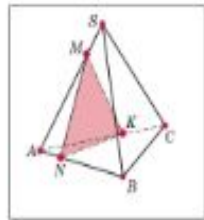


Рис. 4

Покажем, что плоскость  $\alpha$  не пересекается с гранью  $SBC$ . Для этого заметим, что плоскость  $\alpha$  делит множество всех точек пространства, не принадлежащих этой плоскости, на два полупространства. Точки  $A$  и  $S$  лежат в разных полупространствах, потому что отрезок  $AS$  пересекается с плоскостью  $\alpha$ . Аналогично в разных полупространствах лежат точки  $A$  и  $C$ , а также точки  $A$  и  $B$ . Отсюда следует, что все точки  $S, B, C$  лежат в одном полупространстве с границей  $\alpha$ . Но тогда все точки треугольника  $SBC$  лежат в том же полупространстве, а поэтому грань  $SBC$  не пересекается с плоскостью  $\alpha$ . Таким образом, на рис. 4 изображены все пересечения плоскости  $\alpha$  с гранями. Значит, в сечении пирамиды  $SABC$  данной плоскостью получается треугольник  $MNK$ .

**Пример 2.** В пирамиде  $SABC$  точки  $M, N$  и  $K$  выбраны соответственно на ребрах  $SA, SC$  и  $AB$  так, что  $SM : MA = 1 : 3, SN : NC = 2 : 1, AK = KB$ . Построить сечение пирамиды плоскостью  $MNK$ .

Обозначим плоскость  $MNK$  через  $\beta$ . Из аксиомы II следует, что плоскости  $\beta$  и  $SAC$  пересекаются по прямой  $MN$ . Продолжим прямую

вательно,  $AA_1 \parallel CC_1$ , и  $AA_1 = CC_1$ . Значит, отрезки  $AA_1$  и  $CC_1$  лежат в одной плоскости, параллельны и равны. Поэтому четырёхугольник  $AA_1C_1C$  — параллелограмм, откуда вытекает, что  $AC \parallel A_1C_1$ .

Рассмотрим верхнюю грань  $A_1B_1C_1D_1$ . Из условия следует, что в треугольнике  $A_1B_1C_1$  отрезок  $MN$  является средней линией, а поэтому  $MN \parallel A_1C_1$ . Но так как  $A_1C_1 \parallel AC$ , заключаем, что  $MN \parallel AC$ .

Теперь рассмотрим нижнюю грань. Из условия следует, что  $DL : DA = DK : DC$ . Поэтому треугольники  $DLK$  и  $DAC$  подобны по второму признаку подобия. Отсюда вытекает, что  $\angle CAD = \angle KLD$ . Значит, по соответствующему признаку,  $AC \parallel LK$ . Но так как мы уже показали, что  $MN \parallel AC$ , то  $MN \parallel LK$ , что и требовалось доказать.

**Вопрос.** Как доказать, что прямые  $MK$  и  $NL$  (рис. 10) пересекаются в пространстве?



Рис. 11

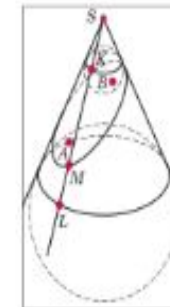


Рис. 12

**1.5.\*\* Коническое сечение.** Разберём более сложный пример. Будем говорить, что плоскость и сфера (или прямая и сфера) касаются друг друга, если они имеют ровно одну общую точку. Сфера, имеющая общую точку с боковой поверхностью конуса, называется касательной этой боковой поверхности, если все прямые, проходящие через вершину конуса и точку на границе основания конуса, касаются данной сферы. Предположим, что известны следующие свойства:

- 1) если к сфере из одной точки проведены отрезки касательных, то эти отрезки равны;
- 2) если конус пересечь плоскостью, как показано на рис. 11, то можно построить две сферы, каждая из которых касается боковой поверхности конуса (или её продолжения) по окружности и касается плоскости в некоторой точке;
- 3) на плоскости множество всех точек, сумма расстояний от которых до двух фиксированных точек  $A$  и  $B$  постоянна, является эллипсом с фокусами  $A$  и  $B$ .

Используя перечисленные свойства, докажем, что при пересечении конуса с плоскостью  $\alpha$  получается эллипс, если плоскость проводится так, как указано на рис. 11.

