

# Метрология

---

Выборочный контроль

# Теория вероятностей

Случайное событие может произойти, а может нет. Вероятность, что оно произойдёт, измеряют числом  $p$  от 0 до 1 (от 0% до 100%).

Несколько событий бывают:

1. несовместными – может произойти только одно событие из группы; если оно произошло, то другие события уже не произойдут. **Пример: автомобиль на перекрёстке может двигаться налево или направо.**

1а несовместными, образующими полную группу – обязательно произойдёт одно из этих событий. **Пример: автомобиль на перекрёстке может двигаться прямо, налево или направо.**

1б противоположными – два события, образующие полную группу. **Пример: студент либо пришёл на занятие, либо пропустил его.**

2. совместными – одно событие не зависит от другого. **Пример: событие 1 – сегодня четверг; событие 2 – сегодня идёт дождь.**

# Теория вероятностей

Вероятность одного события это отношение числа благоприятных исходов (при которых событие наступало) к общему числу опытов.

Пример: оценку «А» по метрологии в прошлые годы получили 5 студентов, а всего сдавали экзамен 40 студентов. Вероятность получить оценку «А»  $5/40=12,5\%$

Вероятности несовместных событий суммируются. Сумма вероятностей несовместных событий, образующих полную группу, равна 100%.

Пример 1: вероятность того, что студент получит на экзамене оценку «А» – 25%, оценку «В» – 20%. Вероятность того, что студент получит оценку выше «С»  $20\%+25\%=45\%$ .

Пример 2: вероятность того, что упомянутый выше студент получит «С» – 20%, «D» - 15%, «E» – 10%. Вероятность того, что студент не сдаст экзамен  $100\%-25\%-2*20\%-15\%-10\%=10\%$ .

Вероятность одновременного наступления совместных событий равна произведению их вероятностей.

Пример: преподаватель пообещал поставить студенту Иванову зачёт «автоматом» после дождика в четверг. Вероятность того, что по расписанию зачёт будет в четверг  $1/7=15\%$ ; вероятность дождя в июне 20%. Вероятность, что студент получит зачёт «автоматом»  $15\%*20\%=3\%$

# Теория вероятностей

Пусть в ящике много шаров двух цветов: 80% белых шаров и 20% черных. Из ящика случайным образом извлекают 3 шара. Какие возможны исходы данного опыта, с какой вероятностью они наступят?

**Исход 1:** 3 белых шара. Вероятность  $80\% * 80\% * 80\% = 51,2\%$

**Исход 2:** 2 белых шара и 1 чёрный. Тут сложнее:

Б+Б+Ч, вероятность  $80\% * 80\% * 20\% = 12,8\%$

Б+Ч+Б, вероятность  $80\% * 20\% * 80\% = 12,8\%$

Ч+Б+Б, вероятность  $20\% * 80\% * 80\% = 12,8\%$

Итого вероятность исхода 2:  $12,8\% + 12,8\% + 12,8\% = 38,4\%$ .

**Исход 4:** 3 черных шара. Вероятность  $20\% * 20\% * 20\% = 0,8\%$

**Исход 3:** 1 белый шар и 2 чёрных. Вероятность  $100\% - 51,2\% - 38,4\% - 0,8\% = 9,6\%$

# Формула Бернулли

● Если бы мы выбирали не 3 шара, а 10? Как посчитать вероятность того, что среди  $n$  выбранных шаров окажется ровно  $k$  белых? Для этого служит формула Бернулли:

$$p = \frac{n!}{k!(n-k)!} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

Считать по ней удобнее в Excel, там есть функция

$$\text{ЧИСЛКОМБ}(n; k) = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Пример:  $\text{ЧИСЛКОМБ}(3; 1) * 80\%^2 * (1-80\%)^1 = 38,4\%$

Задание: посчитать вероятности исходов 1-4 в Excel (% белых шаров задать в ячейке A1).

# Выборочный контроль

Модернизируем нашу задачу. Изготовитель поставляет потребителю партию деталей. Согласно контракту, 80% должны быть годными. Процедура приёмки определена в контракте следующим образом: проверяют 3 детали, потребитель принимает партию, если из проверенных не более одной детали окажется бракованными, и возвращает партию поставщику, если среди проверенных окажется две или более бракованных деталей.

