

### 3 Вариант

#### 1 Задача 1

Упростить выражение:

$$\left( \frac{5}{t^2 - 2t - tx + 2x} - \frac{1}{8 - 8t + 2t^2} \cdot \frac{20 - 10t}{x - 2} \right) \cdot \frac{tx^3 - 8t - x^4 + 8x}{25x^2 + 50x + 100}$$

В ответе указать значение полученного выражения при  $t = \frac{1}{5}$ ,  $x = \frac{1}{3}$ . В случае необходимости ответ округлить до сотых.

$$2) \frac{5}{t(t-2) - x(t-2)} - \frac{1}{2(t-2)^2} \cdot \frac{10(2-t)}{x-2}$$

$$\frac{5}{t(t-2) - x(t-2)} - \frac{5}{(2-t) \bullet (x-2)} = \frac{5}{t(t-2) - x(t-2)} + \frac{5}{(t-2) \bullet (x-2)} =$$

$$\frac{5x - 10 + 5t - 5x}{(t-2)(t-x)(x-2)} = \frac{5(t-2)}{(t-2)(t-x)(x-2)} = \frac{5}{(t-x)(x-2)}$$

**1****Задача 1**

Упростить выражение:

$$\left( \frac{5}{t^2 - 2t - tx + 2x} - \frac{1}{8 - 8t + 2t^2} \cdot \frac{20 - 10t}{x - 2} \right) \cdot \frac{tx^3 - 8t - x^4 + 8x}{25x^2 + 50x + 100}$$

В ответе указать значение полученного выражения при  $t = \frac{1}{5}$ ,  $x = \frac{1}{3}$ . В случае необходимости ответ округлить до сотых.

$$\frac{1}{2(t-2)^2} \cdot \frac{10(2-t)}{x-2}$$

$$\frac{1}{2(t-2)^2} \cdot \frac{10(2-t)}{x-2}$$

3 Вариант  
3 Вариант

1

1 Задача 1

Упростить выражение:

$$\left( \frac{5}{t^2 - 2t - tx + 2x} - \frac{1}{8 - 8t + 2t^2} \cdot \frac{20 - 10t}{x - 2} \right) \cdot \frac{tx^3 - 8t - x^4 + 8x}{25x^2 + 50x + 100}$$

В ответе указать значение полученного выражения при  $t = \frac{1}{5}$ ,  $x = \frac{1}{3}$ . В случае необходимости ответ округлить до сотых.

3)

$$\frac{tx^3 - 8t - x^4 + 8x}{25x^2 + 50x + 100} = \frac{t(x^3 - 8) - x(x^3 - 8)}{25(x^2 + 2x + 4)} =$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$= \frac{(x^3 - 8)(t - x)}{25(x^2 + 2x + 4)} = \frac{(x - 2)(x^2 + 2x + 4)(t - x)}{25(x^2 + 2x + 4)} = \frac{(x - 2)(t - x)}{25}$$

$$(x^3 - 8) = (x - 2)(x^2 + 2x + 4)$$

$$4) \frac{5}{(t - x)(x - 2)} \cdot \frac{(x - 2)(t - x)}{25} = 0,2$$

## 2 Задача 2

Поезд шел из города А в город В, расстояние между которыми 600 км. Когда он прошел 75% всего пути, он был задержан на 15 мин, после чего машинист увеличил скорость на 20 км/час, и в результате поезд пришел в город В по расписанию. Чему равна начальная скорость поезда?

### 3 Задача 3

1)  $600 \cdot 0,75 = 450$  (км) – первая часть пути

2)  $600 - 450 = 150$  (км) – вторая часть пути

Пусть  $x \frac{\text{км}}{\text{ч}}$  скорость на первом участке пути, тогда  $(x+20) \frac{\text{км}}{\text{ч}} - v_2$

$\frac{600}{x}$  ч – время по расписанию.

1)

		<b>t, ч</b>	<b>s, км</b>
Первая часть пути	x	}	450
Вторая часть пути	x+20		150

## 2 Задача 2

Поезд шел из города А в город В, расстояние между которыми 600 км. Когда он прошел 75% всего пути, он был задержан на 15 мин, после чего машинист увеличил скорость на 20 км/час, и в результате поезд пришел в город В по расписанию. Чему равна начальная скорость поезда?

## 3 Задача 3

$$\frac{600}{x} - \left( \frac{450}{x} + \frac{150}{x+20} \right) = \frac{1}{4}$$

$$\frac{150}{x} - \frac{150}{x+20} = \frac{1}{4}$$

$$x^2 + 20x - 12000 = 0,$$

$$x_1 = 100$$

$x_2 = -120$  – не удовлетворяет условию задачи

Итак,  $100 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$  – начальная скорость поезда.

**Задача 6**  
В отделе работают 41 человек, из которых каждый знает хотя бы один иностранный язык. Английский знают 22 человека, немецкий 20 человек, французский – 19 человек, при этом 8 человек знают английский и французский, 8 человек – английский и немецкий и 7 человек – французский и немецкий. Сколько человек знают все три языка?

