Лекция№3

ТЕОРИЯ ПАРЫ СНИМКОВ

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ В СТЕРЕОФОТОГРАММЕТРИИ

Определение пространственного положения точек возможно только по результатам обработки пары снимков.

Два смежных перекрывающихся снимка образуют **стереопару**, а стереоскопическое наблюдение и измерение позволяют построить **фотограмметрическую модель**, которая представляет собой некоторую поверхность, образованную совокупностью точек пересечения соответственных проектирующих лучей.

На рисунке 1 показана стереопара в момент фотографирования точки местности А.

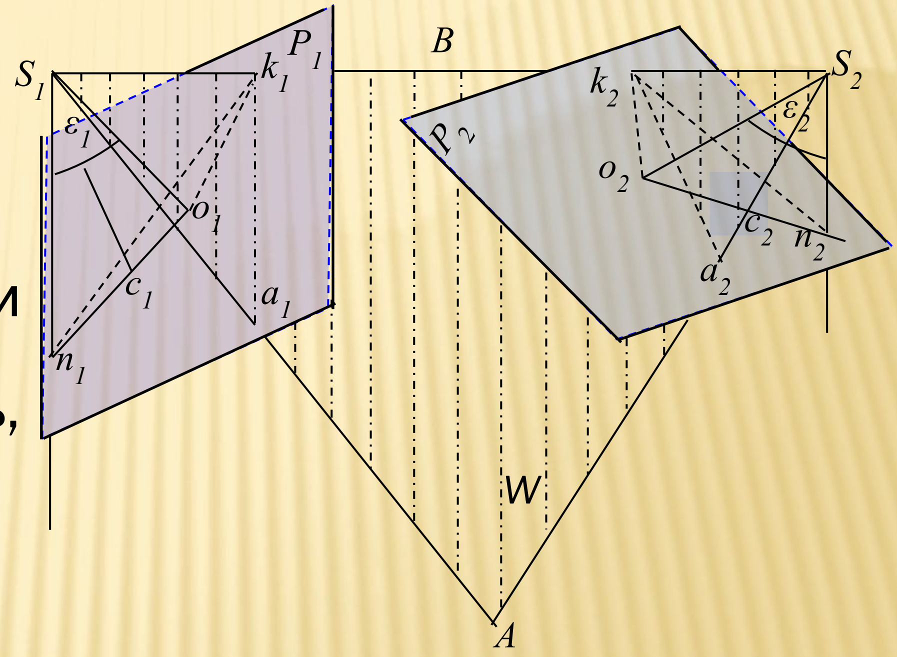

Рис.1

W – базисная плоскость – плоскость, содержащая базис фотографирования;

Среди всех базисных плоскостей выделим:

1. Базисную плоскость, которая содержит главный луч фотоснимка, – это ***главная базисная плоскость***.

Очевидно, что стереопара имеет 2 главные базисные плоскости.

2. Базисную плоскость, содержащую надирные лучи, - это ***надирная базисная плоскость*** (у стереопары одна надирная базисная плоскость, так как надирные лучи отвесные, следовательно параллельные друг другу).

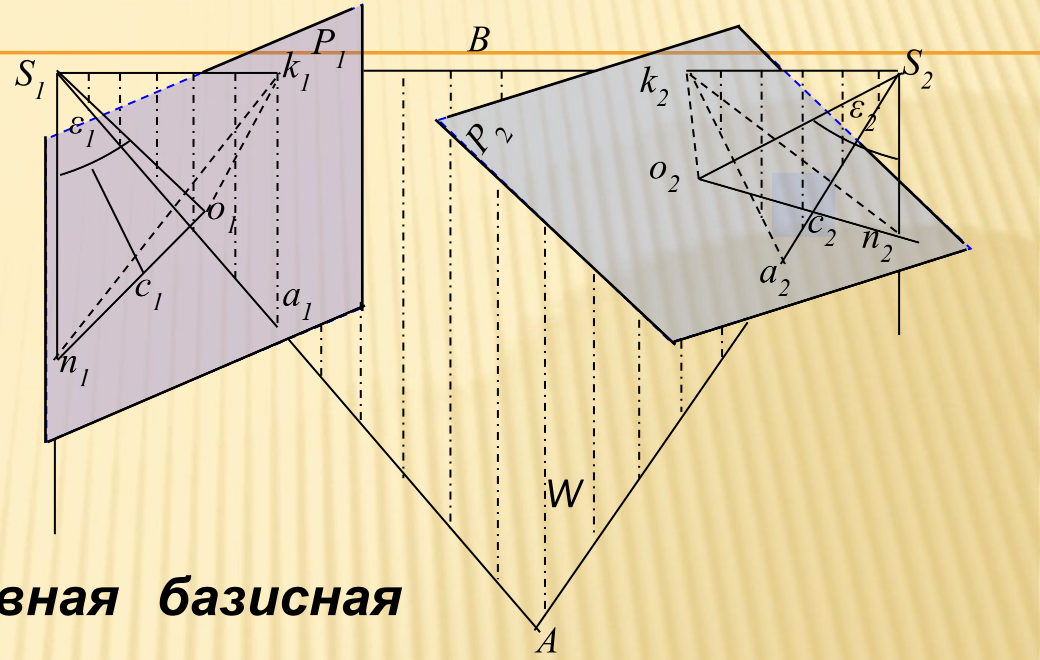

Рис.2

На левом фотоснимке положение точки a_1 определяется координатами x_1, y_1, на правом положение точки a_2 – координатами x_2,y_2.

Очевидно, что в общем случае координаты одноименных точек не равны, то есть $x_1 \neq x_2$ и $y_1 \neq y_2$.

Следовательно, на фотоснимках стереопары существуют смещения одноименных точек. Эти смещения называют параллаксами (от греческого слова parallaxis).

Смещение одноименных точек параллельно оси абсцисс называется продольным параллаксом, обозначим его буквой р.

Продольные параллаксы вызваны перемещением центров проекций (из точки S_1 в точку S_2).

Геометрическая сущность параллаксов иллюстрируется рис. 3

Координаты и параллаксы одноимённых точек стереопары фотоснимков

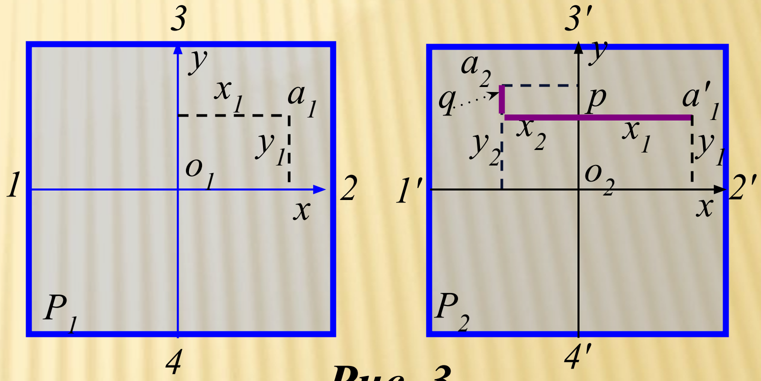

Рис. 3

Смещение одноименных точек параллельно оси ординат называется поперечным параллаксом - q. Он вызывается взаимными углами наклона 2-го фотоснимка и составляющими базиса вдоль оси ординат.

Геометрическая сущность параллаксов иллюстрируется рис. 4 откуда видно, что:

$$p = x_1 - x_2$$

$$q = y_1 - y_2$$

Рассмотрим свойства параллаксов на идеальной стереопаре .

Идеальная стереопара – это стереопара горизонтальных фотоснимков, полученных с одинаковой высоты фотографирования, оси абсцисс которых параллельны базису фотографирования.

Фотоснимки идеальной стереопары будем обозначим P^0_1 и P^0_2, а координаты их точек x_1^0, y_1^0 и x_2^0, y_2^0 соответственно.

Идеальная стереопара фотоснимков.

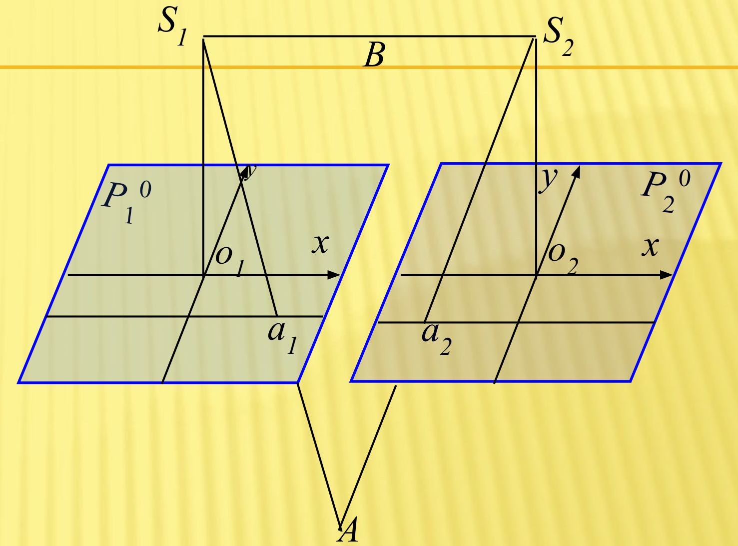

Рис.4

На фотоснимках идеальной стереопары одноименные базисные линии параллельны осям абсцисс и одинаково удалены от них (рис. 9). Поэтому для идеальной стереопары поперечные параллаксы равны нулю:

$$q^0 = y_1^0 - y_2^0 = 0.$$

ЭЛЕМЕНТЫ ОРИЕНТИРОВАНИЯ СТЕРЕОПАРЫ ФОТОСНИМКОВ

Различают элементы внутреннего ориентировании (ЭВнО) и элементы внешнего ориентирования (ЭВО) фотоснимков.

