

# Метрология

---

Выборочный контроль

# Теория вероятностей

Случайное событие может произойти, а может нет. Вероятность, что оно произойдёт, измеряют числом  $p$  от 0 до 1 (от 0% до 100%).

Несколько событий бывают:

1. несовместными – может произойти только одно событие из группы; если оно произошло, то другие события уже не произойдут. **Пример: автомобиль на перекрёстке может двигаться налево или направо.**

1а несовместными, образующими полную группу – обязательно произойдёт одно из этих событий. **Пример: автомобиль на перекрёстке может двигаться прямо, налево или направо.**

1б противоположными – два события, образующие полную группу. **Пример: студент либо пришёл на занятие, либо пропустил его.**

2. совместными – одно событие не зависит от другого. **Пример: событие 1 – сегодня четверг; событие 2 – сегодня идёт дождь.**

# Теория вероятностей

Вероятность одного события это отношение числа благоприятных исходов (при которых событие наступало) к общему числу опытов.

Пример: оценку «А» по метрологии в прошлые годы получили 5 студентов, а всего сдавали экзамен 40 студентов. Вероятность получить оценку «А»  $5/40=12,5\%$

Вероятности несовместных событий суммируются. Сумма вероятностей несовместных событий, образующих полную группу, равна 100%.

Пример 1: вероятность того, что студент получит на экзамене оценку «А» – 25%, оценку «В» – 20%. Вероятность того, что студент получит оценку выше «С»  $20\%+25\%=45\%$ .

Пример 2: вероятность того, что упомянутый выше студент получит «С» – 20%, «D» - 15%, «E» – 10%. Вероятность того, что студент не сдаст экзамен  $100\%-25\%-2*20\%-15\%-10\%=10\%$ .

Вероятность одновременного наступления совместных событий равна произведению их вероятностей.

Пример: преподаватель пообещал поставить студенту Иванову зачёт «автоматом» после дождика в четверг. Вероятность того, что по расписанию зачёт будет в четверг  $1/7=15\%$ ; вероятность дождя в июне 20%. Вероятность, что студент получит зачёт «автоматом»  $15\%*20\%=3\%$

# Теория вероятностей

Пусть в ящике много шаров двух цветов: 80% белых шаров и 20% черных. Из ящика случайным образом извлекают 3 шара. Какие возможны исходы данного опыта, с какой вероятностью они наступят?

**Исход 1:** 3 белых шара. Вероятность  $80\% * 80\% * 80\% = 51,2\%$

**Исход 2:** 2 белых шара и 1 чёрный. Тут сложнее:

Б+Б+Ч, вероятность  $80\% * 80\% * 20\% = 12,8\%$

Б+Ч+Б, вероятность  $80\% * 20\% * 80\% = 12,8\%$

Ч+Б+Б, вероятность  $20\% * 80\% * 80\% = 12,8\%$

Итого вероятность исхода 2:  $12,8\% + 12,8\% + 12,8\% = 38,4\%$ .

**Исход 4:** 3 черных шара. Вероятность  $20\% * 20\% * 20\% = 0,8\%$

**Исход 3:** 1 белый шар и 2 чёрных. Вероятность  $100\% - 51,2\% - 38,4\% - 0,8\% = 9,6\%$

# Формула Бернулли

● Если бы мы выбирали не 3 шара, а 10? Как посчитать вероятность того, что среди  $n$  выбранных шаров окажется ровно  $k$  белых? Для этого служит формула Бернулли:

$$p = \frac{n!}{k!(n-k)!} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

Считать по ней удобнее в Excel, там есть функция

$$\text{ЧИСЛКОМБ}(n; k) = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Пример:  $\text{ЧИСЛКОМБ}(3; 1) * 80\%^2 * (1-80\%)^1 = 38,4\%$

Задание: посчитать вероятности исходов 1-4 в Excel (% белых шаров задать в ячейке A1).