Всего

1)  $22 - 8 - 8 = 6 + x$  (ч) - только английский

2)  $20 - 8 - 7 = 5 + x$  (ч) - только немецкий

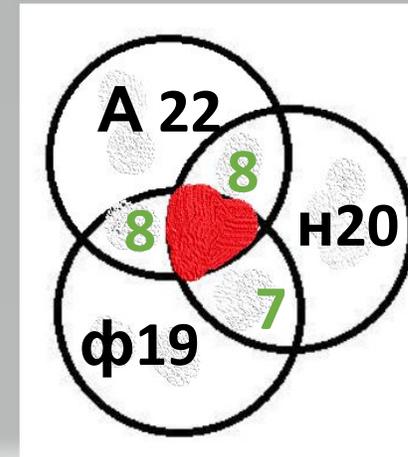
3)  $19 - 8 - 7 = 4 + x$  (ч) – только французский

4)  $6 + 5 + 4 + 3x + 8 + 8 + 7 - 2x = 38 + x$

$38 + x = 41,$

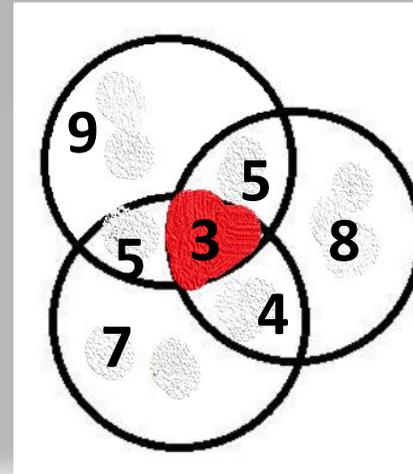
$x = 3$  (ч)

•

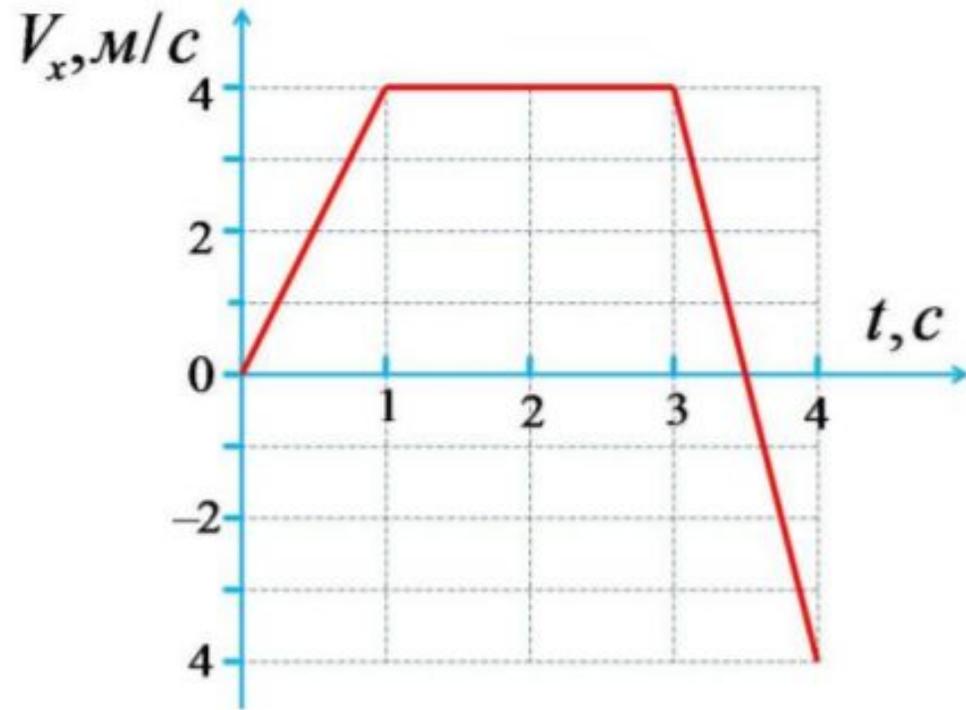


# Проверка

- 1)  $6+3=9$  – только английский
- 2)  $5+3=8$  – только немецкий
- 3)  $4+3=7$  – только французский
- $9+8+7+5+5+4+3 = 41$



