

Математическая ЛОГИКА

§ 8. Логические выражения

Логические выражения

Логическое выражение — это выражение, результат вычисления которого — логическое значение (истина или ложь).

Авария = вышли из строя 2 из 3-х двигателей.

A – «Двигатель № 1 неисправен».

B – «Двигатель № 2 неисправен».

C – «Двигатель № 3 неисправен».

логическое
выражение

Аварийный сигнал: $X = (A \cdot B) + (A \cdot C) + (B \cdot C)$

X = «Неисправны два двигателя»

= (A и B) или (A и C) или (B и C)

! **Формализация** – это переход к записи на формальном языке!

Порядок вычисления

- скобки
- НЕ
- И
- ИЛИ, исключающее ИЛИ
- импликация
- эквиваленция

$$X = A \cdot B + (\bar{A} \cdot B + \bar{B})$$

Таблицы истинности

$$X = A \cdot \bar{B} + \bar{A} \cdot B$$

	A	B	$A \cdot \bar{B}$	$\bar{A} \cdot B$	X
0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	1	1
2	1	0	1	0	1
3	1	1	0	0	0

Логические выражения могут быть:

- **вычислимыми** (зависят от исходных данных)
- **тождественно истинными** (всегда 1, **тавтология**)
- **тождественно ложными** (всегда 0, **противоречие**)

Таблицы истинности

$$X = (A + B) \cdot (\bar{A} + \bar{B})$$

равносильны

	A	B	A + B	$\bar{A} + \bar{B}$	X
0	0	0	0	1	0
1	0	1	1	1	1
2	1	0	1	1	1
3	1	1	1	0	0

$A \cdot B + \bar{A} \cdot \bar{B}$
0
1
1
0

Если два выражения принимают одинаковые значения при всех значениях переменных, они называются **равносильными** (определяют одну и ту же логическую функцию).

Неполные таблицы истинности

A	B	C	F
0	0	1	1
0	1	1	0
1	1	1	0

а) ~~$F = A + \bar{B} + \bar{C}$~~

б) ~~$F = A \cdot \bar{C} + B$~~

в) ~~$F = A \cdot B + C$~~

г) $F = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C$



Сколько строк в полной таблице?

$$2^3 = 8$$



Сколько подходящих функций?

$$2^5 = 32$$

один ноль в таблице

по 1-й строке

по 2-й строке

Сколько нулей и единиц?

в таблице истинности функции от 3-х переменных:

	нулей	единиц
$A + B + \bar{C}$	1	7
$A \cdot B \cdot \bar{C}$	7	1
$\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C$	7	1
$\bar{A} + \bar{B} + C$	1	7
$\bar{A} \cdot (\bar{B} + C)$	5	3

Неполные таблицы истинности

A	B	C	F
0		1	0
1	0		1
		1	1

один ноль,
две единицы

а) ~~$F = \bar{A} + B + \bar{C}$~~

по 1-й строке $1 + B + 0 \neq 0$

б) ~~$F = \bar{A} \cdot B \cdot C$~~

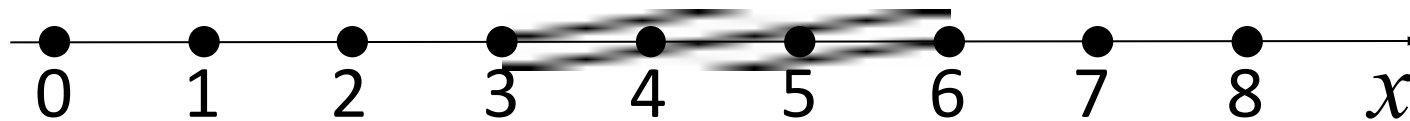
по 2-й строке $0 \cdot 0 \cdot C \neq 1$

в) $F = A + \bar{B} + \bar{C}$

г) ~~$F = A \cdot \bar{B} \cdot C$~~

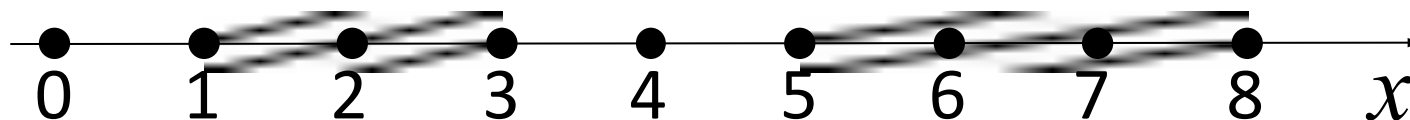
только 1 единица,
все строки разные!