# Выборочный контроль

Модернизируем нашу задачу. Изготовитель поставляет потребителю партию деталей. Согласно контракту, 80% должны быть годными. Процедура приёмки определена в контракте следующим образом: проверяют 3 детали, потребитель принимает партию, если из проверенных не более одной детали окажется бракованными, и возвращает партию поставщику, если среди проверенных окажется две или более бракованных деталей.

Приемлемый уровень качества  $AQL = 20\%$  - доля бракованных деталей, которая устраивает потребителя.

Приёмочное число  $Ac = 1$  - число бракованных изделий среди проверенных, при котором партию принимают.

Браковочное число  $Re = 2$  - число бракованных изделий среди проверенных, при котором партию бракуют.

Объем выборки  $n = 3$  - число деталей, которые подвергают контролю.

Как видим, вероятность принять партию = вероятность **Исход1** + **Исход2**:  $51,2\% + 38,4\% = 89,6\%$

Вероятность отвергнуть партию = вероятность **Исход4** + **Исход3**:  $9,6\% + 0,8\% = 10,4\%$

# Выборочный контроль

Риск изготовителя: вероятность того, что партию деталей отвергнут по результатам контроля, хотя она полностью соответствует условиям контракта. В нашем случае, риск изготовителя = 10,4%.

Риск потребителя: вероятность принять партию деталей, качество которой хуже заявленного.

Например, если долю годных деталей понизить до 79%, то вероятность принять партию составит 88,6%; если понизить до 60% - 64,8%, понизить до 40% - 35,2%...



НАЦИОНАЛЬНЫЙ  
СТАНДАРТ  
РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ

ГОСТ Р ИСО  
2859-1—  
2007

---

Статистические методы

**ПРОЦЕДУРЫ ВЫБОРОЧНОГО КОНТРОЛЯ  
ПО АЛЬТЕРНАТИВНОМУ ПРИЗНАКУ**

Часть 1

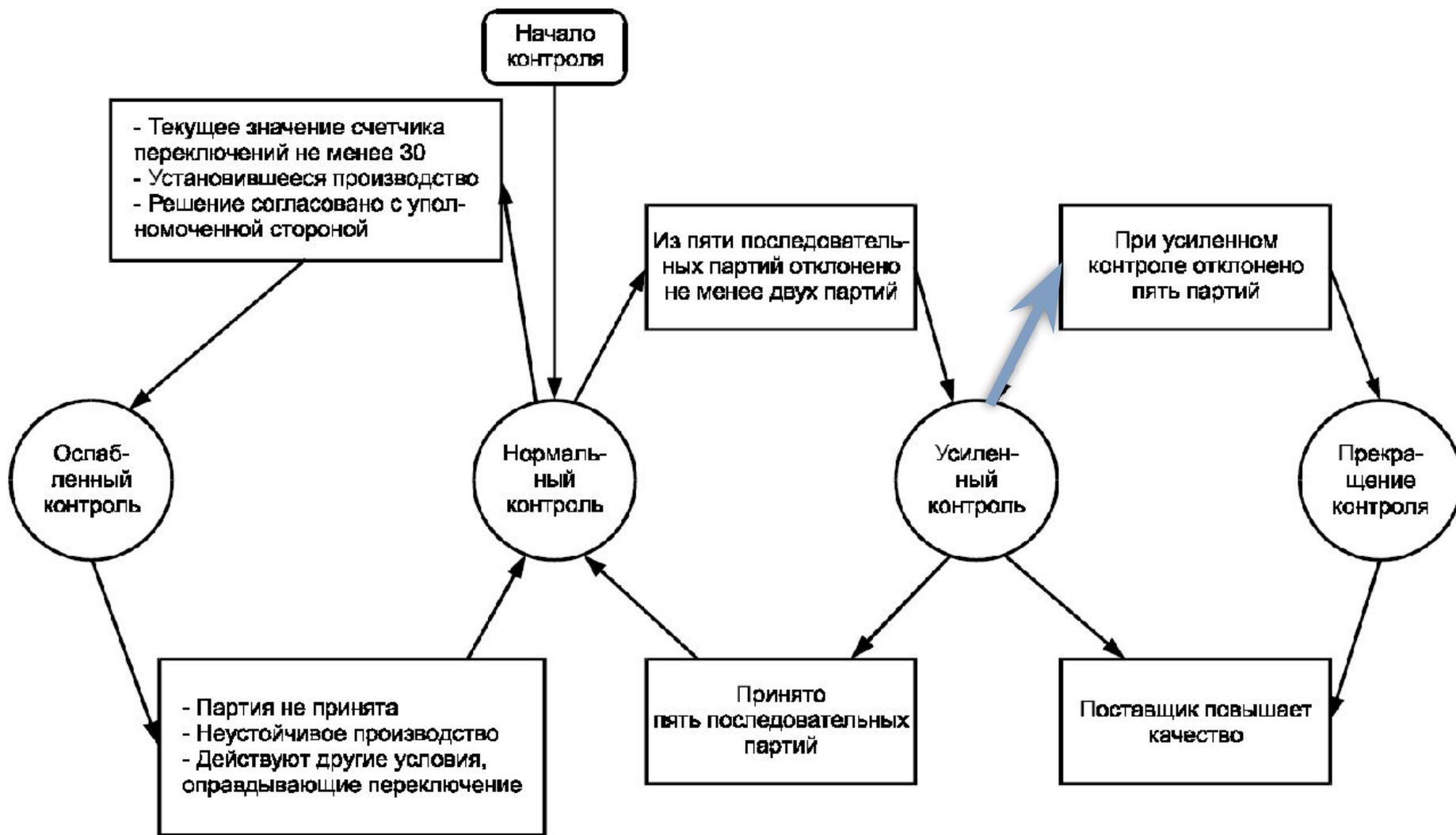
Планы выборочного контроля  
последовательных партий  
на основе приемлемого уровня качества