Приемлемый уровень качества  $AQL = 20\%$  - доля бракованных деталей, которая устраивает потребителя.

Приёмочное число  $Ac = 1$  - число бракованных изделий среди проверенных, при котором партию принимают.

Браковочное число  $Re = 2$  - число бракованных изделий среди проверенных, при котором партию бракуют.

Объем выборки  $n = 3$  - число деталей, которые подвергают контролю.

Как видим, вероятность принять партию = вероятность **Исход1** + **Исход2**:  $51,2\% + 38,4\% = 89,6\%$

Вероятность отвергнуть партию = вероятность **Исход4** + **Исход3**:  $9,6\% + 0,8\% = 10,4\%$

# Выборочный контроль

Риск изготовителя: вероятность того, что партию деталей отвергнут по результатам контроля, хотя она полностью соответствует условиям контракта. В нашем случае, риск изготовителя = 10,4%.

Риск потребителя: вероятность принять партию деталей, качество которой хуже заявленного.

Например, если долю годных деталей понизить до 79%, то вероятность принять партию составит 88,6%; если понизить до 60% - 64,8%, понизить до 40% - 35,2%...

# ГОСТ Р ИСО 2859-1-2007



НАЦИОНАЛЬНЫЙ  
СТАНДАРТ  
РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ

ГОСТ Р ИСО  
2859-1—  
2007

---

Статистические методы

**ПРОЦЕДУРЫ ВЫБОРОЧНОГО КОНТРОЛЯ  
ПО АЛЬТЕРНАТИВНОМУ ПРИЗНАКУ**

Часть 1

Планы выборочного контроля  
последовательных партий  
на основе приемлемого уровня качества

