ЛОГАРИФМЫ

НИКОЛАЙ БАГИН ГР.40

ЧТО ТАКОЕ ЛОГАРИФМ

Логари́фм числа b по основанию a (от др.-греч. λόγος, «отношение» + ἀριθμός «число») определяется как показатель степени, в которую надо возвести основание a , чтобы получить число b Обозначение: $\log_a b$, произносится: «логарифм a по основанию b.

ИСТОРИЯ ЛОГАРИФМОВ

История логарифмов как алгебраического понятия прослеживается с античных времён. Идейным источником и стимулом применения логарифмов послужил тот факт (известный ещё Архимеду), что при перемножении степеней с одинаковым основанием их показатели складываются.

В 1614 году шотландский математик-любитель Джон Непер опубликовал на латинском языке сочинение под названием «*Описание удивительной таблицы логарифмов*» (лат. *Mirifici Logarithmorum Canonis Descriptio*).

В нём было краткое описание логарифмов и их свойств, а также 8-значные таблицы логарифмов синусов, косинусов и тангенсов, с шагом 1'. Термин *логарифм*, предложенный Непером, утвердился в науке. Теорию логарифмов Непер изложил в другой своей книге «*Построение удивительной таблицы логарифмов*» (лат. *Mirifici Logarithmorum Canonis Constructio*), изданной посмертно в 1619 году его сыном Робертом.

ВИДЫ ЛОГАРИФМОВ

Вещественный логарифм.

Логарифм вещественного числа $x=\log_a b$ по определению есть решение уравнения $a^x=b$. Случай a=1 интереса не представляет, поскольку тогда при b   1 это уравнение не имеет решения, а при любое число является решением; в обоих случаях логарифм не определён. Аналогично заключаем, что логарифм не существует при нулевом или отрицательном a; кроме того, значение показательной функции a^x всегда положительно, поэтому следует исключить также случай отрицательного b.

$$a > 0, a \neq 1, b > 0$$

Наиболее широкое применение нашли следующие виды логарифмов:

Натуральные: $\log_e b$ или $\ln b$, основание: число Эйлера;

Десятичные: $\log_{10} b$ или $\lg b$, основание: число 10;

Двоичные: $\log_2 b$ или $\mathrm{lb}\, b$, основание: 2. Они применяются, например, в теории информации, информатике, во многих разделах дискретной математики.

ОСНОВНОЕ ЛОГАРИФМИЧЕСКОЕ ТОЖДЕСТВО

Из определения логарифма следует основное логарифмическое тождество.

$$a^{\log_a b} = b$$

Следствие: из равенства двух вещественных логарифмов следует равенство логарифмируемых выражений. В самом деле, если

$\log_a b = \log_a c$,то $a^{\log_a b} = a^{\log_a c}$

откуда, согласно основному тождеству:

$$b = c$$

ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ ФУНКЦИЯ

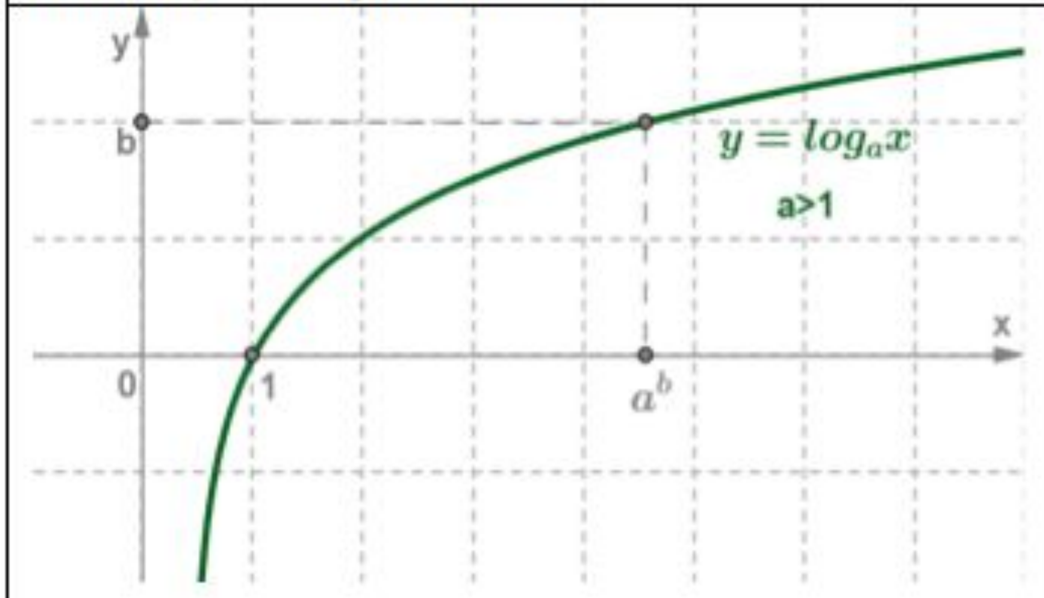
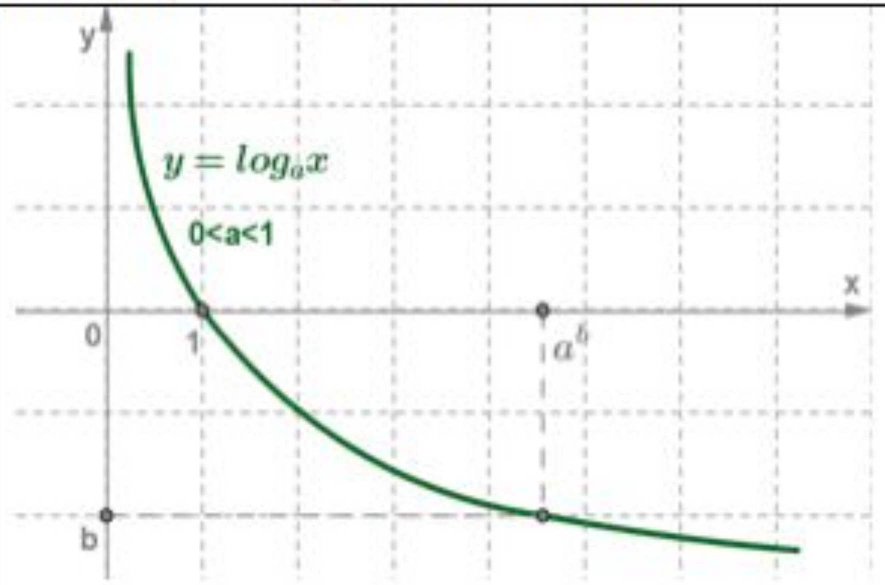
$a^{\log_a x} = x$, где $a > 0$, $a \neq 1$.

Основные свойства логарифмов можно перечислить несколькими пунктами:

1. Если $a > 1$, то для $x > 1$ $\log_a x > 0$ и для $0 < x < 1$ $\log_a x < 0$.
2. Если $0 < a < 1$, то для $x > 1$ $\log_a x < 0$ и для $0 < x < 1$ $\log_a x > 0$
3. Если $a > 0$ и $a \neq 1$, то $\log_a 1 = 0$
4. Если $a > 0$ и $a \neq 1$, то $\log_a a = 1$
5. Если $x_1 = x_2$, то $\log_a x_1 = \log_a x_2$, где $a > 0$ и $a \neq 1$

ФУНКЦИЯ ЛОГАРИФМА И ЕЁ СВОЙСТВА

Логарифмическая функция имеет вид: $y = \log_a x$, где $a > 0$ и $a \neq 1$.