# ГОСТ Р ИСО 2859-1-2007

Одно- двух- многоступенчатый контроль: при больших партиях и малом AQL приходится контролировать выборки большого объёма. Стандарт предусматривает возможность принять решение об отбраковке партии до того, как проконтролирована вся выборка.

Планы нормального, усиленного и ослабленного контроля – стандарт предусматривает сокращение объёма контроля в случае предыдущих качественных поставок и наоборот, ужесточение контроля при нарушении требований к качеству.

# ГОСТ Р ИСО 2859-1-2007



# ГОСТ Р ИСО 2859-1-2007

Исходные данные для выбора: AQL, объем партии.

Пример: AQL=1,5%, объем партии 40 ед.

Т а б л и ц а 1 — Коды объема выборки (см. 10.1 и 10.2)

| Объем партии |        |        |        |        | Специальный уровень контроля |     |     |     | Общий уровень контроля |    |     |
|--------------|--------|--------|--------|--------|------------------------------|-----|-----|-----|------------------------|----|-----|
|              |        |        |        |        | S-1                          | S-2 | S-3 | S-4 | I                      | II | III |
| От           | 2      | до     | 8      | включ. | A                            | A   | A   | A   | A                      | A  | B   |
| »            | 9      | »      | 15     | »      | A                            | A   | A   | A   | A                      | B  | C   |
| »            | 16     | »      | 25     | »      | A                            | A   | B   | B   | B                      | C  | D   |
| »            | 26     | »      | 50     | »      | A                            | B   | B   | C   | C                      | C  | E   |
| »            | 51     | »      | 90     | »      | B                            | B   | C   | C   | C                      | E  | F   |
| »            | 91     | »      | 150    | »      | B                            | B   | C   | D   | D                      | F  | G   |
| »            | 151    | »      | 280    | »      | B                            | C   | D   | E   | E                      | G  | H   |
| »            | 281    | »      | 500    | »      | B                            | C   | D   | E   | F                      | H  | J   |
| »            | 501    | »      | 1200   | »      | C                            | C   | E   | F   | G                      | J  | K   |
| »            | 1201   | »      | 3200   | »      | C                            | D   | E   | G   | H                      | K  | L   |
| »            | 3201   | »      | 10000  | »      | C                            | D   | F   | G   | J                      | L  | M   |
| »            | 10001  | »      | 35000  | »      | C                            | D   | F   | H   | K                      | M  | N   |
| »            | 35001  | »      | 150000 | »      | D                            | E   | G   | J   | L                      | N  | P   |
| »            | 150001 | »      | 500000 | »      | D                            | E   | G   | J   | M                      | P  | Q   |
| От           | 500001 | и выше |        |        | D                            | E   | H   | K   | N                      | Q  | R   |