Составление условий



$$(x \geq 3) \text{ и } (x \leq 6)$$

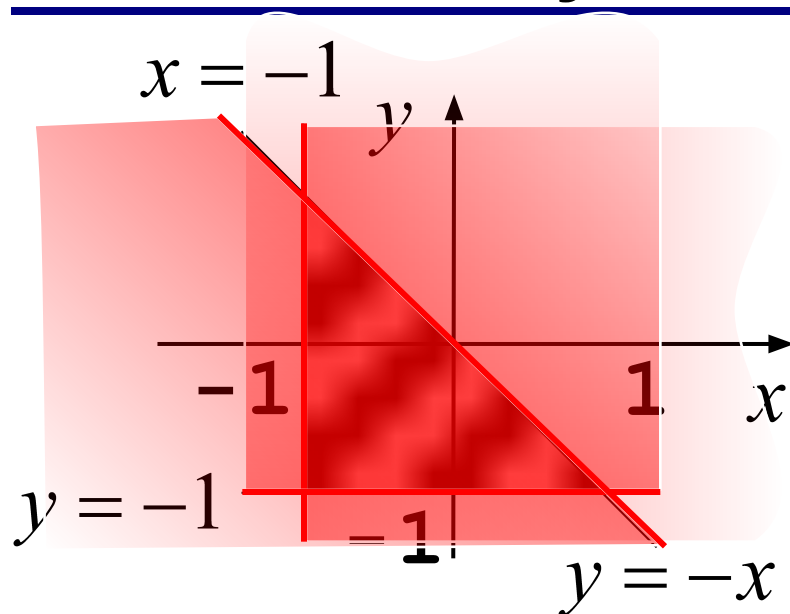
$$(3 \leq x) \text{ и } (x \leq 6)$$



$$(1 \leq x) \text{ и } (x \leq 3) \text{ или } (5 \leq x) \text{ и } (x \leq 8)$$



Составление условий



левая граница: $x \geq -1$

нижняя граница: $y \geq -1$

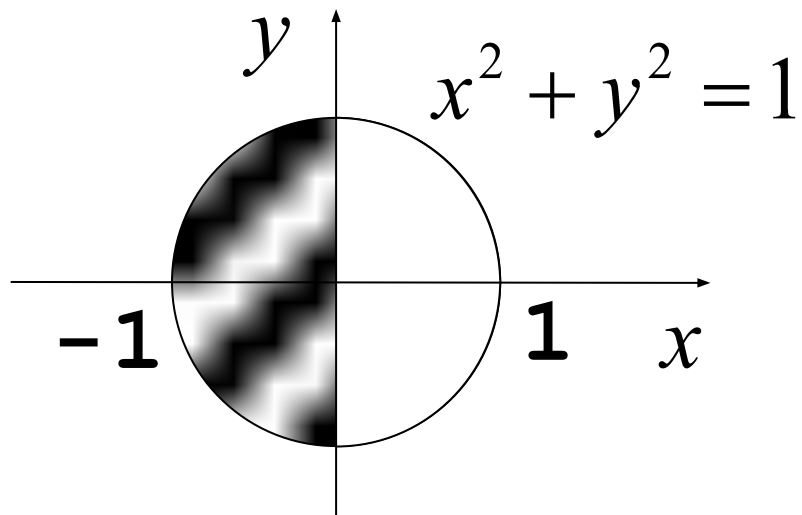
верхняя граница: $y \leq -x$



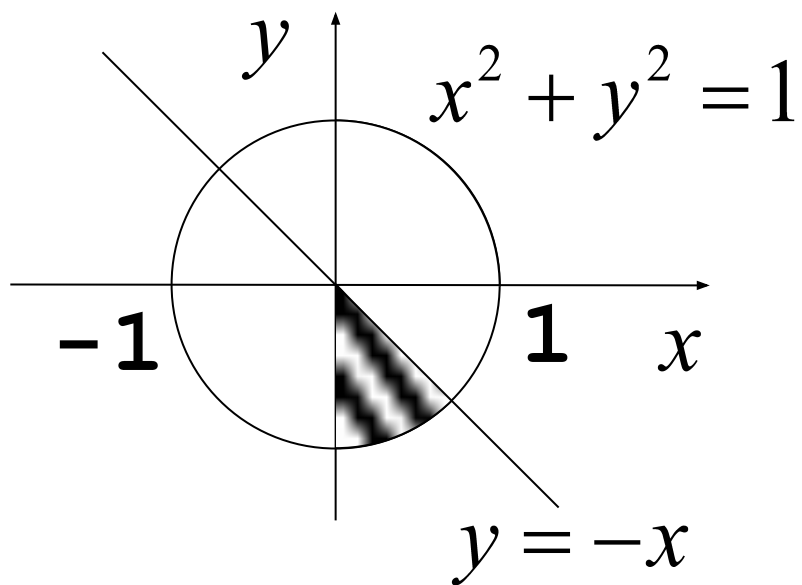
Всё одновременно!