ЭВнО фотоснимка определяют положение центра проекции относительно плоскости фотоснимка. К ним относятся координаты x_o, y_o главной точки и его фокусное расстояние f (рис. 5).

- ***Элементы внутреннего ориентирования снимка***

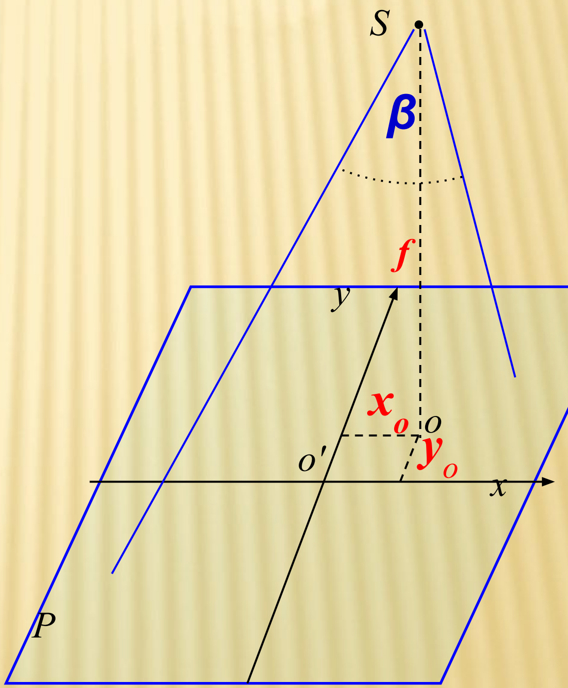

Рис. 5

ЭВО фотоснимков – это величины, определяющие положение фотоснимка и центра проекции (связки проектирующих лучей) в пространстве. Существует две системы ЭВО.

1) ЭВО показана на рис. 6. В этой системе : Xs_1, Ys_1 , Zs_1 и Xs_2, Ys_2 , Zs_2 – координаты точек S_1 и S_2.

Ориентировка снимков определяется угловыми ЭВО:

α_1 и α_2 – продольные углы наклона снимков;

ω_1 и ω_2 – поперечные углы наклона снимков;

κ_1 и κ_2 - углы поворота фото снимков;

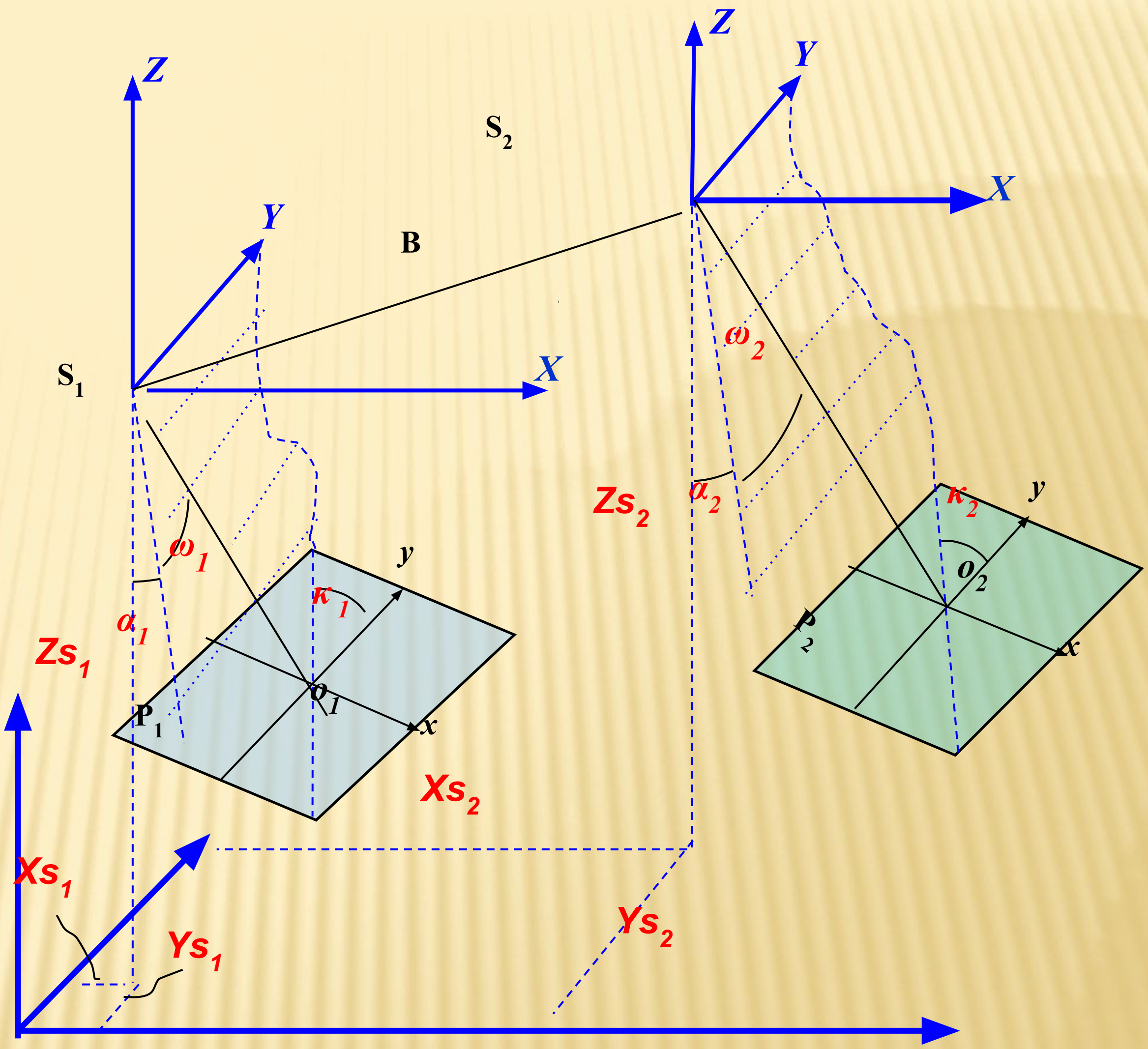

Рис. 6

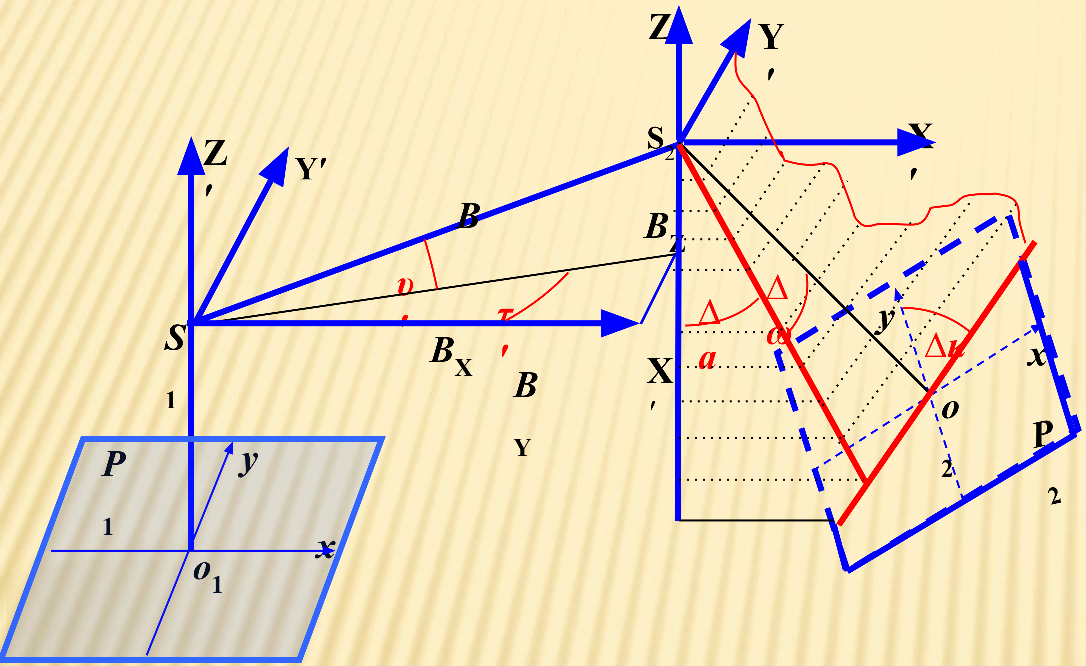

Рис. 7

В 2-й системе ЭВО линейными выступает проекции базиса на оси координат ($B_{X'}$, $B_{Y'}$, B_Z),

$B_X = X_{S2} - X_{S1}$

$B_Y = Y_{S2} - Y_{S1}$

$B_Z = Z_{S2} - Z_{S1}$

а в качестве угловых ЭВО используют величины:

Δα – взаимный продольный угол наклона снимков;

Δω – взаимный поперечный угол наклона снимков;

Δк – взаимный угол поворота снимков

τ – угол поворота базиса относительно оси X'_1

ν – угол наклона базиса относительно плоскости $X'_1Y'_1$

При учете пяти последних элементов мы можем говорить о элементах взаимного ориентирования снимков.