# ГОСТ Р ИСО 2859-1-2007

Т а б л и ц а 2-A — Одноступенчатые планы при нормальном контроле (основная таблица)

| Код объема выборки | Объем выборки | Приемлемый уровень качества AQL (процент несоответствующих единиц продукции) |       |       |       |       |      |      |      |      |      |     |     |     |     |     |
|--------------------|---------------|--|-------|-------|-------|-------|------|------|------|------|------|-----|-----|-----|-----|-----|
|                    |               | нормальный контроль  |       |       |       |       |      |      |      |      |      |     |     |     |     |     |
|                    |               | 0,010  | 0,015 | 0,025 | 0,040 | 0,065 | 0,10 | 0,15 | 0,25 | 0,40 | 0,65 | 1,0 | 1,5 | 2,5 | 4,0 | 6,5 |
| Ac                 | Re            | Ac   | Re    | Ac    | Re    | Ac    | Re   | Ac   | Re   | Ac   | Re   | Ac  | Re  | Ac  | Re  |     |
| A                  | 2             | ↓  | ↓     | ↓     | ↓     | ↓     | ↓    | ↓    | ↓    | ↓    | ↓    | ↓   | ↓   | ↓   | ↓   | 0 1 |
| B                  | 3             | ↓  | ↓     | ↓     | ↓     | ↓     | ↓    | ↓    | ↓    | ↓    | ↓    | ↓   | ↓   | ↓   | 0 1 | ↑   |
| C                  | 5             | ↓  | ↓     | ↓     | ↓     | ↓     | ↓    | ↓    | ↓    | ↓    | ↓    | ↓   | ↓   | 0 1 | ↑   | ↓   |
| D                  | 8             | ↓  | ↓     | ↓     | ↓     | ↓     | ↓    | ↓    | ↓    | ↓    | ↓    | ↓   | ↓   | ↑   | ↓   | 1 2 |
| E                  | 13            | ↓  | ↓     | ↓     | ↓     | ↓     | ↓    | ↓    | ↓    | ↓    | ↓    | ↓   | ↑   | ↓   | 1 2 | 2 3 |
| F                  | 20            | ↓  | ↓     | ↓     | ↓     | ↓     | ↓    | ↓    | ↓    | ↓    | ↓    | ↓   | ↑   | ↓   | 2 3 | 3 4 |

При одноступенчатом нормальном контроле нужно контролировать 8 деталей из партии. Если дефектных деталей не будет, партию принимают, если хотя бы одна деталь окажется дефектной – партию бракуют.

# ГОСТ Р ИСО 2859-1-2007

Т а б л и ц а 2-В — Одноступенчатые планы при усиленном контроле (основная табл.)