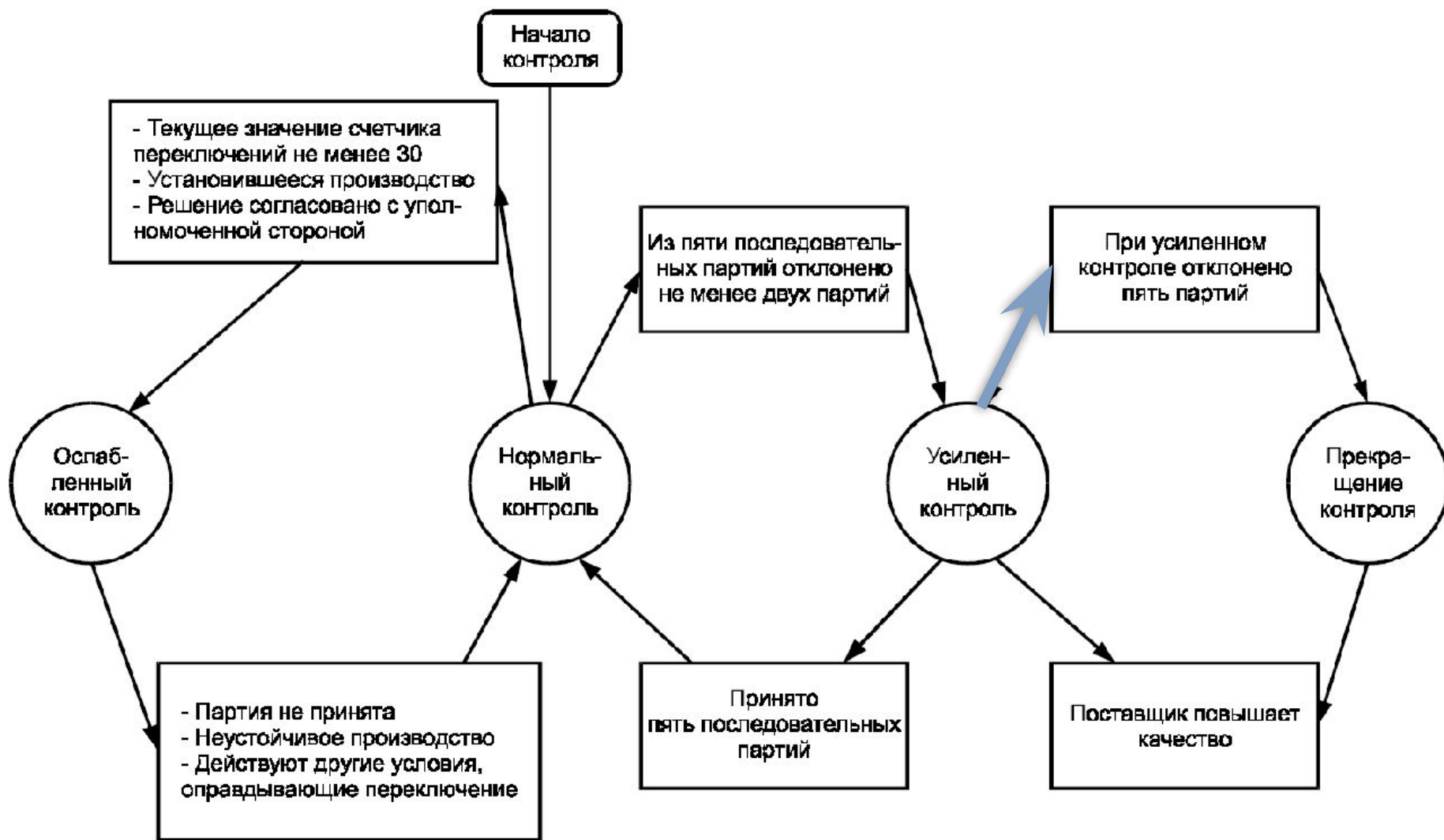


# ГОСТ Р ИСО 2859-1-2007

Одно- двух- многоступенчатый контроль: при больших партиях и малом AQL приходится контролировать выборки большого объёма. Стандарт предусматривает возможность принять решение об отбраковке партии до того, как проконтролирована вся выборка.

Планы нормального, усиленного и ослабленного контроля – стандарт предусматривает сокращение объёма контроля в случае предыдущих качественных поставок и наоборот, ужесточение контроля при нарушении требований к качеству.

# ГОСТ Р ИСО 2859-1-2007



# ГОСТ Р ИСО 2859-1-2007

Исходные данные для выбора: AQL, объем партии.

Пример: AQL=1,5%, объем партии 40 ед.

Т а б л и ц а 1 — Коды объема выборки (см. 10.1 и 10.2)

Объем партии					Специальный уровень контроля				Общий уровень контроля		
					S-1	S-2	S-3	S-4	I	II	III
От	2	до	8	включ.	A	A	A	A	A	A	B
»	9	»	15	»	A	A	A	A	A	B	C
»	16	»	25	»	A	A	B	B	B	C	D
»	26	»	50	»	A	B	B	C	C	C	E
»	51	»	90	»	B	B	C	C	C	E	F
»	91	»	150	»	B	B	C	D	D	F	G
»	151	»	280	»	B	C	D	E	E	G	H
»	281	»	500	»	B	C	D	E	F	H	J
»	501	»	1200	»	C	C	E	F	G	J	K
»	1201	»	3200	»	C	D	E	G	H	K	L
»	3201	»	10000	»	C	D	F	G	J	L	M
»	10001	»	35000	»	C	D	F	H	K	M	N
»	35001	»	150000	»	D	E	G	J	L	N	P
»	150001	»	500000	»	D	E	G	J	M	P	Q
От	500001	и выше			D	E	H	K	N	Q	R

# ГОСТ Р ИСО 2859-1-2007

Т а б л и ц а 2-А — Одноступенчатые планы при нормальном контроле (основная таблица)

Код объема выборки	Объем выборки	Приемлемый уровень качества AQL (процент несоответствующих единиц продукции)														
		нормальный контроль														
		0,010	0,015	0,025	0,040	0,065	0,10	0,15	0,25	0,40	0,65	1,0	1,5	2,5	4,0	6,5
Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	
A	2	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1
B	3	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑
C	5	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓
D	8	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↑	↓	1 2
E	13	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↑	↓	1 2	2 3
F	20	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	1 2	2 3	3 4

При одноступенчатом нормальном контроле нужно контролировать 8 деталей из партии. Если дефектных деталей не будет, партию принимают, если хотя бы одна деталь окажется дефектной – партию бракуют.