**Доказательство.** Построим две сферы, касающиеся боковой поверхности конуса и секущей плоскости в точках  $A$  и  $B$  (рис. 12).

Первый уровень

Второй уровень

Третий уровень





# УМК «Математика» под редакцией В.В. Козлова, А.А. Никитина

## 5 класс

### Глава 8 УГЛЫ

В этой главе вы начнете изучать углы и способы их измерения, узнаете про основные свойства градусной меры. Будут рассмотрены смежные и вертикальные углы и их свойства. Особое внимание уделено развёрнутым и прямым углам.

#### § 1. УГЛЫ. РАВНСТВО УГЛОВ

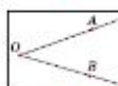


Рис.

**1.1. Угол между лучами с общей вершиной.** Рассмотрим на плоскости точку  $O$  и изображим лучи  $OA$  и  $OB$  с началом в точке  $O$  (рис. 1).

Полученную геометрическую фигуру называют углом  $AOB$ . Точка  $O$  называется вершиной угла, а лучи  $OA$  и  $OB$  называются его сторонами.



Рис.



Рис.



Рис.

## 8 класс

### ЦЕНТРАЛЬНЫЕ И ВПИСАННЫЕ УГЛЫ

## 11

### глава

В этой главе изучаются свойства центральных и вписанных углов в окружности, рассматривается, как с помощью дуг окружности измерять углы, а также свойствами обладают внешние и окружности четырехугольника, хорды, касательные и секущие.

#### § 1. ЦЕНТРАЛЬНЫЕ УГЛЫ

**1.1. Дуга окружности. Обозначения дуг.** Рассмотрим окружность  $S$ . Две различные точки  $A$  и  $B$  этой окружности разбивают ее на две множества, каждое из которых будем называть дугой окружности. Для того, чтобы различить дуги окружности с одинаковыми концами, будем для обозначения дуги использовать словосочетание на ней промежуточную точку, а саму дугу обозначать с помощью знака  $\cup$ . Так, на рис. 1 можно рассмотреть две дуги с концами  $A$  и  $B$ .

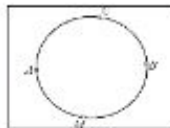


Рис. 1.

Когда точки  $A$  и  $B$  диаметрально противоположны, обе образовавшиеся дуги равны и называются полуокружностями. Когда точки  $A$  и  $B$  не диаметрально противоположны, одна из образовавшихся дуг меньше полуокружности, а другая – больше полуокружности. Для удобства меньшую из дуг можно обозначать, указывая только концы этой дуги. Например, дугу  $ACB$  на рис. 1 можно обозначить как  $\cup AB$ .

Вопрос. Сколько различных дуг окружности можно указать, если на окружности поставлены четыре различные точки?

**1.2. Центровой угол окружности.** Рассмотрим окружность  $S$  с центром  $O$ . Каждый угол с вершиной  $O$ , образованный двумя различными лучами, пересекает окружность  $S$  в двух различных точках, а поэтому разбивает окружность на две дуги. Тем самым

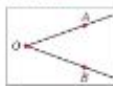
## 7 класс

### Глава 1 УГЛЫ

В этой главе рассматриваются углы, образованные двумя лучами, и смежные с ними плоские углы, способы измерения углов, называются основные свойства градусной меры.

#### § 1. УГЛЫ. ПЛОСКИЕ УГЛЫ

**1.1. Угол, образованный двумя лучами.** Рассмотрим на плоскости два различных луча  $OA$  и  $OB$  с началом в точке  $O$ , как на рис. 1. Напомним, что такую геометрическую фигуру называют углом  $AOB$ . Точка  $O$  называется вершиной угла, а лучи  $OA$  и  $OB$  называются его сторонами.



Угол – это фигура с общим началом. Коротко можно сказать: «угол».

Примеры углов  $\angle AOB$ ,  $\angle ABC$ .  
Вопрос. Как и рис. 2?

**1.2. Плоский угол** – это два луча, исходящих из одной точки.

Обычно, говорят о плоском угле, имея в виду прямой угол.

Закрепите ч. логический угол, используя обозначения углов. Какой из двух по частям, обычно это

## 9 класс

### ЦЕНТРАЛЬНЫЕ И ВПИСАННЫЕ УГЛЫ

## 3

### глава

#### § 1. ИЗМЕРЕНИЕ УГЛОВ ДУГАМИ ОКРУЖНОСТЕЙ

**1.1. Измерение вписанного угла.** Измерение вписанных углов дугами окружностей позволяет измерить многие другие углы, измеряя через связанные с ними дуги.