| Код объема выборки | Объем выборки | Приемлемый уровень качества AQL (процент несоответствующих единиц усиленный) |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |  |
|--------------------|---------------|--|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--|
|                    |               | 0,010  | 0,015 | 0,025 | 0,040 | 0,065 | 0,10  | 0,15  | 0,25  | 0,40  | 0,65  | 1,0   | 1,5   | 2,5   |  |
|                    |               | Ac Re  | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re |  |
| A                  | 2             | ↓  | ↓     | ↓     | ↓     | ↓     | ↓     | ↓     | ↓     | ↓     | ↓     | ↓     | ↓     | ↓     |  |
| B                  | 3             | ↓  | ↓     | ↓     | ↓     | ↓     | ↓     | ↓     | ↓     | ↓     | ↓     | ↓     | ↓     | ↓     |  |
| C                  | 5             | ↓  | ↓     | ↓     | ↓     | ↓     | ↓     | ↓     | ↓     | ↓     | ↓     | ↓     | ↓     | ↓     |  |
| D                  | 8             | ↓  | ↓     | ↓     | ↓     | ↓     | ↓     | ↓     | ↓     | ↓     | ↓     | ↓     | ↓     | 0 1   |  |
| E                  | 13            | ↓  | ↓     | ↓     | ↓     | ↓     | ↓     | ↓     | ↓     | ↓     | ↓     | ↓     | ↓     | ↓     |  |
| F                  | 20            | ↓  | ↓     | ↓     | ↓     | ↓     | ↓     | ↓     | ↓     | ↓     | ↓     | ↓     | ↓     | ↓     |  |

При одноступенчатом усиленном контроле нужно контролировать 13 деталей из партии. Если дефектных деталей не будет, партию принимают, если хотя бы одна деталь окажется дефектной – партию бракуют.

# ГОСТ Р ИСО 2859-1-2007

Т а б л и ц а 2-С — Одноступенчатые планы при ослабленном контроле (основная таблица)

| Код объема выборки | Объем выборки | Приемлемый уровень качества AQL (процент несоответствующих единиц) |       |       |       |       |      |      |      |      |      |     |     |     |    |
|--------------------|---------------|--|-------|-------|-------|-------|------|------|------|------|------|-----|-----|-----|----|
|                    |               | ослабленный  |       |       |       |       |      |      |      |      |      |     |     |     |    |
|                    |               | 0,010  | 0,015 | 0,025 | 0,040 | 0,065 | 0,10 | 0,15 | 0,25 | 0,40 | 0,65 | 1,0 | 1,5 | 2,5 |    |
| Ac                 | Re            | Ac   | Re    | Ac    | Re    | Ac    | Re   | Ac   | Re   | Ac   | Re   | Ac  | Re  | Ac  | Re |
| A                  | 2             | 0  | 1     | 0     | 1     | 0     | 1    | 0    | 1    | 0    | 1    | 0   | 1   | 0   | 1  |
| B                  | 2             | 0  | 1     | 0     | 1     | 0     | 1    | 0    | 1    | 0    | 1    | 0   | 1   | 0   | 1  |
| C                  | 2             | 0  | 1     | 0     | 1     | 0     | 1    | 0    | 1    | 0    | 1    | 0   | 1   | 0   | 1  |
| D                  | 3             | 0  | 1     | 0     | 1     | 0     | 1    | 0    | 1    | 0    | 1    | 0   | 1   | 0   | 1  |
| E                  | 5             | 0  | 1     | 0     | 1     | 0     | 1    | 0    | 1    | 0    | 1    | 0   | 1   | 0   | 1  |
| F                  | 8             | 0  | 1     | 0     | 1     | 0     | 1    | 0    | 1    | 0    | 1    | 0   | 1   | 0   | 1  |

При одноступенчатом ослабленном контроле нужно контролировать только 3 детали из партии. Если дефектных деталей не будет, партию принимают, если хотя бы одна деталь окажется дефектной – партию бракуют.