$$(x \geq -1) \text{ и } (y \geq -1) \text{ и } (y \leq -x)$$

Составление условий

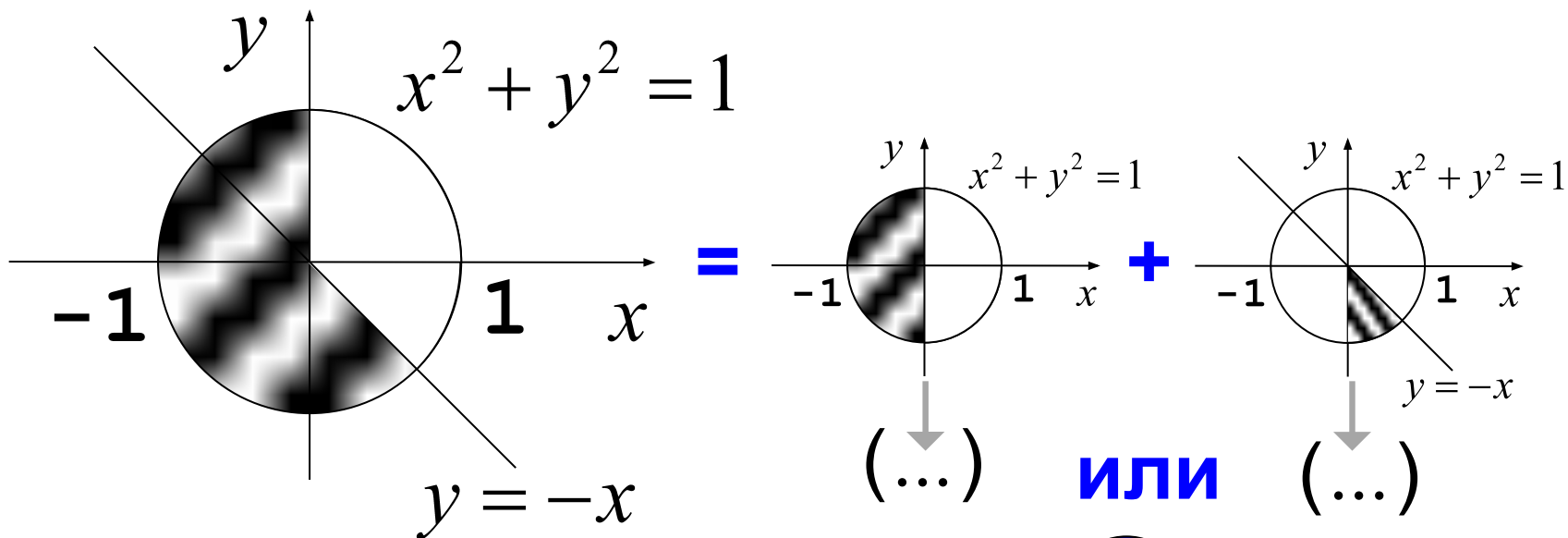


$$(x^2 + y^2 \leq 1) \text{ и } (x \leq 0)$$



$$(x \geq 0) \text{ и } (x^2 + y^2 \leq 1) \\ \text{и } (y \leq -x)$$

Составление условий



$((x^2 + y^2 \leq 1) \text{ и } (x \leq 0))$ **или**

? Как упростить?

$((x^2 + y^2 \leq 1) \text{ и } (x \geq 0) \text{ и } (y \leq -x))$

? А ещё?

$(x^2 + y^2 \leq 1) \text{ и } ((x \leq 0) \text{ или } ((x \geq 0) \text{ и } (y \leq -x)))$

$(x^2 + y^2 \leq 1) \text{ и } ((x \leq 0) \text{ или } (y \leq -x))$