Таким образом, положение стереопары фотоснимков однозначно определяется пятнадцатью ЭО фотоснимков, которые составляют полную группу элементов ориентирования. Если известна полная группа абсолютных ЭО фотоснимков, то по стереопаре имеется возможность определить геодезические координаты точек местности. Следовательно, можно предположить, что ЭО играют решающую роль при фотограмметрической обработке фотоснимков. Поэтому вопрос определения ЭО фотоснимков является весьма важным .

ФОРМУЛЫ СВЯЗИ КООРДИНАТ ТОЧЕК МЕСТНОСТИ И ИХ ИЗОБРАЖЕНИЙ НА СТЕРЕОПАРЕ СНИМКОВ

(ПРЯМАЯ ФОТОГРАММЕТРИЧЕСКАЯ ЗАСЕЧКА)

Пусть фотоснимки P_1 и P_2 получены из точек S_1 и S_2, Изображения точки А на фотоснимках обозначим a_1 и a_2.

Положение точки местности А будем определять в фотограмметрической СК началом в точке S_1.

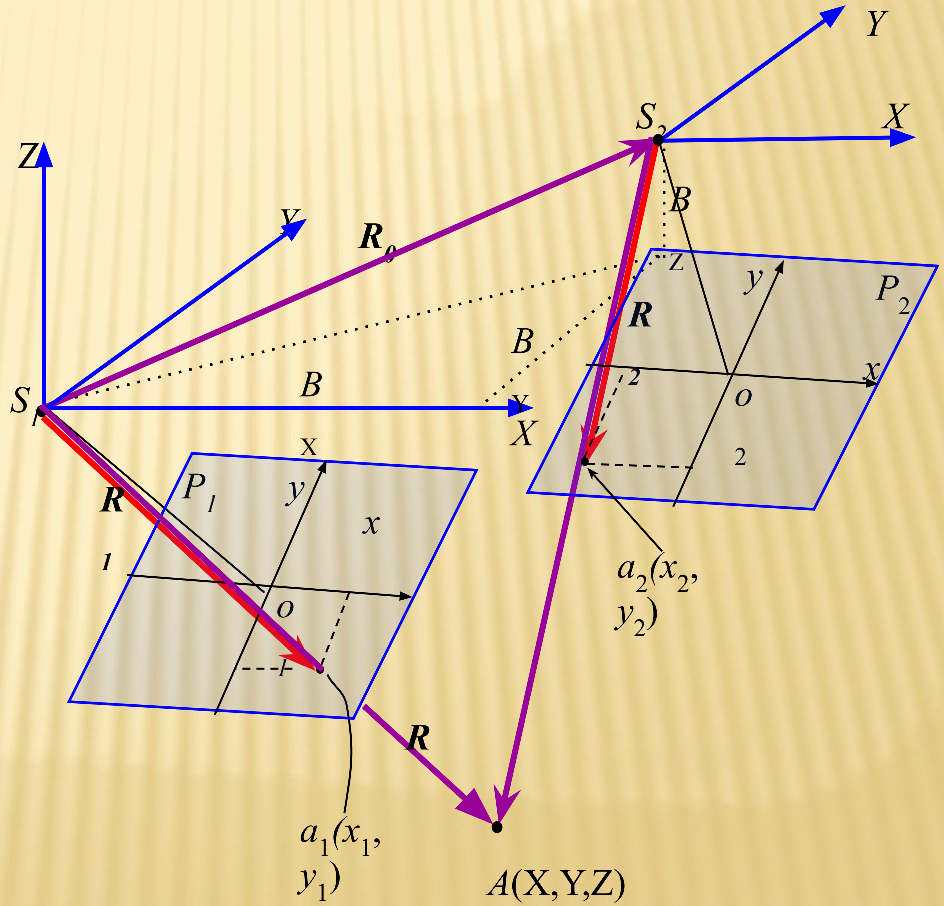

Рис. 8

Последовательность определения координат точки местности по стереопаре фотоснимков

$$x_1, y_1 \quad x_2, y_2 \longrightarrow X_1, Y_1, Z_1 \quad X_2, Y_2, Z_2 \longrightarrow X, Y, Z$$

Измерим по фотоснимкам плоские прямоугольные координаты точек a_1 и a_2. Воспользовавшись зависимостями между пространственными и плоскими координатами точки фотоснимка (формулы зависимости координат), для стереопары P_1P_2 будем иметь:

$$\left.\begin{aligned} X_1 &= a_{11}x_1 + a_{12}y_1 - a_{13}f; \\ Y_1 &= b_{11}x_1 + b_{12}y_1 - b_{13}f; \\ Z_1 &= c_{11}x_1 + c_{12}y_1 - c_{13}f; \end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned} X_2 &= a_{21}x_2 + a_{22}y_2 - a_{23}f; \\ Y_2 &= b_{21}x_2 + b_{22}y_2 - b_{23}f; \\ Z_2 &= c_{21}x_1 + c_{22}y_1 - c_{23}f. \end{aligned}\right\}$$

Для реализации 2-го этапа – определения координат точки А (рис.9) применим векторную алгебру.

Имеем 2 известных вектора: R_1иR_2, их координаты определяют положение точек a_1 и a_2 в СК S_1XYZ и S_2XYZ. Координаты вектора R_0, можно вычислить по линейным ЭВО фотоснимков.

Воспользовавшись вектора-ми R_1, R_2 и R_0, найдём вектор R, который задаёт положение искомой точки А. Такова схема решения задачи.

Векторы R и R_1 коллинеарны. Поэтому:

$$\boldsymbol{R} = N\boldsymbol{R}_1,$$

Воспользуемся также вектором $S_2A = R_A$. Так как векторы R_A и R_2 также коллинеарны, то их векторное произведение равно 0:

Прямая фотограмметрическая засечка

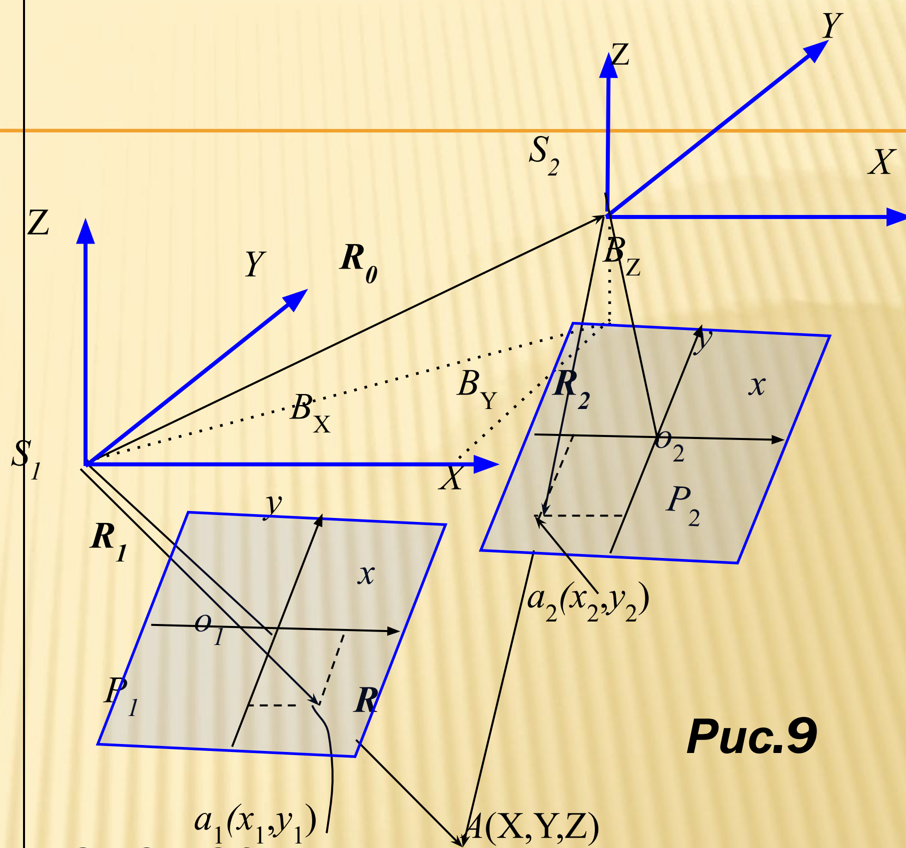

Рис.9

но вектор

поэтому $$\boldsymbol{R}_A \times \boldsymbol{R}_2 = 0,$$

$$\boldsymbol{R}_A 4 \boldsymbol{R} - \boldsymbol{R}_0,$$

или

$$(\boldsymbol{R} - \boldsymbol{R}_0) \times \boldsymbol{R}_2 = 0,$$

$$\boldsymbol{R} \times \boldsymbol{R}_2 = \boldsymbol{R}_0 \times \boldsymbol{R}_2.$$

Подставив в формулу $\mathbf{R} = N\mathbf{R}_1$, значение вектора R , получим:

$$N\mathbf{R}_1 \times \mathbf{R}_2 = \mathbf{R}_0 \times \mathbf{R}_2.$$

Зависимости вполне определяют вектор R по известным векторам R_1, R_2, и R_0.