# ГОСТ Р ИСО 2859-1-2007

Т а б л и ц а 3-А — Двухступенчатые планы при нормальном контроле (основная та

| Код объема выборки | Выборка | Объем выборки | Совокупный объем выборки | Приемлемый уровень качества AQL (процент несоответствующих норма |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|--------------------|---------|---------------|--------------------------|--|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|                    |         |               |                          | 0,010  | 0,015 | 0,025 | 0,040 | 0,065 | 0,10  | 0,15  | 0,25  | 0,40  | 0,65  | 1,0   | 1,5   |
|                    |         |               |                          | Ac Re  | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re |
| A                  |         |               |                          |  |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
| B                  | Первая  | 2             | 2                        |  |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|                    | Вторая  | 2             | 4                        |  |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
| C                  | Первая  | 3             | 3                        |  |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|                    | Вторая  | 3             | 6                        |  |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
| D                  | Первая  |               |                          |  |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|                    | Вторая  |               |                          |  |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |

Аналогично пользуемся таблицами для двухступенчатого (таблицы 3) и многоступенчатого (таблицы 4) контроля. В нашем случае двухступенчатый и многоступенчатый контроль не применим (в ячейке «\*»). Если AQL был бы больше, для двухступенчатого нормального контроля мы брали бы две выборки по 5 деталей, всего 10 деталей. После контроля первой выборки, если число дефектных деталей меньше Re, проконтролировали бы вторую выборку и приняли решение о приёме всей партии.

Двухступенчатые / многоступенчатые планы снижают объем контроля.

# ГОСТ Р ИСО 2859-1-2007

Вернёмся к теории вероятности.

**Риск изготовителя.** Вероятность того, что отдельная деталь бракованная, составляет 1,5%. Вероятность выбрать 8 годных деталей  $(1-AQL)^8 = (98,5\%)^8 = 88,6\%$ , т.е. риск изготовителя 11,4%. Это число приведено в таблице 5-А. Вообще, планы контроля подобраны в стандарте так, чтобы при общем уровне контроля II риск изготовителя был чуть больше 10%. При усиленном контроле риск изготовителя больше, при ослабленном – меньше.

**Риск потребителя.** До какой степени можно увеличивать AQL, чтобы вероятность забраковать партию выросла до 90%?  $(1-AQL)^8 = 10\%$ , откуда  $(1-AQL) = 75\%$  или  $AQL = 25\%$ . Это число называется «качество риска потребителя» и приведено в таблице 6.

# ГОСТ Р ИСО 2859-1-2007

Исследуем, как изменяется вероятность принять партию ( $p_a$ ) с ростом AQL ( $p$ ).

| B4 |                      | fx =ЧИСЛКОМБ(8;A4)*A\$1^A4*(1-A\$1)^(8-A4) |   |        |        |       |      |
|----|----------------------|--|---|--------|--------|-------|------|
|    | A                    | B  | C | D      | E      | F     | G    |
| 1  | 1,50%                | AQL  |   |        |        |       |      |
| 2  |                      |  |   | p      | $p_a$  | AOQ   | 100% |
| 3  | число несоответствий |  |   | 0,00%  | 100%   | 0,00% | 90%  |
| 4  | 0                    | 88,61%                                     |   | 1,50%  | 88,60% | 1,33% | 80%  |
| 5  | 1                    | 10,80%                                     |   | 3,00%  | 78,37% | 2,35% | 70%  |
| 6  | 2                    | 0,58%                                      |   | 4,50%  | 69,19% | 3,11% | 60%  |
| 7  | 3                    | 0,02%                                      |   | 6,00%  | 60,96% | 3,66% | 50%  |
| 8  | 4                    | 0,00%                                      |   | 10,00% | 43,05% | 4,31% | 40%  |
| 9  | 5                    | 0,00%                                      |   | 15,00% | 27,25% | 4,09% | 30%  |
| 10 | 6                    | 0,00%                                      |   | 20,00% | 16,78% | 3,36% | 20%  |
| 11 | 7                    | 0,00%                                      |   | 25,00% | 10,00% | 2,50% | 10%  |
| 12 | 8                    | 0,00%                                      |   | 30,00% | 5,76%  | 1,73% |      |
| 13 |                      |  |   | 50,00% | 0,39%  | 0,20% |      |