# ГОСТ Р ИСО 2859-1-2007

Т а б л и ц а 2-В — Одноступенчатые планы при усиленном контроле (основная табл.)

Код объема выборки	Объем выборки	Приемлемый уровень качества AQL (процент несоответствующих единиц усиленный)													
		0,010	0,015	0,025	0,040	0,065	0,10	0,15	0,25	0,40	0,65	1,0	1,5	2,5	
		Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	
A	2	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	
B	3	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	
C	5	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	
D	13	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	
E	20	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	
F	20	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	

При одноступенчатом усиленном контроле нужно контролировать 13 деталей из партии. Если дефектных деталей не будет, партию принимают, если хотя бы одна деталь окажется дефектной – партию бракуют.

# ГОСТ Р ИСО 2859-1-2007

Т а б л и ц а 2-С — Одноступенчатые планы при ослабленном контроле (основная таблица)

Код объема выборки	Объем выборки	Приемлемый уровень качества AQL (процент несоответствующих единиц продукции)													
		ослабленный													
		0,010	0,015	0,025	0,040	0,065	0,10	0,15	0,25	0,40	0,65	1,0	1,5	2,5	
Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re
A	2	0	2	0	2	0	2	0	2	0	2	0	2	0	2
B	2	0	2	0	2	0	2	0	2	0	2	0	2	0	2
C	2	0	2	0	2	0	2	0	2	0	2	0	2	0	2
D	3	0	3	0	3	0	3	0	3	0	3	0	3	0	3
E	5	0	5	0	5	0	5	0	5	0	5	0	5	0	5
F	8	0	8	0	8	0	8	0	8	0	8	0	8	0	8

При одноступенчатом ослабленном контроле нужно контролировать только 3 детали из партии. Если дефектных деталей не будет, партию принимают, если хотя бы одна деталь окажется дефектной – партию бракуют.

# ГОСТ Р ИСО 2859-1-2007

Т а б л и ц а 3-А — Двухступенчатые планы при нормальном контроле (основная та

Код объема выборки	Выборка	Объем выборки	Совокупный объем выборки	Приемлемый уровень качества AQL (процент несоответствующих норма											
				0,010	0,015	0,025	0,040	0,065	0,10	0,15	0,25	0,40	0,65	1,0	1,5
				Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re
A															
B	Первая	2	2												
	Вторая	2	4												
C	Первая	3	3												
	Вторая	3	6												
D	Первая														
	Вторая														

Аналогично пользуемся таблицами для двухступенчатого (таблицы 3) и многоступенчатого (таблицы 4) контроля. В нашем случае двухступенчатый и многоступенчатый контроль не применим (в ячейке «\*»). Если AQL был бы больше, для двухступенчатого нормального контроля мы брали бы две выборки по 5 деталей, всего 10 деталей. После контроля первой выборки, если число дефектных деталей меньше Re, проконтролировали бы вторую выборку и приняли решение о приёме всей партии.

Двухступенчатые / многоступенчатые планы снижают объем контроля.

# ГОСТ Р ИСО 2859-1-2007

Вернёмся к теории вероятности.

**Риск изготовителя.** Вероятность того, что отдельная деталь бракованная, составляет 1,5%. Вероятность выбрать 8 годных деталей  $(1-AQL)^8 = (98,5\%)^8 = 88,6\%$ , т.е. риск изготовителя 11,4%. Это число приведено в таблице 5-А. Вообще, планы контроля подобраны в стандарте так, чтобы при общем уровне контроля II риск изготовителя был чуть больше 10%. При усиленном контроле риск изготовителя больше, при ослабленном – меньше.

**Риск потребителя.** До какой степени можно увеличивать AQL, чтобы вероятность забраковать партию выросла до 90%?  $(1-AQL)^8 = 10\%$ , откуда  $(1-AQL) = 75\%$  или  $AQL = 25\%$ . Это число называется «качество риска потребителя» и приведено в таблице 6.