Получим эти зависимости в координатной форме.

Известно, что координаты коллинеарных векторов пропорциональны, следовательно

$$\frac{X}{X_1} = \frac{Y}{Y_1} = \frac{Z}{Z_1} = N,$$

или

$$\left.\begin{aligned} X &= NX_1; \\ Y &= NY_1; \\ Z &= NZ_1. \end{aligned}\right\}$$

Определение положения точек местности по стереопаре фотоснимков

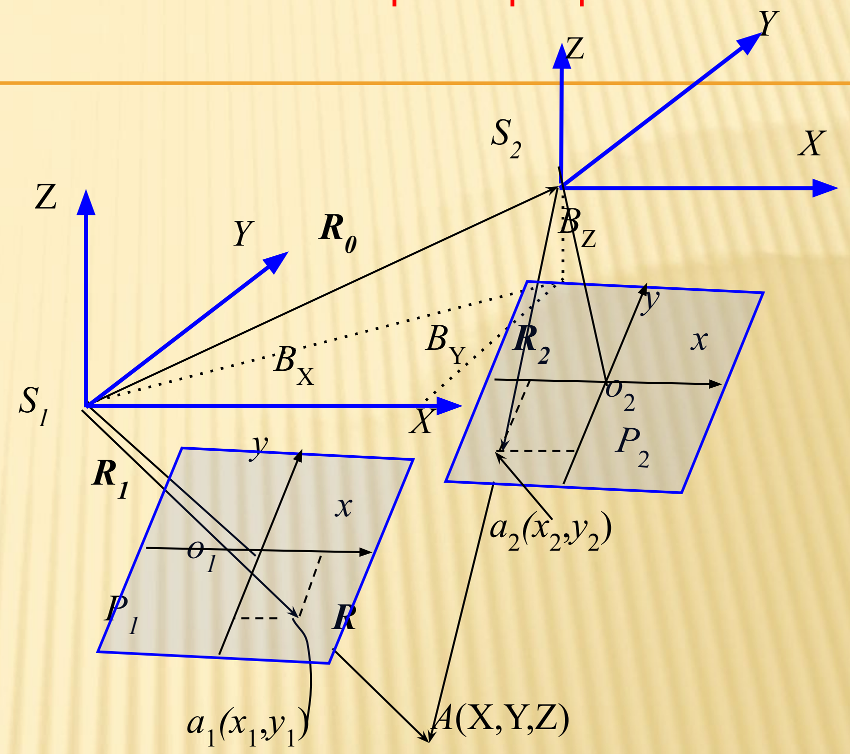

Рис. 10

Скаляр N найдём из выражения. Для этого векторные произведения $R_1 \times R_2$ и $R_0 \times R_2$ представим в виде определителей:

Дальше, если разложить определители по элементам первых строк и учесть что векторы $R_1 \times R_2$ и $R_0 \times R_2$ коллинеарны, то скаляр N будет равен:

$$N = \frac{B_Y Z_2 - Y_2 B_Z}{Y_1 Z_2 - Y_2 Z_1} = \frac{B_X Z_2 - B_Z X_2}{X_1 Z_2 - X_2 Z_1} = \frac{B_X Y_2 - X_2 B_Y}{X_1 Y_2 - X_2 Y_1}.$$

$$\left.\begin{aligned} X &= NX_1; \\ Y &= NY_1; \\ Z &= NZ_1. \end{aligned}\right\}$$

Это и есть формулы прямой фотограмметрической засечки в координатной форме.

Из этих зависимостей следует, что по стереопаре можно определить не только плановые координаты, но и высоту любой точки местности, изобразившихся на фотоснимках. Для этого необходимо:

знать ЭО фотоснимков;

измерить координаты x_1, y_1 и x_2, y_2 соответственных точек стереопары;

вычислить пространственные координаты этих точек по формулам

по формулам (3.26) и (3.27) найти координаты точки местности.

Таким образом, по сравнению с одиночным фотоснимком стереопара обладает большими возможностями.

Зависимости между координатами точки местности и координатами её изображений на стереопаре фотоснимков описывают прямую фотограмметрическую засечку.

Засечка образуется каждой парой одноимённых проектирующих лучей на базисе фотографирования, как основании треугольника засечки.

Формулы прямой фотограмметрической засечки являются математическим описанием геометрической модели местности, как совокупности точек пересечения одноимённых проектирующих лучей. Впервые в таком виде формулы прямой фотограмметрической засечки были получены Н. А. Урмаевым и опубликованы в работе «О некоторых задачах фотограмметрии» (1939 г.).

ФОРМУЛЫ СВЯЗИ КООРДИНАТ ТОЧЕК МЕСТНОСТИ И ИХ ИЗОБРАЖЕНИЙ НА СТЕРЕОПАРЕ СНИМКОВ ИДЕАЛЬНОГО СЛУЧАЯ СЪЕМКИ

Наиболее просто решается задача определения координат точек местности по идеальной стереопаре. Для идеальной стереопары составляющие базиса $B_Y = B_Z = 0$ и $\alpha_1 = \omega_1 = \kappa_1 = \alpha_2 = \omega_2 = \kappa_2 = 0$. Поэтому направляющие косинусы будут равны :

$$A_{\alpha\omega\kappa} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \qquad (3.28)$$

В выражении (3.28) приведены значения направляющих косинусов для одиночного горизонтального фотоснимка. Понятно, что для обоих фотоснимков идеальной стереопары значения направляющих косинусов будут такими же.

Подставив значения направляющих косинусов в формулы (3.21) и (3.22),

$$\left.\begin{aligned} X_1 &= a_{11}x_1 + a_{12}y_1 - a_{13}f; \\ Y_1 &= b_{11}x_1 + b_{12}y_1 - b_{13}f; \\ Z_1 &= c_{11}x_1 + c_{12}y_1 - c_{13}f; \end{aligned}\right\} \quad (3.21)$$

$$\left.\begin{aligned} X_2 &= a_{21}x_2 + a_{22}y_2 - a_{23}f; \\ Y_2 &= b_{21}x_2 + b_{22}y_2 - b_{23}f; \\ Z_2 &= c_{21}x_1 + c_{22}y_1 - c_{23}f. \end{aligned}\right\} \quad (3.22)$$

получим зависимости, связывающие плоские и пространственные координаты точек фотоснимков идеальной стереопары

$$\left.\begin{aligned} X_1 &= x_1^0; \\ Y_1 &= y_1^0; \\ Z_1 &= -f; \end{aligned}\right\} \quad (3.29) \qquad \left.\begin{aligned} X_2 &= x_2^0; \\ Y_2 &= y_2^0; \\ Z_2 &= -f. \end{aligned}\right\} \quad (3.30)$$

Значение скаляра N, с учётом того, что для идеальной стереопары составляющая базиса B_X равна базису фотографирования B, будет равно:

$$N = \frac{B}{p^0}.$$

Формулы прямой фотограмметрической засечки получим, подставив в зависимости значения пространственных координат и скаляра N:

$$\left.\begin{aligned} X &= \frac{B}{p^{\mathrm{o}}} x_1^{\mathrm{o}}; \\ Y &= \frac{B}{p^{\mathrm{o}}} y_1^{\mathrm{o}}; \\ Z &= -\frac{B}{p^{\mathrm{o}}} f. \end{aligned}\right\}$$

Таким образом, для определения координат точек местности по идеальной стереопаре достаточно знать базис фотографирования, фокусное расстояние фотокамеры и плоские координаты точек левого фотоснимка.

Заключение

Формулы прямой фотограмметрической засечки свидетельствуют о том, что стереопара в отличие от одиночного фотоснимка позволяет определять все три координаты любой точки местности, которая изобразилась на фотоснимках этой стереопары. Необходимым условием является наличие полной группы ЭО стереопары.

Формулы прямой фотограмметрической засечки (ПФЗ) являются теоретической основой построения модели местности. Действительно, по определению модель местности является совокупностью точек – пересечений одноимённых проектирующих лучей. Именно координаты таких точек определяют по формулам ПФЗ.