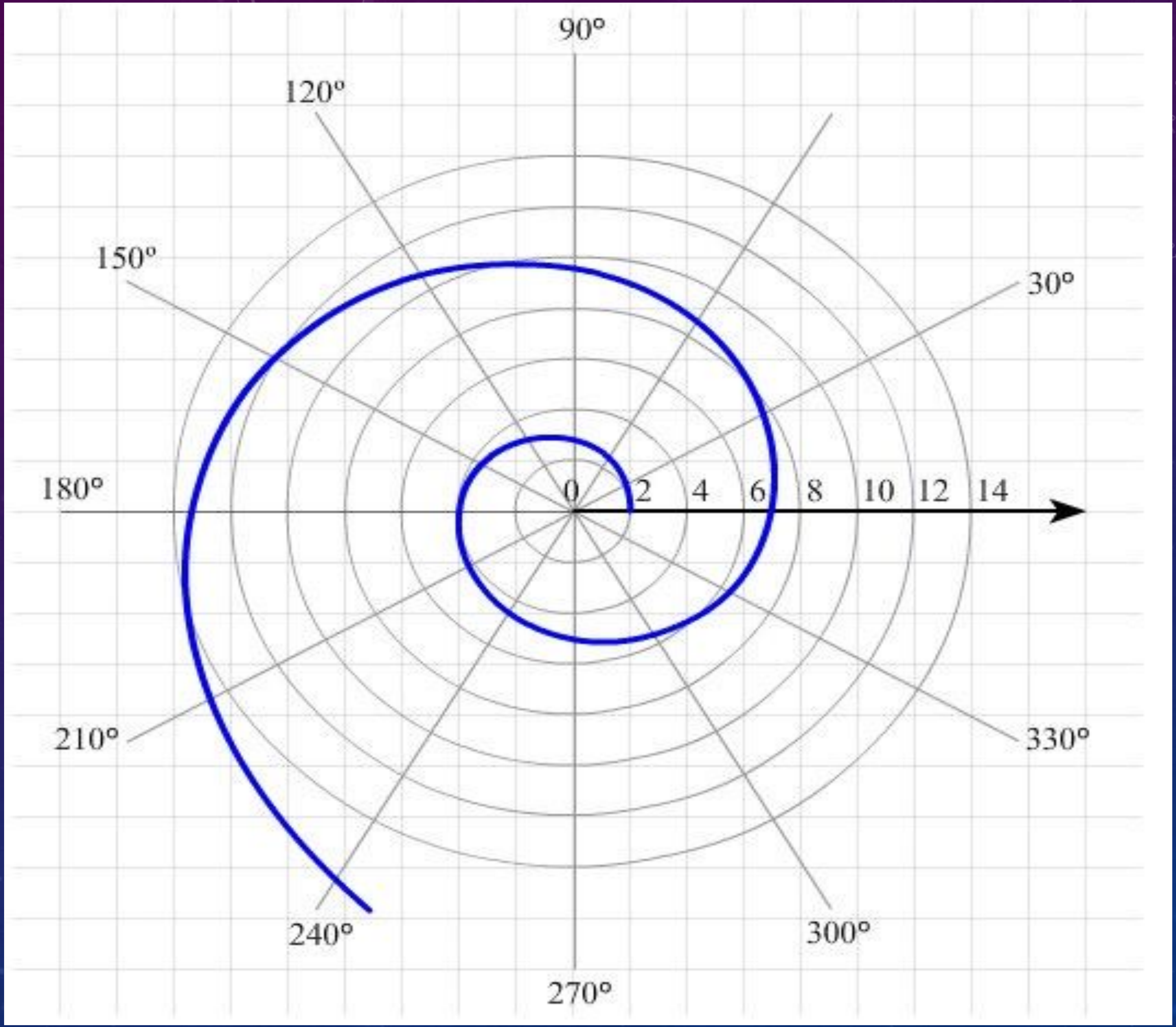
График $y = \log_a x$, при $a > 1$	График $y = \log_a x$, при $0 < a < 1$
	

СВОЙСТВА

- область определения f(x) – множество всех положительных чисел, т.е. x может принимать любое значение из интервала (0; + ∞);
- ОДЗ функции – множество всех действительных чисел, т.е. y может быть равен любому числу из промежутка (— ∞; +∞);
- если основание логарифма a › 1, то f(x) возрастает на всей области определения;
- если основание логарифма 0 ‹ a ‹ 1, то F – убывающая;
- логарифмическая функция не является ни четной, ни нечетной;
- кривая графика всегда проходит через точку с координатами (1;0).

ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ СПИРАЛЬ

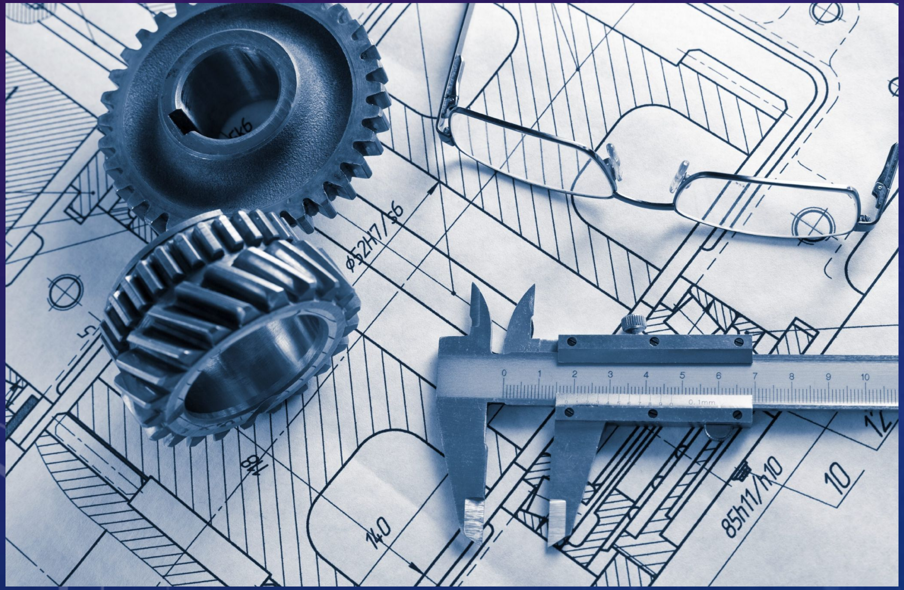
Логарифмическая спираль представляет собой кривую, которую описывает точка, движущаяся вдоль луча, равномерно вращающегося вокруг своего начала таким образом, что логарифм расстояния от точки до начала луча возрастает прямо пропорционально углу поворота луча. Обычно уравнение логарифмической спирали записывают, пользуясь в качестве основания системы логарифмов неперовым числом е. Такой логарифм числа r называют натуральным логарифмом и обозначают lnr. Итак, уравнение логарифмической спирали записывается в виде $\ln r = k\alpha$, где r — расстояние от точки до начала луча, α — угол поворота луча, k — коэффициент пропорциональности.


90°
120°
150°
30°
180°
0
2
4
6
8
10
12
14
210°
330°
240°
300°
270°

Поразительно, что в природе логарифмические спирали встречаются на каждом шагу. По логарифмической спирали растут раковины разнообразных моллюсков, рога у многих животных. Во внутреннем ухе человека есть орган, называемый улитка, который исполняет функцию передачи звуковой вибрации. Эта костевидная структура наполнена жидкостью и также сотворена в форме логарифмической спирали. По спирали располагаются семена подсолнечника. По логарифмической спирали закручены и многие галактики, например галактика, которой принадлежит Солнечная система. И это далеко не все примеры.

ЛОГАРИФМЫ В ПРОФЕССИИ "Т.О. И ОБСЛУЖИВАНИЕ АВТОМОБИЛЬНОГО ТРАНСПОРТА"

В наше время нельзя представить экономику, Математику, Машиностроение, Инженерию, Технику без расчетов с логарифмами. И именно применение логарифмов и логарифмической спирали в технике мы уделим особое внимание.



ЛОГАРИФМ В АВТОМОБИЛЕ

При разработки и проектировки любого автомобиля инженеры используют логарифмы для более точных расчетов доводке кузова, подвески, двигателя и других частей автомобиля.

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!