В этом пункте разберем, как можно измерять угол, вершина которого лежит вне дуги окружности, а каждая сторона пересекает окружность в двух точках.

Для удобства луч, пересекающий окружность в двух различных точках  $M$  и  $N$  будем называть секущей и обозначать  $MN$ .

Пусть дана окружность  $S$ . Рассмотрим секущие  $AB$  и  $CD$ , пересекающиеся в точке  $F$  вне окружности (рис. 1). Соединим точки  $A$  и  $D$  (рис. 2). Для треугольника  $FAD$  угол  $BAD$  является внешним. Поэтому  $\angle BAD = \angle APD + \angle ADP$ , откуда  $\angle APC = \angle APD = \angle BAD - \angle ADC$ . Так как углы  $BAD$  и  $ADC$  вписаны в окружность, то  $\angle BAD = \frac{1}{2} \cup BD$ ,  $\angle ADC = \frac{1}{2} \cup AC$ . Следовательно,

$$\angle APC = \frac{1}{2} (\cup BD - \cup AC).$$

В результате приходим к правилу, по которому можно вычислять угол между двумя секущими окружности.

Величина угла между двумя секущими окружности равна полуразности углов мер дуг, заключенных между сторонами уг-



Рис. 1.

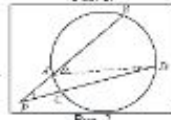


Рис. 2.

• Последовательное повторение учебного материала через достаточно большие промежутки времени, но на более высоком уровне

(На примере темы «Углы»)



## § 3. Объёмы цилиндра и шара ■

**3.3.\*: Задача о колодце.** На участке земли нужно было выкопать яму под колодец в форме цилиндра глубиной 5 м и радиусом 75 см.

Сколько лишней земли выкопал хозяин, если он копал яму радиусом 80 см?

Измеряя длины в м, получим нужный объём

$$V = \pi \cdot (0,75)^2 \cdot 5 \text{ м}^3.$$

А объём выкопанного цилиндра равен

$$W = \pi \cdot (0,8)^2 \cdot 5 \text{ м}^3.$$

Разница  $D$  в объёмах равна  $W - V$  или

$$D = \pi \cdot (0,8)^2 \cdot 5 - \pi \cdot (0,75)^2 \cdot 5 = 5 \cdot \pi \cdot ((0,8)^2 - (0,75)^2) (\text{м}^3).$$

Подставив вместо числа  $\pi$  число 3,1415, получим 1,21733125 м<sup>3</sup>. То есть хозяин выкопал дополнительно более 1,2 м<sup>3</sup> земли.

**Вопрос.** На сколько больше земли придется выкопать хозяину, если он увеличит радиус на 5 см, копая яму глубиной 5 м и радиусом 2 м?

**3.4.\* Шар и объём шара.** Глядя на мяч можно получить представление о *сфере*. Все точки сферы удалены на одно и то же расстояние от ее *центра*. Это расстояние называют *радиусом* сферы.

Сфера ограничивает область, то есть все те точки пространства, которые находятся внутри сферы. Объединив сферу и эту область, получаем шар того же радиуса и с тем же центром, что и сфера.

Вычисление объёма шара производится по формуле:

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3,$$

где  $R$  — радиус шара,  $V$  — объём шара.

**Пример 2.** Найдём, сколько литров воздуха вмещает воздушный шарик с радиусом  $R = 20$  см.

Подставим значение  $R$  в формулу объёма шара:

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 20^3 \approx \frac{4}{3} \cdot 3,1415 \cdot 20^3 (\text{см}^3).$$

С помощью калькулятора получим значение 33509,3333 см<sup>3</sup>. С недостатком можно взять 33509 см<sup>3</sup>.

Зная, что 1 л = 1000 см<sup>3</sup>, получим 33,509 л, что с недостатком равно 33,5 л. Оказывается, что такой воздушный шарик содержит около 10 трёхлитровых банок воздуха!

**Вопрос.** Сколько литров воздуха будет содержать шарик, если увеличить его радиус на 1 см?



## ■ Контрольные вопросы

1. Что называется высотой цилиндра?
2. Что называется радиусом цилиндра?
3. По какой формуле вычисляется объём цилиндра?
4. Что такое шар?
5. По какой формуле вычисляется объём шара?