ЭО фотоснимков в большинстве случаев неизвестны. Поэтому необходимо искать другой путь построения модели местности. Такой путь очевиден. Необходимо найти теоретическое описание пересечения одноимённых проектирующих лучей.

4. УРАВНЕНИЯ И ЭЛЕМЕНТЫ ВЗАИМНОГО ОРИЕНТИРОВАНИЯ СНИМКОВ (ЭВЗО).

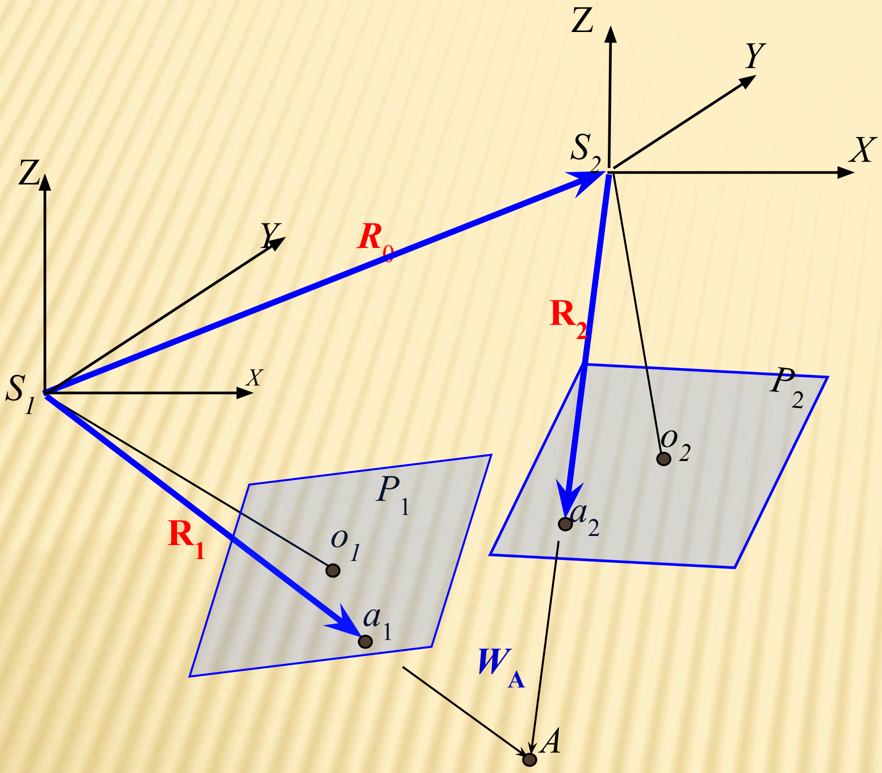

Рис. 11

Для построения геометрической модели местности достаточно установить фотоснимки в такое положение, чтобы одноимённые проектирующие лучи пересекались.

Пусть по фотоснимкам P_1 и P_2 (рис.11) построена модель местности. Проведём через базис фотографирования и проектирующий луч S_1a_1 плоскость W_A. Очевидно, что в этой же плоскости будет находиться и второй проектирующий луч S_2a_2, иначе они не пересекутся.

Таким образом, необходимым условием пересечения одноимённых проектирующих лучей является их нахождение в одной базисной плоскости.

Условие пересечения одноимённых проектирующих лучей означает, что векторы R_0, R_1 и R_2 компланарны.

Условие компланарности трёх векторов выражается равенством нулю их скалярно-векторного произведения:

$$\mathbf{R}_0 \cdot (\mathbf{R}_1 \times \mathbf{R}_2) = 0,$$

где R_0 (X_{S2}, Y_{S2}, Z_{S2}) – вектор, определяющий положение точки S_2 в системе координат S_1 XY Z;

R_1(X_1, Y_1, Z_1) и R_2 (X_2, Y_2, Z_2) – векторы, определяющие положение одноимённых точек a_1 и a_2 в системах координат S_1XY Z и S_2 XY Z.

В координатной форме условие выражается равенством нулю определителя, составленного из координат векторов R_0, R_1 и R_2:

$$\begin{vmatrix} X_{S_2} & Y_{S_2} & Z_{S_2} \\ X_1 & Y_1 & Z_1 \\ X_2 & Y_2 & Z_2 \end{vmatrix} = 0.$$

Следовательно, условие пересечения одноимённых проектирующих лучей связывает между собой только направления проектирующих лучей с направлением базиса.

Как следует из сравнения зависимостей длина базиса не влияет на пересечение одноимённых проектирующих лучей и может принимать произвольные значения. Поэтому при сохранении условия (4.1) совокупность пересечений всех одноимённых проектирующих лучей образует модель местности определённого масштаба.

Это положение позволяет сделать важный вывод:

для построения модели местности достаточно расположить фотоснимки друг относительно друга так, чтобы каждая пара одноимённых проектирующих лучей пересекалась, базис при этом может иметь произвольную длину.

Под взаимным ориентированием будем подразумевать установку фотоснимков стереопары в такое положение, при котором каждая пара одноимённых проектирующих лучей пересекается.

Добиться пересечения одноимённых проектирующих лучей можно, например, с помощью ЭВО фотоснимков :

$Xs_1, Ys_1, Zs_1, \alpha_1, \omega_1, \kappa_1$ *и*
$Xs_2, Ys_2, Zs_2, \alpha_2, \omega_2, \kappa_2$.

Если ЭВО стереопары фотоснимков определены относительно геодезической СК координат, то ориентировка модели и её масштаб будут известны.

Если ЭВО определяют положение фотоснимков в фотограмметрической СК, то для определения модели и её ориентирования относительно геодезической СК потребуются дополнительные действия.

Взаимное же положение фотоснимков, как в 1-м, так и во 2-м случаях характеризуется разностями их ЭВО:

$$\left.\begin{aligned}
&\alpha_2 - \alpha_1 = \Delta\alpha;\\
&\omega_2 - \omega_1 = \Delta\omega;\\
&\kappa_2 - \kappa_1 = \Delta\kappa;\\
&X_{S_2} - X_{S_1} = \Delta X_S = B_X;\\
&Y_{S_2} - Y_{S_1} = \Delta Y = B_Y;\\
&Z_{S_2} - Z_{S_1} = \Delta Z = B_Z.
\end{aligned}\right\}$$

Разности угловых ЭВО фотоснимков определяют их пространственную ориентировку в заданной СК.

Разности линейных ЭВО фотоснимков, т. е. составляющие B_X, B_y и B_Z, определяют направление базиса и его длину.

Направление базиса может задаваться не только его составляющими. Как следует из рис. 12, для задания направления базиса достаточно двух углов τ' и υ'. Эти углы, как несложно заметить, являются функциями составляющих базиса:

$$\left.\begin{aligned} \mathrm{tg}\,\tau' &= \frac{B_Y}{B_X}; \\ \mathrm{tg}\,\upsilon' &= \frac{B_Z}{B_X}\cos\tau'. \end{aligned}\right\} \quad (4.5)$$

Таким образом, взаимное ориентирование фотоснимков однозначно определяется 5-ю величинами.

Связь углов τ' и υ' с направлением базиса

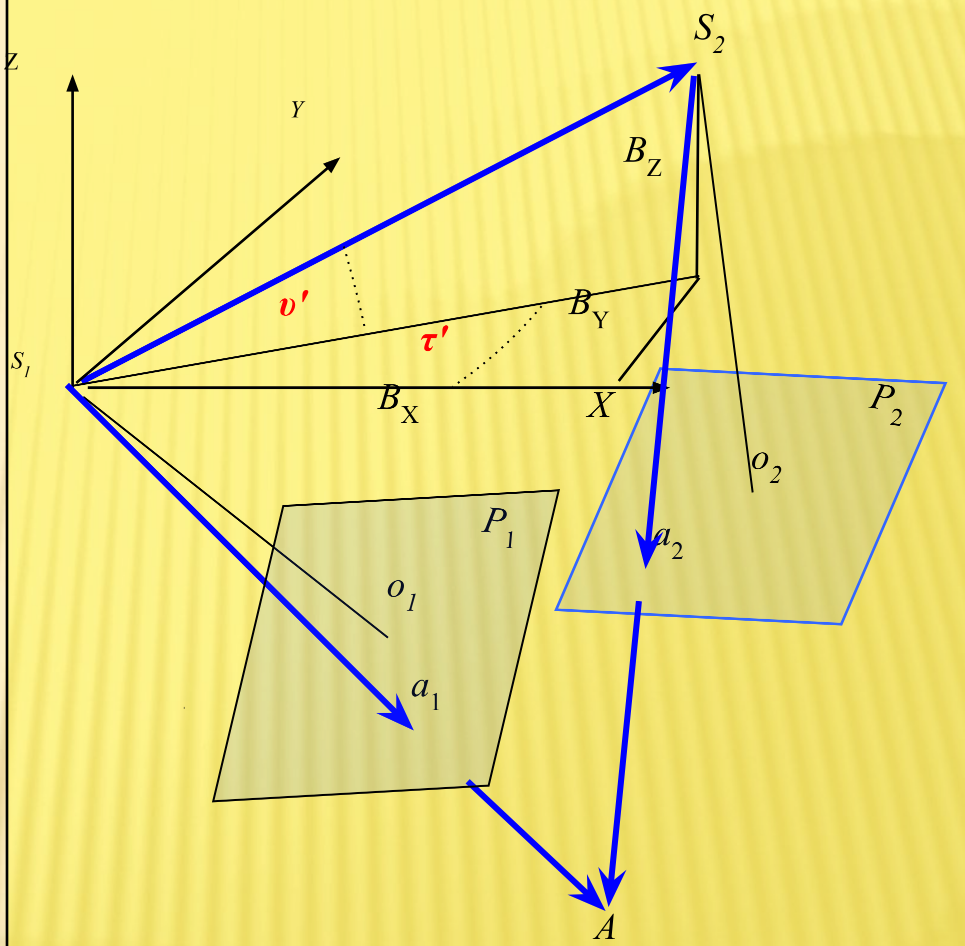

Рис. 12

Величины, определяющие взаимное положение фотоснимков стереопары, при котором каждая пара одноимённых проектирующих лучей пересекается, называются элементами взаимного ориентирования (ЭВзО).