## 8 Задача 8. Движение материальной точки



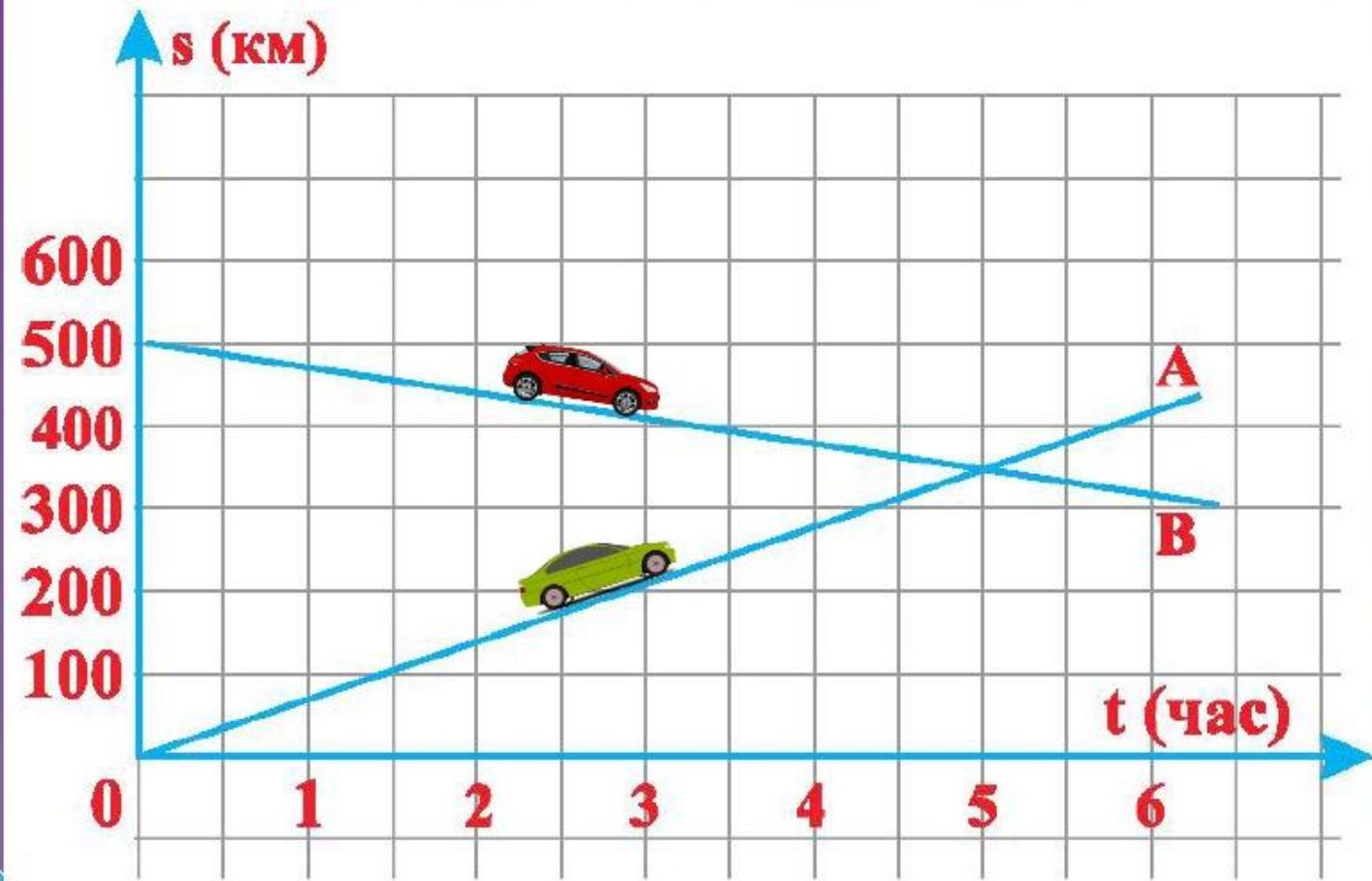
# Вариант 1

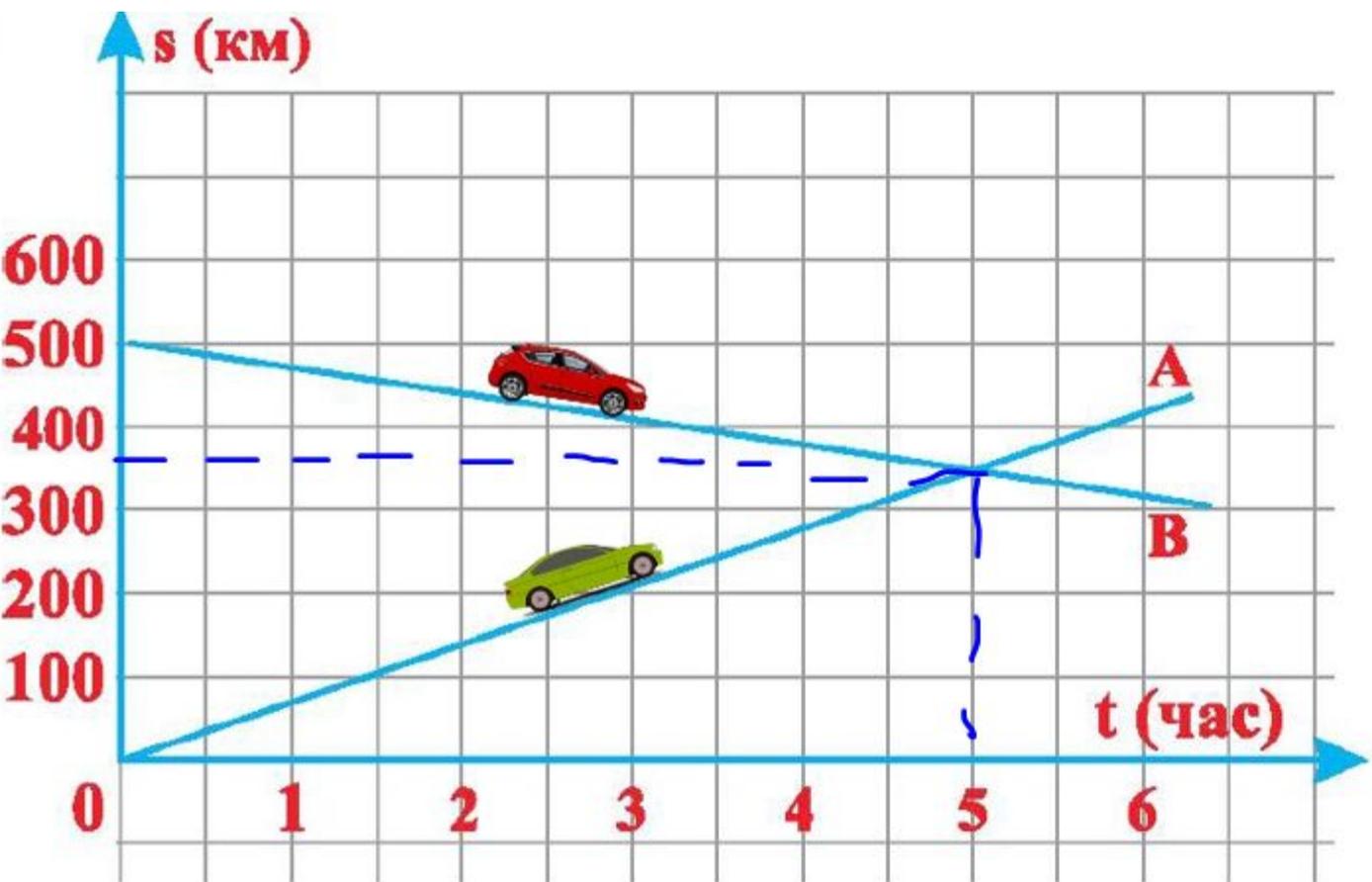
Материальная точка движется вдоль оси  $Ox$ . На рисунке показан график зависимости проекции её скорости от времени. Концы отрезков находятся точно в узлах координатной сетки. В момент начала отсчёта времени координата точки  $x_0 = -4$  м. Определите координату точки в момент времени  $t = 4$  с. Ответ вводите с точностью до десятых.