## ■ Задачи и упражнения

1. Пусть  $R$  — радиус, а  $H$  — высота цилиндра. Найдите его объём, если:
  - а)  $R = 2$  см,  $H = 5$  см;
  - б)  $R = 12$  см,  $H = 2$  дм;
  - в)  $R = 3\frac{1}{2}$  см,  $H = 4\frac{1}{3}$  см;
  - г)  $R = 15$  см,  $H = 0,35$  м.
2. Как изменится объём цилиндра, если:
  - а) высоту увеличить в 2 раза;
  - б) радиус уменьшить в 4 раза;
  - в) увеличить радиус в 3, а высоту — в 12 раз;
  - г) уменьшить радиус в 2, а высоту — в 15 раз;
  - д) увеличить радиус в 3 раза, а высоту уменьшить в 3 раза;
  - е) увеличить высоту в 4 раза, а радиус уменьшить в 2 раза?
3. В стакан, диаметр которого равен 5 см, налили 100 см<sup>3</sup> воды. Какой высоты столб воды в стакане?
  - 4.\* Высота дымовой трубы равна 20 м, её внешний диаметр равен 3 м, а внутренний равен 2 м. Какой объём кирпичной кладки имеет эта труба?
  5. Найдите объём шара, если его радиус равен:
    - а) 3 см;
    - б) 2 дм;
    - в) 1,5 м;
    - г)  $2\frac{1}{3}$  см.
  6. Как изменится объём шара, если его радиус:
    - а) увеличить в 2 раза;
    - б) уменьшить в 3 раза?
- 7.\* Диаметр Земли в 4 раза больше диаметра Луны. Во сколько раз объём Земли больше объёма Луны?
- 8.\* Резервуар для нефти имеет форму части шара, равной половине шара радиуса 8 м. Сколько нефти он вмещает?
- 9.\*\* Найдите объём земной атмосферы, если она простирается над поверхностью Земли на высоту приблизительно 100 км, а радиус Земли равен 6370 км.



• Личностно-ориентированное, развивающее обучение

• Развитие мотивации к обучению



• Подготовка к самообразованию

• Интеграция с другими предметами

## § 3. Масштаб ■

Надпись на карте «масштаб 1 : 100» означает, что отрезком в 1 см на бумаге изображён отрезок в 100 см, или по-другому, что вместо отрезка в 1 м на бумаге изображается отрезок в 0,01 м.

**Вопрос.** Какой масштаб можно выбрать, чтобы изобразить в тетради квадратный участок площадью в 1 га?

**3.2. Масштаб географической карты.** Знакомое вам применение масштаба — географические карты. Используя карту, удаётся сравнивать и вычислять расстояния между городами, длины различных рек, величины озёр, морей.

Масштаб позволяет представить даже кругосветное путешествие, не отправляясь в дорогу. Достаточно вспомнить одно из своих дальних путешествий, найти его на карте и сравнить с длиной экватора. И если длина экватора окажется раз в двадцать или в сто длиннее, то вы сразу поймёте, чего стоили кругосветные путешествия в старые времена.

**Вопрос.** Нужна ли на практике карта земной поверхности с масштабом 1 : 1 000 000 000?

**3.3. Примеры применения масштаба.** Применяется масштаб и в строительстве. Будущий дом проектируют, делают черновые наброски, производят расчёты, выбирают масштаб и затем готовят рабочие чертежи, которые позволяют сделать стены, двери, окна в точности такими, какие они нужны.

Применяется масштаб и при изображении невидимого нам мира. Клетки растений и животных неразличимы невооружённым глазом. Но их можно увидеть в микроскоп и нарисовать многократно увеличенными в некотором масштабе.

**Вопрос.** Где вы встречались с применением масштаба?

## Контрольные вопросы и задания ■

1. Что такое масштаб?
2. Каким соотношением указывают масштаб и что оно означает?
- 3.\* Как найти расстояние на местности, если оно известно на карте с данным масштабом?
- 4.\* Как найти масштаб карты, если известно реальное расстояние между двумя изображёнными на ней пунктами?
- 5.\* Увеличенным или уменьшенным по отношению к действительности будет изображение предмета в масштабе 2 : 1?