На практике используют две системы (группы) ЭВзО стереопары фотоснимков в зависимости от выбранной СК.

Для 1-й группы ЭВзО СК выбирается так:

начало СК совмещено с центром проекции S_1 левого фотоснимка стереопары;

ось X направлена вдоль базиса;

ось Z находится в главной базисной плоскости левого фотоснимка стереопары;

ось Y дополняет СК до правой.

ЭВзО 1-й группы являются:

α'_1 – продольный угол наклона левого фотоснимка Р1;

κ'_1 – угол поворота левого фотоснимка P_1;

α'_2 – продольный угол наклона фотоснимка P_2;

ω'_2 – взаимный поперечный угол наклона правого фотоснимка P_2;

k'_2 – угол поворота правого фотоснимка P_2.

Первая система ЭВзО

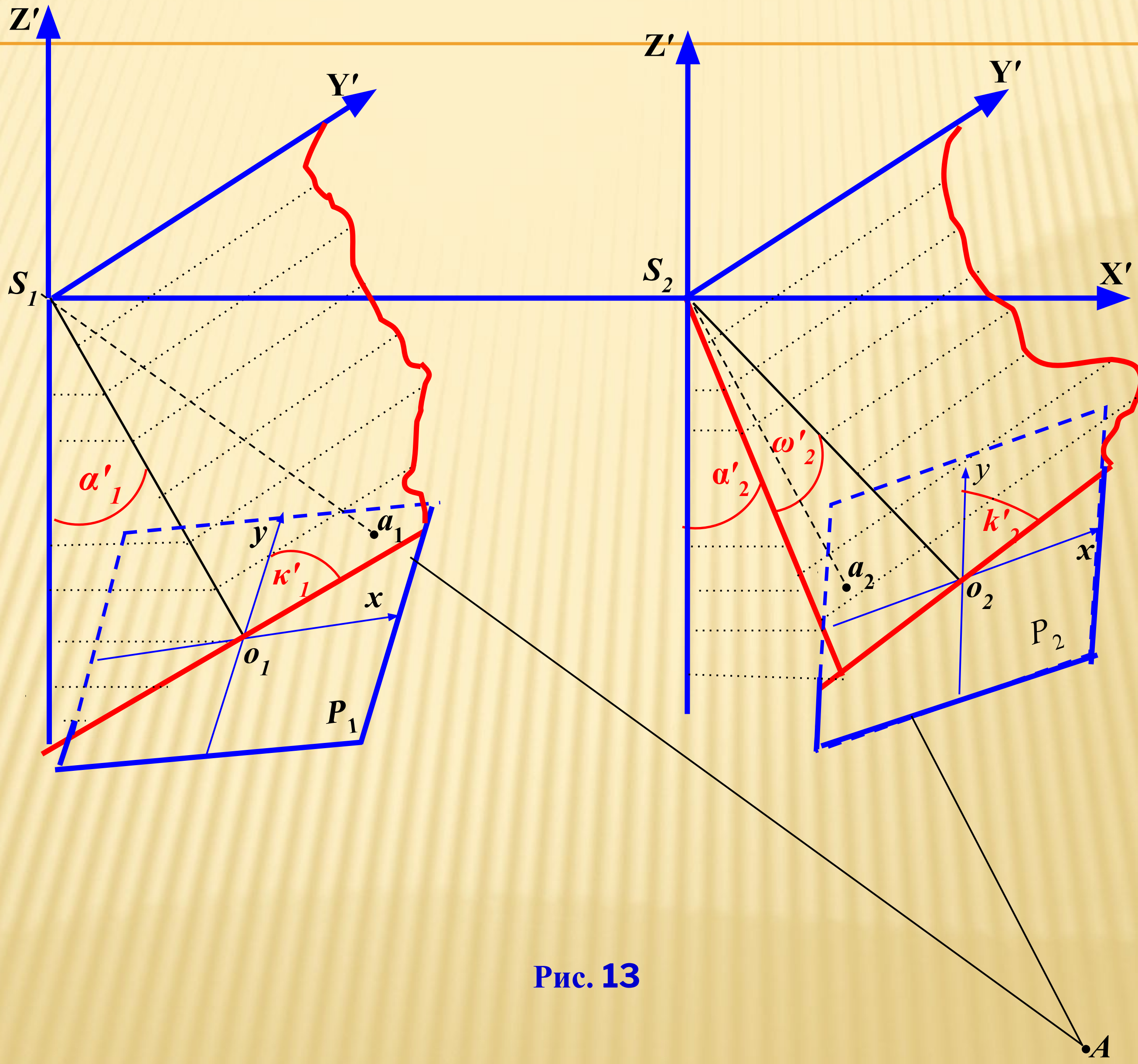

Рис. 13

2-я группа ЭВзО определяется относительно СК с началом в точке S_1, а оси X' и Y' параллельны осям системы плоских координат левого фотоснимка P_1 стереопары (рис.5).

ЭВзО второй группы являются:

Δα – взаимный продольный угол наклона фотоснимков – угол между осью Z' и проекцией главного луча правой связки на плоскость X'Z'.

Δω – взаимный поперечный угол наклона фотоснимков – угол между проекцией главного луча правой связки на плоскость X'Z' и самим главным лучом S_2o_2;

Δκ – взаимный угол поворота фотоснимков – угол в плоскости правого фотоснимка между осью у и следом плоскости S_2o_2Y'.

τ' – условный дирекционный угол базиса проектирования – это угол в плоскости S_2 X'Y' между осью X' и проекцией базиса S_1S_2 на плоскость S_2 X'Y';

υ' – угол наклона базиса проектирования – угол между базисом проектирования S_1S_2 и плоскостью S_2 X'Y'.