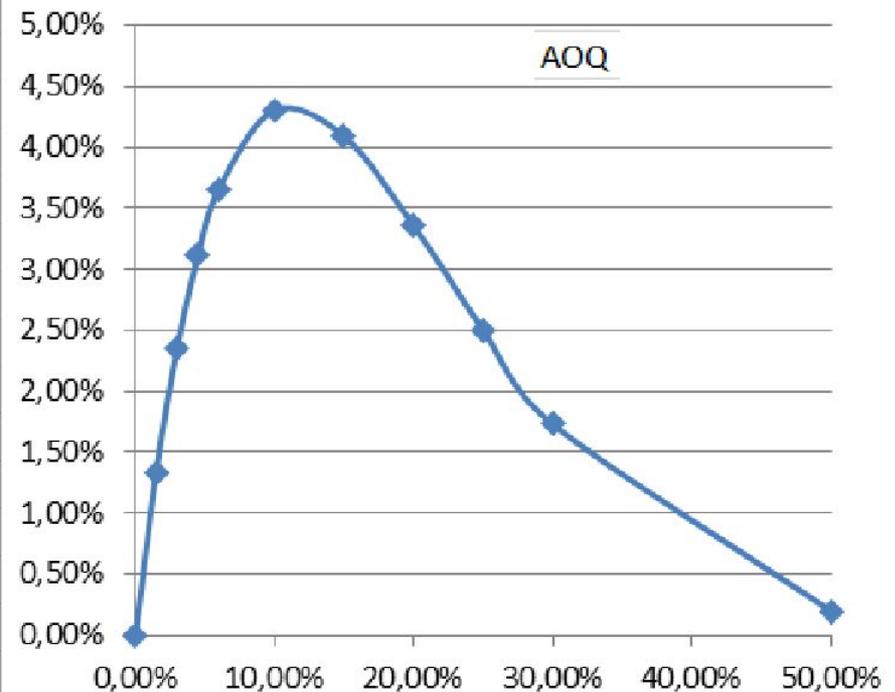
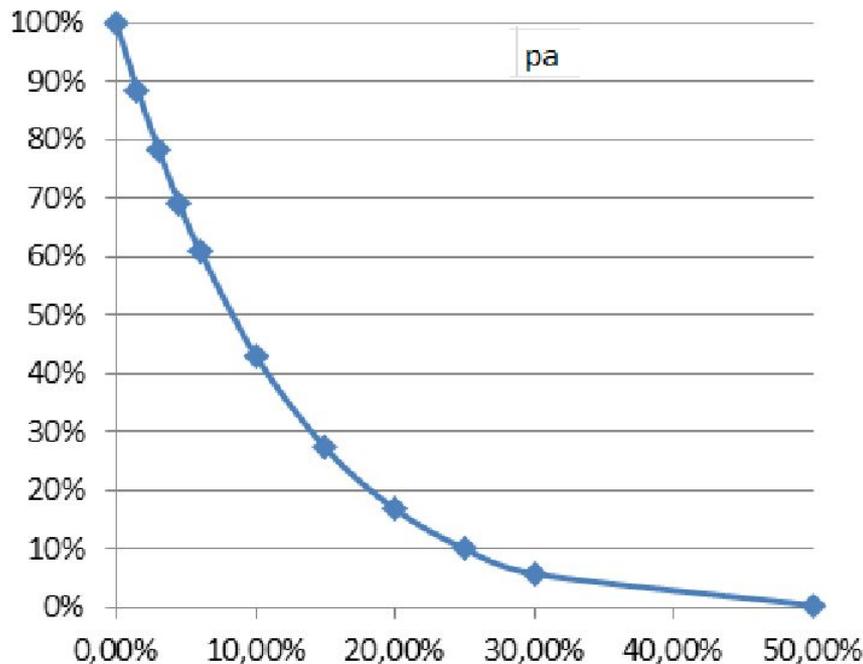
# ГОСТ Р ИСО 2859-1-2007

**Вероятность принять партию  $p_a$**  монотонно понижается с ростом доли дефектных изделий  $p$ .

**Среднее выходное качество  $AOQ = p^* p_a$**  – кривая всегда имеет максимум. Левее больше вероятность принять партию, но меньше % дефектных изделий в ней, правее – наоборот.