Введите ответ:

Координата точки в момент времени  $t = 4$  с,  $x =$  \_\_\_\_\_ м.  
\*\*\*\*\*

# График движения автомобиля

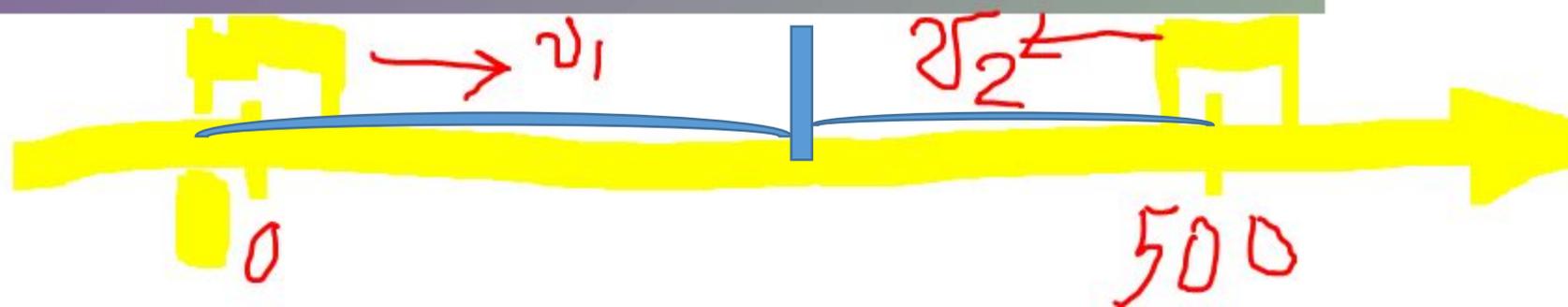




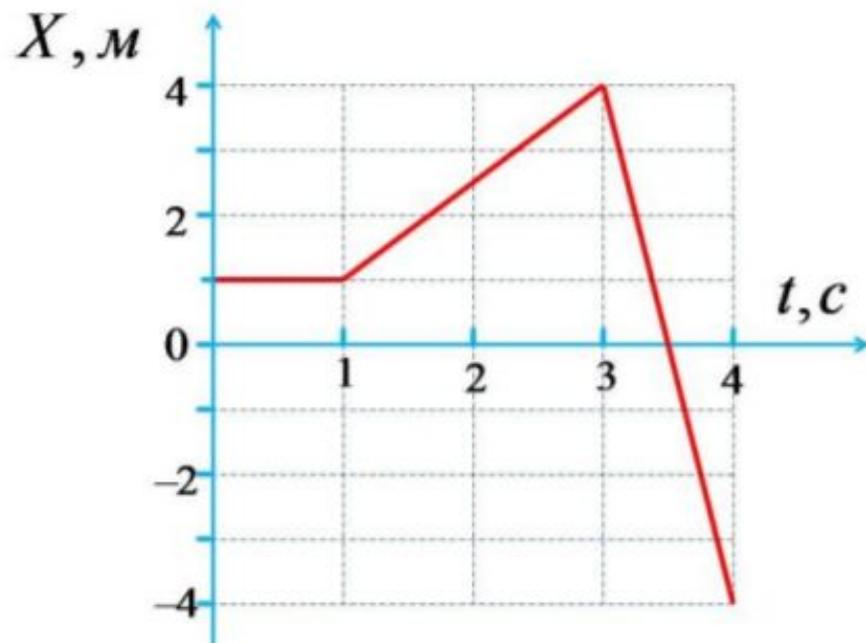
$$V_1 = 350 : 5 = 70 \text{ км/ч}$$

$$S_2 = 500 - 350 = 150 \text{ км}$$

$$V_2 = 150 : 5 = 30 \text{ км/ч}$$



## 8 Задача 8. Движение материальной точки



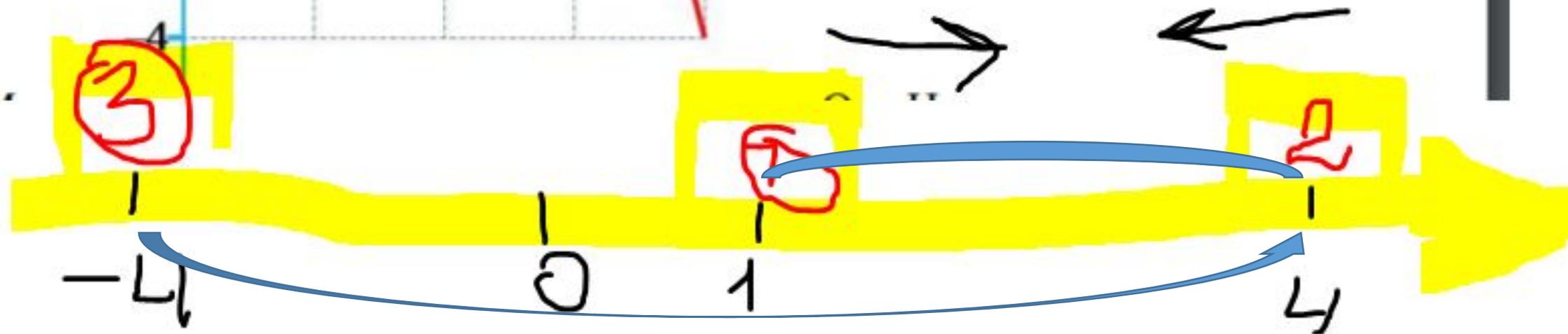