Вторая система ЭВзО

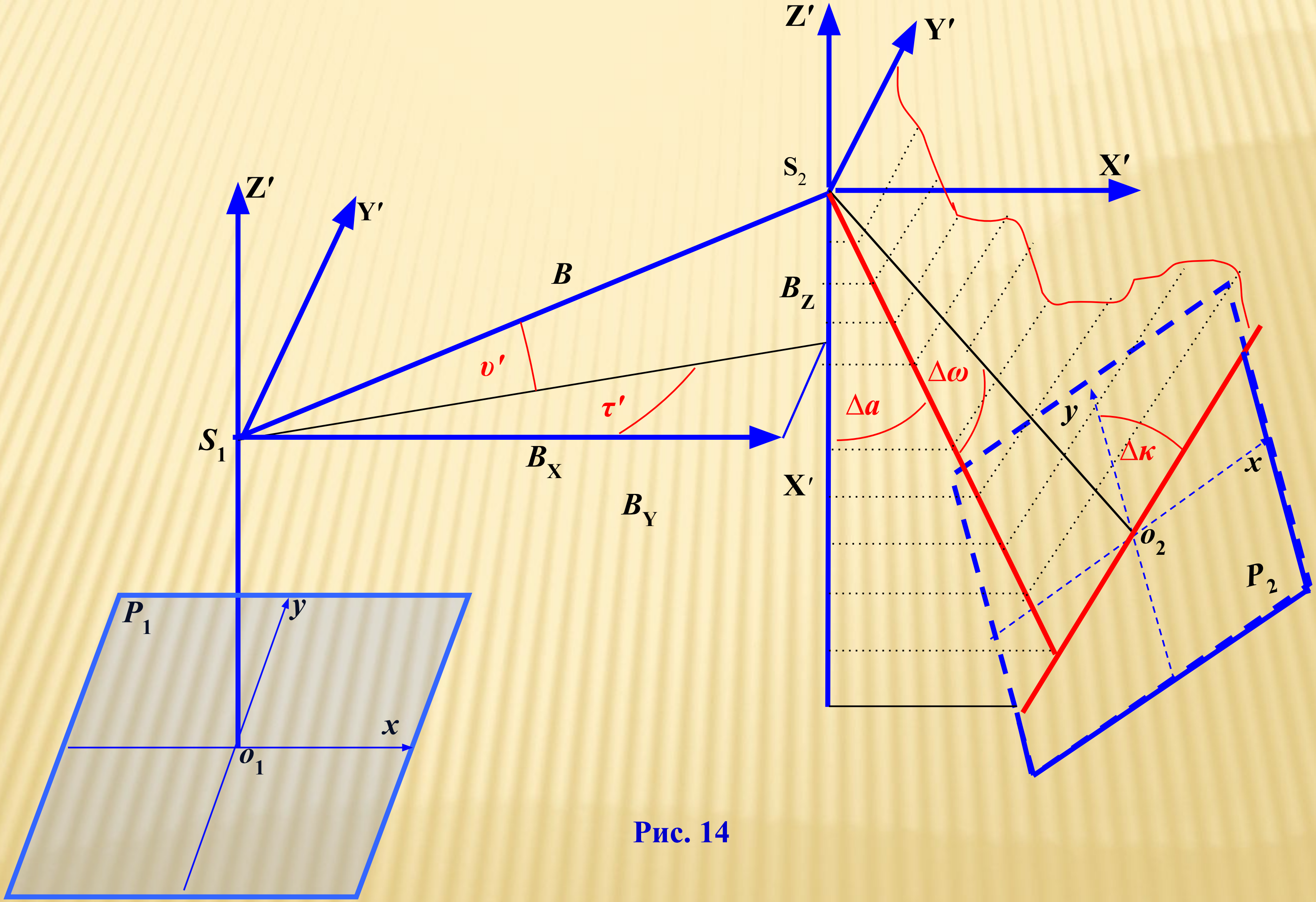

Рис. 14

Для определения ЭВзО необходимо знать их связи с теми величинами, которые можно измерить по фотоснимкам. ЭВзО определяют относительно СК, которые связаны со стереопарой фотоснимков. По фотоснимкам можно измерять только плоские прямоугольные координаты. Поэтому необходимо получить зависимости, которые связывают ЭВзО и плоские прямоугольные координаты точек фотоснимков стереопары.

Зависимости, связывающие ЭВзО с координатами одноимённых точек фотоснимков стереопары, принято называть уравнениями взаимного ориентирования.

Вид уравнения взаимного ориентирования зависит от способа представления условия пересечения одноимённых проектирующих лучей, от принятой системы ЭВзО, способа решения задачи и др. Определяющее значение имеет используемая при этом группа ЭВзО. В связи с этим будем рассматривать уравнения первым и вторым способами.

1. Уравнения взаимного ориентирования фотоснимков 1-м способом

а) Строгое уравнение ВзО

Для ЭВзО первой системы XB = B,YB = 0, ZB = 0. Поэтому условие примет вид:

$$\begin{vmatrix} X & 0 & 0 \\ X_1' & Y_1' & Z_1' \\ X_2' & Y_2' & Z_2' \end{vmatrix} = 0.$$

Разложив определитель (4.6) по элементам первой строки, получим:

$$B(Y_1'Z_2' - Y_2'Z_1') = 0,$$

$$Y_1'Z_2' - Y_2'Z_1' = 0,$$

но так как B ≠ 0, то

где X_1', Y_1', Z_1' и X_2';Y_2', Z_2' – пространственные координаты одноимённых точек фотоснимков P_1 и P_2 в СК $S_1X'Y'Z'$ и $S_2X'Y'Z$ соответственно;

Это и есть уравнение взаимного ориентирования 1-м способом.

В зависимости пространственные координаты одноимённых точек стереопары фсотоснимков, которые в соответствии с уравнениями равны:

$$\left.\begin{aligned} X_1' &= a_{11}' x_1 + a_{12}' y_1 - a_{13}' f;\\ Y_1' &= b_{11}' x_2 + b_{12}' y_1 - b_{13}' f;\\ Z_1' &= c_{11}' x_1 + c_{12}' y_1 - c_{13}' f. \end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned} X_2' &= a_{21}' x_2 + a_{22}' y_2 - a_{23}' f;\\ Y_2' &= b_{21}' x_2 + b_{22}' y_2 - b_{23}' f;\\ Z_2' &= c_{21}' x_1 + c_{22}' y_1 - c_{23}' f. \end{aligned}\right\}$$

где a'_{1i}, b'_{1i}, c'_{1i} – НК - функции ЭВзО α_1', κ_1' левого фотоснимка Р1 стереопары;

a'_{2i}, b'_{2i}, c'_{2i} –НК - функции ЭВзО α'_2, ω'_2, κ'_2 правого фотоснимка P_2 стереопары;

i = 1, 2, 3 – номера направляющих косинусов (НК).

С учётом значений пространственных координат точек фотоснимков уравнение взаимного ориентирования примет вид:

$$(b'_{11}x_1 + b'_{12}y_1 - b'_{13}f)(c'_{21}x_2 + c'_{22}y_2 - c'_{23}f)$$
$$-(b'_{21}x_2 + b'_{22}y_2 - b'_{23}f)(c'_{11}x_1 + c'_{12}y_2 - c'_{13}f) = 0.$$

Уравнение взаимного ориентирования строгое, так как при его выводе никаких ограничений не накладывалось. Поэтому его можно использовать для обработки фотоснимков с любыми углами наклона.

Для плановых снимков, когда углы наклона незначительные, уравнение можно упростить. Для этого воспользуемся приближёнными значениями направляющих косинусов.

б) Приближённое уравнение ВзО

Направляющие косинусы для одиночного фотоснимка равны:

$$A_{\alpha\omega\kappa}=\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 & -\kappa & -\alpha \\ \kappa & 1 & -\omega \\ \alpha & \omega & 1 \end{bmatrix}.$$

Применительно к ЭВзО 1-й системе примут вид

$$A_{\alpha_1'\kappa_1'}=\begin{bmatrix} a_{11}' & a_{12}' & a_{13}' \\ b_{11}' & b_{12}' & b_{13}' \\ c_{11}' & c_{12}' & c_{13}' \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 & -\kappa_1' & -\alpha_1' \\ \kappa_1' & 1 & 0 \\ \alpha_1' & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

$$A_{\alpha_2'\omega_2'\kappa_2'}=\begin{bmatrix} a_{21}' & a_{22}' & a_{23}' \\ b_{21}' & b_{22}' & b_{23}' \\ c_{21}' & c_{22}' & c_{23}' \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 & -\kappa_2' & -\alpha_2' \\ \kappa_2' & 1 & -\omega_2' \\ \alpha_2' & \omega_2' & 1 \end{bmatrix}.$$

для 1-го и 2-го фотоснимков стереопары соответственно.

Подставив значения НК в уравнение и выполнив некоторые преобразования, получим:

$$\frac{x_1 y_2}{f}\sin\alpha_1' + \frac{x_2 y_1}{f}\sin\alpha_2' - (f + \frac{y - y}{f})\sin\omega_2' + x_1 \sin\kappa_1' - x_2 \sin\kappa_2' + q = 0.$$

В уравнениях ЭВзО связаны с координатами одноимённых точек и ЭВнО фотоснимков. Так как ЭВнО, как правило, известны, то для определения ЭВзО достаточно данных, относящихся к самой стереопаре, а именно – плоских координат, которые могут бы быть измерены по фотоснимкам.

Следовательно, для построения модели местности достаточно самих фотоснимков стереопары.

2. Уравнения взаимного ориентирования фотоснимков вторым способом

В соответствии с условием выбора системы координат для второй группы ЭВзО $X_1' = x_1$, $Y_1' = y_1$, $Z_1' = -f$, $Xs_2 = Bx$, $Ys_2 = B_Y$, $Zs_2 = B_Z$. Поэтому условие примет вид:

$$\begin{vmatrix} B_X & B_Y & B_Z \\ x_1 & y_1 & -f \\ X_1' & Y_1' & Z_1' \end{vmatrix} = 0.$$

Представленная зависимость - это уравнение взаимного ориентирования 2-м способом в общем виде. Если разложить определитель по элементам 1-й строки, подставить значения пространственных координат и составляющих базиса, выраженных через ЭВзО, то получим развёрнутое строгое уравнение.

Аналогично, как и для уравнения взаимного ориентирования 1-м способом, можно получить приближённую зависимость и для уравнения взаимного ориентирования 2-м способом.

Приближённое уравнение имеет вид:

$$\frac{x_2 y}{f}\sin\Delta\alpha+\left(f+\frac{y^2}{f}\right)\sin\Delta\omega+x_2\sin\Delta\kappa+\frac{yp}{f}\sin\nu'+p\sin\tau'-q=0.$$

Из анализа зависимостей следует, что они связывают ЭВзО и координаты точек фотоснимков. Следовательно, для определения ЭВзО 2-й системы так же, как и для определения элементов взаимного ориентирования первой системы, достаточно данных, относящихся к самой стереопаре фотоснимков.