Кривая оперативных характеристик  $p_a(p)$  – таблица 10D.

Максимум на кривой  $AOQ$  – таблица 8-A.



# ГОСТ Р ИСО 2859-1-2007

## Многоступенчатый контроль.

Контролируем 32 детали. Если дефектных 0 – принимаем партию, если 4 и больше, бракуем партию, иначе переходим к следующей ступени.

Контролируем ещё 32 детали, складываем число дефектных деталей, выявленных на первой и второй ступенях контроля. Если дефектных 1 или меньше – принимаем партию, если 6 и больше, бракуем партию, иначе переходим к следующей ступени.

...

Продолжение таблицы 4-А

| Код объема выборки | Выборка   | Объем выборки | Совокупный объем выборки | 1,5 |    | 2,5 |    |
|--------------------|-----------|---------------|--------------------------|-----|----|-----|----|
|                    |           |               |                          | Ac  | Re | Ac  | Re |
| Н                  | Первая    | 13            | 13                       | #   | 2  | #   | 3  |
|                    | Вторая    | 13            | 26                       | 0   | 3  | 0   | 3  |
|                    | Третья    | 13            | 39                       | 0   | 3  | 1   | 4  |
|                    | Четвертая | 13            | 52                       | 1   | 3  | 2   | 5  |
|                    | Пятая     | 13            | 65                       | 3   | 4  | 4   | 5  |
| J                  | Первая    | 20            | 20                       | #   | 3  | #   | 4  |
|                    | Вторая    | 20            | 40                       | 0   | 3  | 1   | 5  |
|                    | Третья    | 20            | 60                       | 1   | 4  | 2   | 6  |
|                    | Четвертая | 20            | 80                       | 2   | 5  | 4   | 7  |
|                    | Пятая     | 20            | 100                      | 4   | 5  | 6   | 7  |
| K                  | Первая    | 32            | 32                       | #   | 4  |     |    |
|                    | Вторая    | 32            | 64                       | 1   | 5  |     |    |
|                    | Третья    | 32            | 96                       | 2   | 6  |     |    |
|                    | Четвертая | 32            | 128                      | 4   | 7  |     |    |
|                    | Пятая     | 32            | 160                      | 6   | 7  |     |    |
| L                  | Первая    | 50            | 50                       | 0   | 4  | 0   | 5  |
|                    | Вторая    | 50            | 100                      | 1   | 6  | 3   | 8  |
|                    | Третья    | 50            | 150                      | 3   | 8  | 6   | 10 |
|                    | Четвертая | 50            | 200                      | 5   | 9  | 9   | 12 |
|                    | Пятая     | 50            | 250                      | 9   | 10 | 12  | 13 |

# ГОСТ Р ИСО 2859-1-2007

Общий объем проконтролированных деталей,  
AQL=2,5%.

Ступень 1. Контролируем 32 детали. Вероятность, что дефектных 0 – 44,48%, что 4 и больше – 0,8%. Таким образом, вероятность принять решение по партии после контроля 32 деталей – 45,28%.

Ступень 2. Вероятность дойти до этой ступени  $(1-45,28\%)=54,72\%$ . Контролируем всего 64 детали, вероятность того, что среди них будет 0 или 1 дефектная 52,25%, 6 и более дефектных – 0,53%. Вероятность принять решение по партии после контроля 64 деталей -  $54,72\% * (52,25\% + 0,53\%) = 28,9\%$ .

Ступень 3. Вероятность дойти до этой ступени  $(1-45,28\%-28,9\%)...$

Итого общий объем контроля:  $32 * 45,28\% + 64 * 28,9\% + ...$