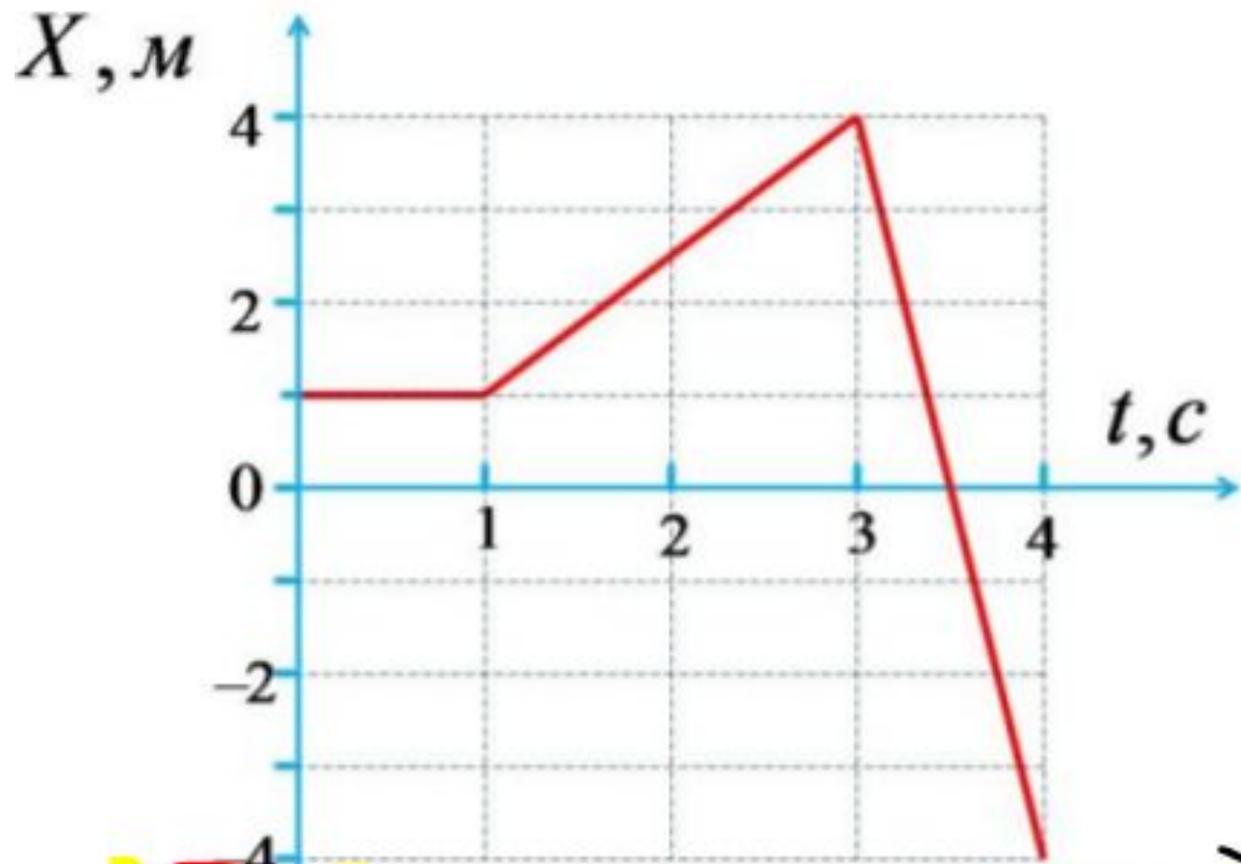
Материальная точка движется вдоль оси  $Ox$ . На рисунке показан график зависимости её координаты от времени. Концы отрезков находятся точно в узлах координатной сетки. Определите среднюю путевую скорость точки (отношение всего пройденного пути ко всему затраченному времени) в интервале времени от 0 до 4с. Ответ вводите с точностью до сотых.