Таким образом, вся необходимая информация для построения модели местности по стереопаре фотоснимков, содержится в самой стереопаре.

Очевидно, что для построения модели местности необходимо определять ЭВзО, которые могут быть найдены как с использованием строгих, так и приближённых зависимостей.

Обратим внимание, что приближённые уравнения взаимного ориентирования более просты и удобны для решения, чем строгие уравнения, однако пригодны они для обработки только плановых фотоснимков.

Для решения задач современными методами приближённые уравнения не применяются. Тем не менее, ни имеют практическое значение, например, для априорной оценки точности построения модели.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭВЗО СТЕРЕОПАРЫ ФОТОСНИМКОВ ПО ОПОРНЫМ ТОЧКАМ

а) Определение ЭВзО первой системы.

Теоретическую основу строгого способа определения ЭВзО 1-й системы составляет уравнение. Если измерить координаты точек фотоснимков, то это уравнение можно представить в виде:

$$\varphi(\alpha_1', \alpha_2', \omega_2', \kappa_1', \kappa_2') = Y_1' Z_2' - Y_2' Z_1' = 0.$$

Допустим, что известны приближённые ЭВзО, которые обозначим как α'_{01}, α'_{02}, ω'_{02}, κ'_{01}, κ'_{02}. Найдём поправки к приближённым ЭВзВ $\delta\alpha_1'$, $\delta\alpha_2'$, $\delta\omega_2'$, $\delta\kappa_1'$, $\delta\kappa_2'$.

Уравнения ориентирования не линейны. Для приведения их к линейному виду разложим зависимость в ряд Тейлора и при этом ограничимся только членами первого порядка малости:

$$\varphi(\alpha_1', \alpha_2', \omega_2', \kappa_1', \kappa_2') = Y_1' Z_2' - Y_2' Z_1' = \varphi_0(\alpha_{01}', \alpha_{02}', \omega_{02}', \kappa_{01}', \kappa_{02}') +$$

$$+ \frac{\partial\varphi}{\partial\alpha_1'}\delta\alpha_1' + \frac{\partial\varphi}{\partial\alpha_2'}\delta\alpha_2' + \frac{\partial\varphi}{\partial\omega_2'}\delta\omega_2' + \frac{\partial\varphi}{\partial\kappa_1'}\delta\alpha_1' + \frac{\partial\varphi}{\partial\kappa_2'}\delta\kappa_2' + \ldots \quad .$$

Для частных производных в зависимости примем следующие обозначения:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial\alpha'_1}=a;\quad \frac{\partial\varphi}{\partial\alpha'_2}=b;\quad \frac{\partial\varphi}{\partial\omega'_2}=c;\quad \frac{\partial\varphi}{\partial\kappa'_1}=d;\quad \frac{\partial\varphi}{\partial\kappa'_2}=e.$$

Приближённое значение функции обозначим:

$$\varphi_0(\alpha'_{01},\alpha'_{02},\omega'_{02},\kappa'_{01},\kappa'_{02})=Y'_{01}Z'_{02}-Y'_{02}Z'_{01}=l$$

Значение функции полученное после разложения уравнения в ряд Тейлора, не будет равно 0. (отброшены члены высших порядков, измеренные координаты содержат ошибки, использованы приближённые значения ЭВэО). Это отличие (поправку) обозначим через v. Поэтому уравнение в принятых обозначениях будет иметь вид:

$$a\delta\alpha'_1+b\delta\alpha'_2+c\delta\omega'_2+d\delta\kappa'_1+e\delta\kappa'_2+l=0.$$

Уравнение этого вида называется *уравнением поправок*. Одна точка фотоснимков стереопары позволяет составить одно такое уравнение. Следовательно, для определения пяти неизвестных (поправок $\delta\alpha_1'$, $\delta\alpha_2'$, $\delta\omega_2'$, $\delta\kappa_1'$, $\delta\kappa_2'$ к приближённым значениям ЭВзО) необходимо выбрать не менее 5-ти точек, измерить их координаты на левом и правом фотоснимках стереопары, составить, а затем решить систему уравнений вида.

$a'_{1i}, b'_{1i}, c'_{1i}$ – НК, вычисленные по ЭВзО α'_1 и κ'_1 левого фотоснимка стереопары;

$a'_{2i}, b'_{2i}, c'_{2i}$ – НК, вычисленные по ЭВзО α'_2, ω'_2 и κ'_2 правого фотоснимка стереопары;

$i = 1,2,3$ – номера НК.

Избыточное количество точек позволяет повысить точность определения ЭВзО.

Однако следует помнить, что увеличение количества точек с 6 до 12 позволяет повысить точность примерно на 50 %. Дальнейшее увеличение количества точек даёт незначительное повышение точности определения ЭВзО, но значительно увеличивает объём работ по измерению координат точек фотоснимков.

По вышеназванной причине принято считать, что оптимальное количество точек для определения ЭВзО не должно превышать 12.

Б) Сущность строгого способа определения ЭВЗО второй системы

Теоретическую основу строгого способа определения ЭВзО 2-й системы составляет уравнение

$$\begin{vmatrix} B_X & B_Y & B_Z \\ x_1 & y_1 & -f \\ X_1' & Y_1' & Z_1' \end{vmatrix} = 0.$$

Разделим элементы 1-й строки определителя на B_X:

$$\begin{vmatrix} 1 & \dfrac{B_Y}{B_X} & \dfrac{B_Z}{B_X} \\ x_1 & y_1 & -f \\ X_1' & Y_1' & Z_1' \end{vmatrix} = 0.$$

С учётом зависимостей

$$\left.\begin{aligned} tg\tau' &= \frac{B_Y}{B_X}; \\ tg\nu' &= \frac{B_Z}{B_X}\cos\tau'. \end{aligned}\right\}$$

определитель примет вид

$$\begin{vmatrix} 1 & tg\tau' & \dfrac{tg\nu'}{\cos\tau'} \\ x_1 & y_1 & -f \\ X_1' & Y_1' & Z_1' \end{vmatrix} = 0.$$

Если разложить полученный определитель по элементам первой строки, то получим:

$$y_1(Z_2' + fY_2') - (x_1 Z_2' + fX_2')tg\tau' + (x_1 Y_2' - X_2' y_1)\frac{tg\nu'}{\cos\tau'} = 0.$$

В уравнении значения пространственных координат правого фотоснимка стереопары равны:

$$\left.\begin{aligned} X_2' &= a_{21}' x_2 + a_{22}' y_2 - a_{23}' f; \\ Y_2' &= b_{21}' x_2 + b_{22}' y_2 - b_{23}' f; \\ Z_2' &= c_{21}' x_1 + c_{22}' y_1 - c_{23}' f. \end{aligned}\right\}$$

a'_{2i},b'_{2i},c'_{2i} – НК, вычисленные по ЭВзО Δα, Δω, Δκ правого фотоснимка стереопары;

i = 1,2,3 – номера НК.

Если измерить координаты не менее 6-ти одноимённых точек стереопары фотоснимков, то уравнение можно представить как функцию ЭВзО 2-й системы, т.е.:

Уравнение взаимного ориентирование 2-й системы

$$\varphi(\Delta\alpha, \Delta\omega, \Delta\kappa, \tau', \nu') =$$

$$= y_1(Z_2' + fY_2') - (x_1 Z_2' + fX_2')tg\tau' + (x_1 Y_2' - X_2' y_1)\frac{tg\nu'}{\cos\tau'} = 0.$$

Зависимость – это строгое уравнение взаимного ориентирования 2-м способом в развёрнутом виде. Его необходимо привести к линейному виду, затем определить частные производные – коэффициенты уравнений поправок, а также свободные члены этих уравнений, которые вычисляют по приближённым ЭВзО, используя уравнение. После этого составляют и решают нормальные уравнения и вычисляют последовательными приближениями неизвестные. Иначе, принципиально определение ЭВзО 2-й группы ничем не отличается от определения ЭВзО 1-й группы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Элементы взаимного ориентирования стереопары фотоснимков имеют практическое значение, так как позволяют установить фотоснимки в такое взаимное положение при котором каждая пара одноимённых проектирующих лучей пересекается, т.е. может быть построена модель местности.

Определив зависимости (уравнения взаимного ориентирования), связывающие ЭВзО и плоские координаты точек фотоснимков, стало очевидным, что для определения ЭВзО достаточно той информации, которая содержится в самой стереопаре.

Уравнения взаимного ориентирования служат теоретической основой способов определения ЭВзО фотоснимков стереопары.

Теоретические основы взаимного ориентирования стереопары фотоснимков свидетельствуют о возможности установки фотоснимков в такое взаимное положение (как в моменты фотографирования), при котором каждая пара одноимённых проектирующих лучей пересекается. Это положение может быть зафиксировано ЭВзО.

ЭВзО могут быть определены по стереопаре без всяких дополнительных данных (необходимо измерить плоские прямоугольные координаты точек фотоснимков и иметь ЭВнО). Это означает , что для построения модели достаточно самой стереопары.

По стереопаре фотоснимков могут быть определены ЭВзО как