# ГОСТ Р ИСО 2859-1-2007

Исследуем, как изменяется вероятность принять партию ( $p_a$ ) с ростом AQL ( $p$ ).

B4		fx =ЧИСЛКОМБ(8;A4)*A\$1^A4*(1-A\$1)^(8-A4)					
	A	B	C	D	E	F	G
1	1,50%	AQL					
2				p	$p_a$	AOQ	100%
3	число несоответствий			0,00%	100%	0,00%	90%
4	0	88,61%		1,50%	88,60%	1,33%	80%
5	1	10,80%		3,00%	78,37%	2,35%	70%
6	2	0,58%		4,50%	69,19%	3,11%	60%
7	3	0,02%		6,00%	60,96%	3,66%	50%
8	4	0,00%		10,00%	43,05%	4,31%	40%
9	5	0,00%		15,00%	27,25%	4,09%	30%
10	6	0,00%		20,00%	16,78%	3,36%	20%
11	7	0,00%		25,00%	10,00%	2,50%	10%
12	8	0,00%		30,00%	5,76%	1,73%	
13				50,00%	0,39%	0,20%	

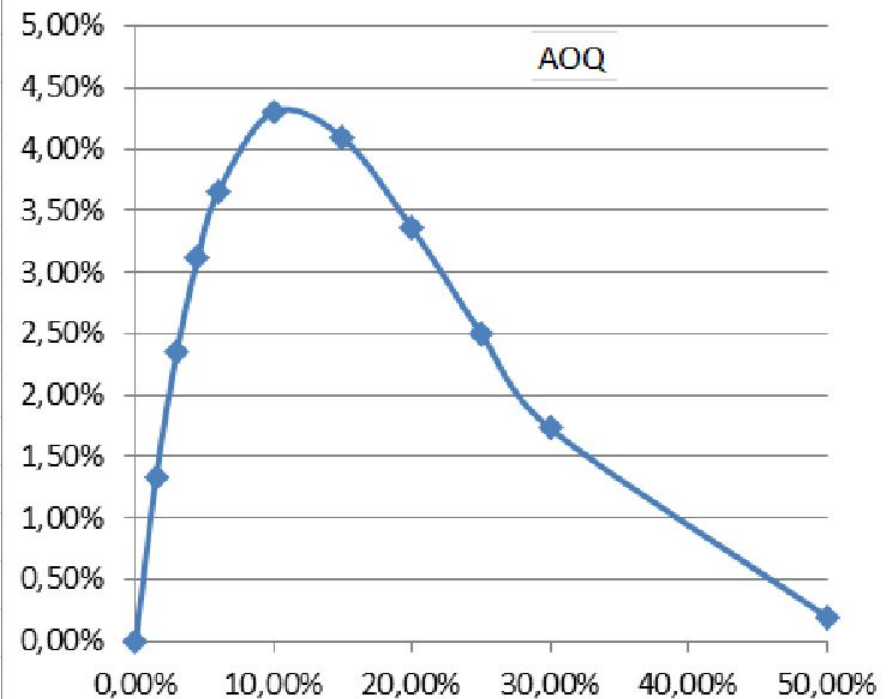
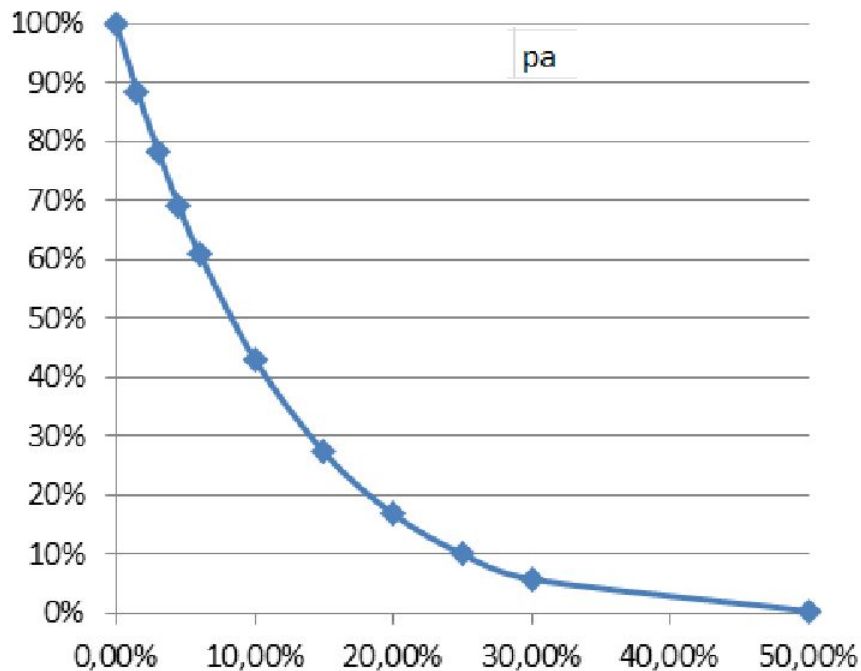
# ГОСТ Р ИСО 2859-1-2007