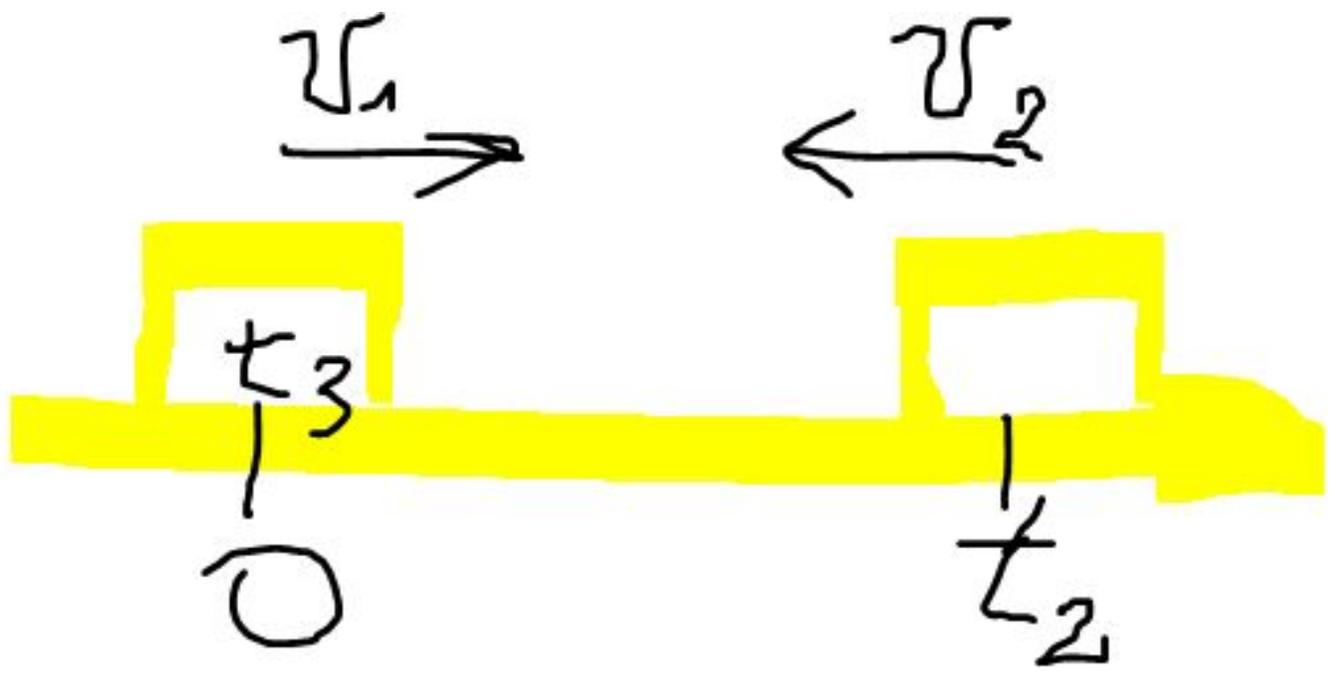
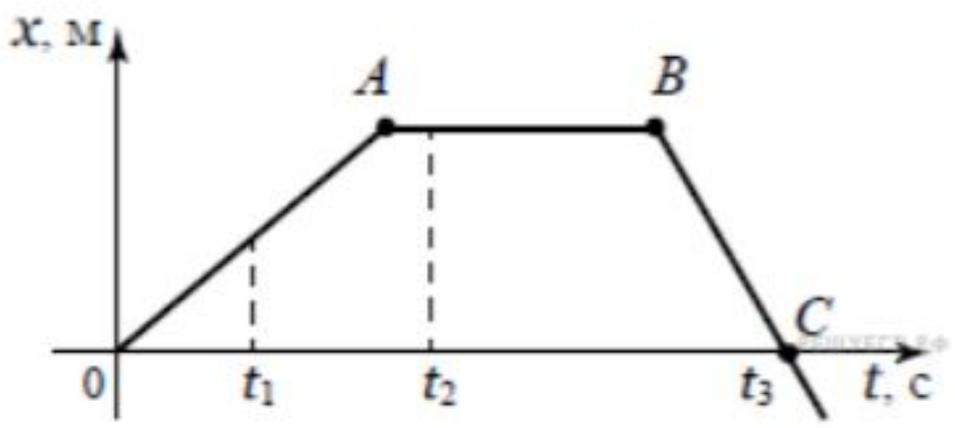
Введите ответ:

Средняя путевая скорость точки за интервал времени от 0 до 4с,

$$V_{cp} = \text{****} \text{ м/с.}$$

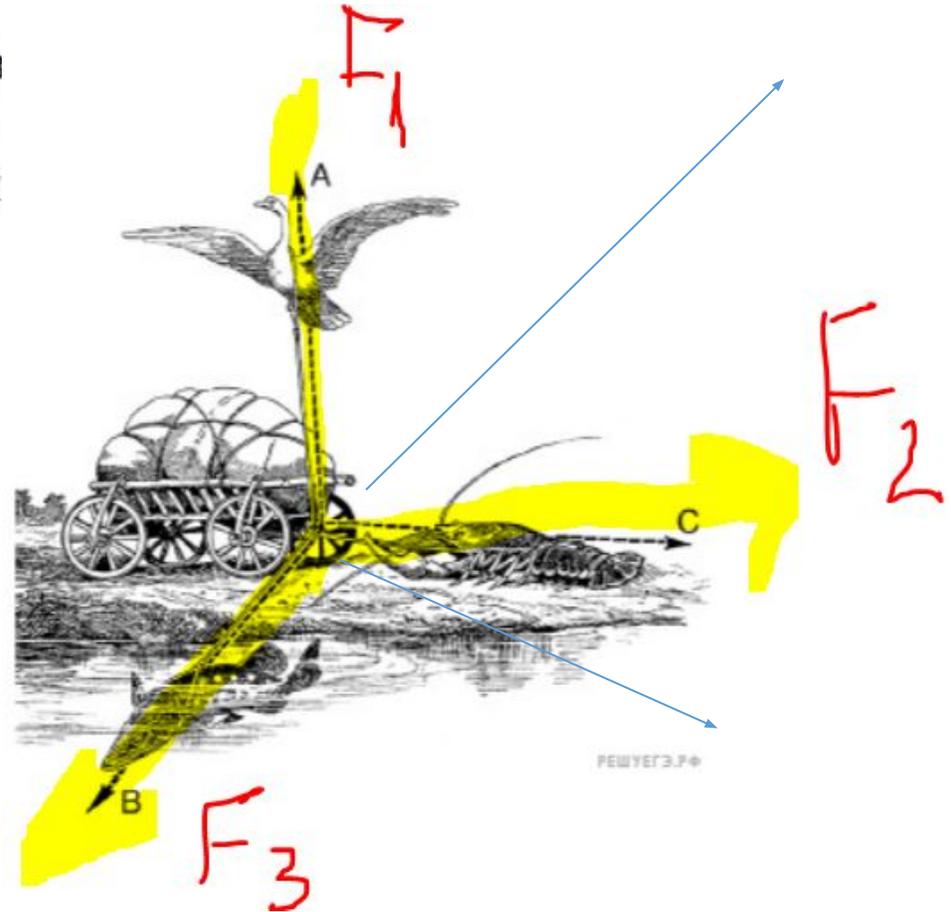
# Вариант 3





# Задача 4

Рассмотрите иллюстрацию к басне И. А. Крылов «Ворона и лисица». Верно ли, что в результате действия сил, приложенных возу, он останется и «ныне там»? Или всё-таки героя басни удастся его сдвинуть? Ответ поясните.



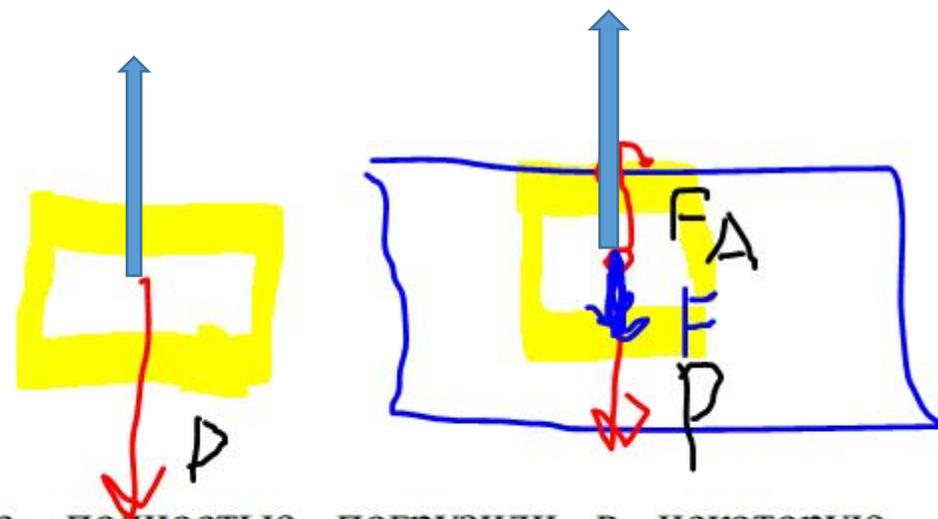
## 6. Задание 10 № 10

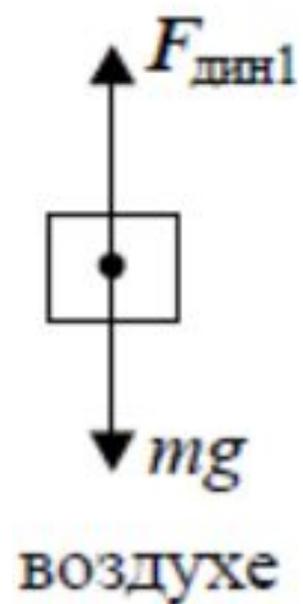
Сплошной кубик, подвешенный на динамометре, полностью погрузили в некую жидкость. При этом показания динамометра уменьшились в 3 раза по сравнению с показаниями, когда кубик находился в воздухе. Определите отношение плотности материала, из которого изготовлен кубик, к плотности жидкости. Обозначьте силы, действующие на кубик в воздухе и в жидкости.