## Задачи и упражнения ■

1. На карте с масштабом 1 : 100 000 расстояние между двумя пунктами равно 8 см. Чему равно расстояние между этими пунктами на местности?

## ■ Глава 14. Практическое сравнение веществ

8. Изобразите в виде круговой диаграммы и в виде линейной диаграммы процентное содержание воды, жиров, белков и углеводов в следующих продуктах:

|           | Вода | Белки | Жиры | Углеводы | Прочие |
|-----------|------|-------|------|----------|--------|
| Масло     | 12%  | 0,5%  | 79%  | 0,5%     | 8%     |
| Шоколад   | 2%   | 5%    | 22%  | 64%      | 7%     |
| Сахар     | 1%   | —     | —    | 96%      | 3%     |
| Макаронны | 12%  | 10%   | 1%   | 71%      | 6%     |
| Мясо      | 75%  | 12%   | 8%   | —        | 5%     |
| Картофель | 80%  | 1%    | —    | 14%      | 5%     |
| Яблоки    | 85%  | —     | —    | 10%      | 5%     |
| Морковь   | 87%  | 1%    | —    | 8%       | 6%     |

9. Изобразите на круговой и линейной диаграммах количество крови в органах человека, если доли всей крови распределены следующим образом:

|               | 5%  | Внутренние органы | 35% |
|---------------|-----|-------------------|-----|
| Сосуды сердца |     |                   |     |
| Мозг          | 15% | Почки             | 20% |
| Мышцы         | 15% | Кожа, скелет      | 10% |

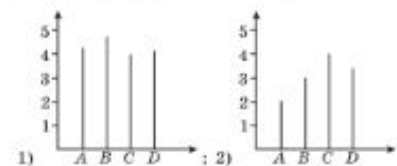
## ■ Тесты

**Задание 1.** Укажите правильный вариант ответа.

1.1. Дана таблица среднего балла по всем отметкам для учеников А, В, С, D.

| Ученики  | A   | B   | C | D   |
|----------|-----|-----|---|-----|
| Ср. балл | 3,6 | 4,3 | 4 | 3,8 |

Какая из приведённых линейных диаграмм соответствует этой таблице?





# Формирование критического мышления

Глава 1. Геометрические фигуры

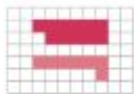


Рис. 2



Рис. 3

Это показано на рис. 3.  
На рис. 4 изображён квадрат  $ABCD$ , разбитый отрезками  $AC$  и  $BD$  на четыре треугольника —  $AOB$ ,  $BOC$ ,  $COD$  и  $AOD$ .  
Вырежем квадрат  $ABCD$  и разрежем его вдоль отрезков  $AC$  и  $BD$  на четыре треугольника.  
Получившиеся четыре треугольника можно совместить, наложивая их друг на друга. Это означает, что треугольники  $AOB$ ,  $BOC$ ,  $COD$  и  $AOD$  одинаковые.  
**Вопрос.** Как показать, что на клетчатой бумаге любые две клетки с одинаковыми сторонами равны?

**3.2. Равенство фигур на плоскости.** Рассмотрим треугольники  $ABC$  и  $B'C'D'$  на рис. 4. Проверить то, что они одинаковы, не удаётся, если пытаться разрезать квадрат  $ABCD$ . Однако проверить это можно так: сделаем прозрачную копию треугольника  $B'C'D'$  (рис. 5).

Точкам  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $O$  на рис. 4 будут соответствовать точки  $B'$ ,  $C'$ ,  $D'$ ,  $O'$  на рис. 5.

Попробуем переместить копию так, чтобы изображённый на ней треугольник  $B'C'D'$  совпал с треугольником  $ABC$  на основном чертеже. В данном случае это перемещение удаётся сделать двумя способами.

**Первый способ.** Повернём копию чертёж вокруг точки  $O$  и наложим на основной чертёж, как это сделано на рис. 6. При этом точка  $A$  совпадёт с точкой  $B'$ , точка  $B$  совпадёт с точкой  $C'$ , точка  $C$  совпадёт с точкой  $D'$ . Увидим, что треугольник  $B'C'D'$  на копии полностью совпадёт с треугольником  $ABC$  на основном чертеже.