**Вероятность принять партию  $p_a$**  монотонно понижается с ростом доли дефектных изделий  $p$ .

**Среднее выходное качество  $AOQ = p^* p_a$**  – кривая всегда имеет максимум. Левее больше вероятность принять партию, но меньше % дефектных изделий в ней, правее – наоборот.

Кривая оперативных характеристик  $p_a(p)$  – таблица 10D.

Максимум на кривой  $AOQ$  – таблица 8-A.



# ГОСТ Р ИСО 2859-1-2007

## Многоступенчатый контроль.

Контролируем 32 детали. Если дефектных 0 – принимаем партию, если 4 и больше, бракуем партию, иначе переходим к следующей ступени.

Контролируем ещё 32 детали, складываем число дефектных деталей, выявленных на первой и второй ступенях контроля. Если дефектных 1 или меньше – принимаем партию, если 6 и больше, бракуем партию, иначе переходим к следующей ступени.

...

Продолжение таблицы 4-А

Код объема выборки	Выборка	Объем выборки	Совокупный объем выборки	1,5		2,5	
				Ac	Re	Ac	Re
Н	Первая	13	13	#	2	#	3
	Вторая	13	26	0	3	0	3
	Третья	13	39	0	3	1	4
	Четвертая	13	52	1	3	2	5
	Пятая	13	65	3	4	4	5
J	Первая	20	20	#	3	#	4
	Вторая	20	40	0	3	1	5
	Третья	20	60	1	4	2	6
	Четвертая	20	80	2	5	4	7
	Пятая	20	100	4	5	6	7
K	Первая	32	32	#	4	#	5
	Вторая	32	64	1	5	1	6
	Третья	32	96	2	6	2	7
	Четвертая	32	128	4	7	3	8
	Пятая	32	160	6	7	4	9
L	Первая	50	50	0	4	0	5
	Вторая	50	100	1	6	3	8
	Третья	50	150	3	8	6	10
	Четвертая	50	200	5	9	9	12
	Пятая	50	250	9	10	12	13

# ГОСТ Р ИСО 2859-1-2007

Общий объем проконтролированных деталей,  
AQL=2,5%.

Ступень 1. Контролируем 32 детали. Вероятность, что дефектных 0 – 44,48%, что 4 и больше – 0,8%. Таким образом, вероятность принять решение по партии после контроля 32 деталей – 45,28%.

Ступень 2. Вероятность дойти до этой ступени  $(1-45,28\%)=54,72\%$ . Контролируем всего 64 детали, вероятность того, что среди них будет 0 или 1 дефектная 52,25%, 6 и более дефектных – 0,53%. Вероятность принять решение по партии после контроля 64 деталей -  $54,72\% * (52,25\% + 0,53\%) = 28,9\%$ .

Ступень 3. Вероятность дойти до этой ступени  $(1-45,28\%-28,9\%)...$

Итого общий объем контроля:  $32 * 45,28\% + 64 * 28,9\% + ...$