**Второй способ.** Перевернём копию обратной стороной и снова наложим на основной чертёж, как это сделано на рис. 7. При этом точка

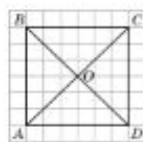


Рис. 4

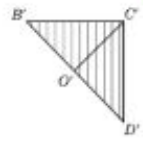


Рис. 5

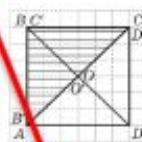


Рис. 6

$A$  совместится с точкой  $D'$ , точка  $B$  совместится с точкой  $C'$ , точка  $C$  совместится с точкой  $B'$ .

Оба перемещения приводят к тому, что треугольник  $ABC$  совпадёт с копией треугольника  $B'C'D'$ .

На основе сделанных наблюдений определим понятие равенства фигур на плоскости.

Две фигуры на плоскости называются равными, если существует перемещение, при котором копия одной фигуры полностью совпадает с другой фигурой.

Равенство фигур обладает наглядными свойствами, которые используются далее при изучении геометрии:

- 1) каждая фигура равна самой себе;
- 2) если каждая из двух фигур равна третьей, то эти две фигуры равны между собой.

**Вопрос.** На рис. 8 изображён прямоугольник  $ABCD$ . Как проверить, что треугольники  $ABC$  и  $B'C'D'$  равны?

**3.3. Сравнивание фигур для проверки равенства.** По определению для проверки равенства двух фигур достаточно совместить копию первой фигуры со второй фигурой. Предположим, что они совпали. Спрашивается, что произойдёт, если поменять фигуры ролями и попытаться совместить копию второй фигуры с первой? Вдруг они не совпадут, какими тогда считать эти фигуры — равными или нет?

Разумеется, такого не может быть. Если копия первой фигуры совпадает со второй, то и копия второй фигуры обязательно совпадёт с первой. Попробуем это на примере.

Пусть фигура  $A$  на рис. 9 равна фигуре  $B$ . Это означает, что любой из них на рис. 10 копия  $A'$  фигуры  $A$  можно совместить с фигурой  $B$ , как это показано на рис. 11.

Так как фигуры  $A'$  и  $B$  совпали, то фигуру  $A'$  можно считать копией не только фигуры  $A$ , но и фигуры  $B$ . Совместив эту копию фигуры  $B$  снова с  $A$ , заключаем, что фигура  $B$  равна фигуре  $A$ .

**Вопрос.** Как можно пояснить второе свойство равенства фигур из пункта 3.2?

§ 3. Равенство фигур

Глава 1. Геометрические фигуры

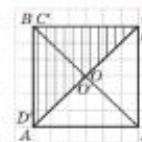


Рис. 7

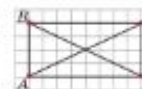


Рис. 8



Рис. 9



Рис. 10



Рис. 11



Рис. 12



Рис. 13

**3.4.\* Головоломка Самуэля Лойда.** В конце девятнадцатого века изобретатель Самуэль Лойд придумал головоломку (рис. 12) с прорезью по окружности, чтобы внутренний круг мог вращаться.

При повороте, как показано на рис. 13, создаётся ощущение, что один из охотников не «без следа». Можно проверить: охотники стало меньше. Причина загадочного «исчезновения» в том, что перемещались не все фигуры, а лишь некоторые их части. В результате получились новые фигуры, не равные тем, которые были до поворота.

**Вопрос.** Какой из охотников, по вашему мнению, неча на рис. 13 после поворота?

**3.5. Равенство точек.** Точку считают простейшей фигурой на плоскости. Маленький след карандаша, ручки или мела мы считаем изображением точки. Добавим к этому следующие свойства:

любые две точки равны как геометрические фигуры.  
Данное правило означает, что, используя для наглядности чертёж и рисунок, мы не будем различать, например, точку изображённую тонким и совсем маленьким, едва заметным следом.

**Вопрос.** Сколько способов перемещения копии точки  $A$  в точку  $B$  вы знаете?

Контрольные вопросы и задания

1. В каком случае две фигуры на плоскости считаются равными?
2. Какие примеры равенства геометрических фигур вы знаете?
3. Как можно убедиться, что две фигуры равны, имея копировальную бумагу и ножницы?
4. Как проверить, равны или не равны два квадрата?
5. Перечислите свойства равенства фигур.
6. Что вы знаете о равенстве точек?

Вопросы к каждому пункту в тексте параграфа