$$F = P - F_a,$$
$$F_a = 2/3 P$$

## 6. Задание 10 № 10

Сплошной кубик, подвешенный на динамометре, полностью погрузили в некоторую жидкость. При этом показания динамометра уменьшились в 3 раза по сравнению с теми показаниями, когда кубик находился в воздухе. Определите отношение плотности материала, из которого изготовлен кубик, к плотности жидкости. Обозначьте силы, действующие на кубик в воздухе и в жидкости.





$$2\rho_{\text{куб}} = 3\rho_{\text{жидк}},$$

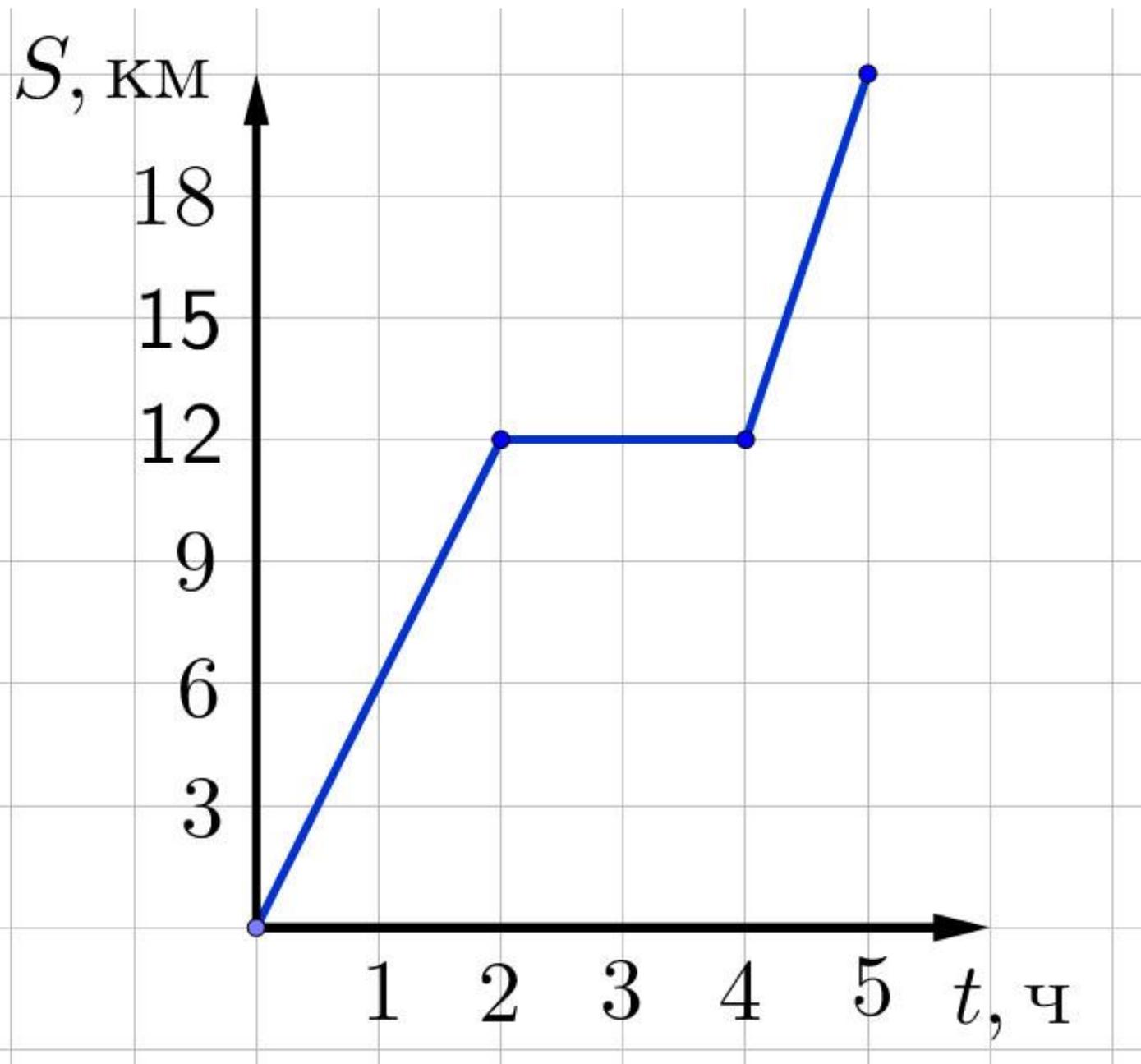
$$\rho_{\text{куб}} / \rho_{\text{жидк}} = 1,5.$$

$$F_{\text{дин1}} = mg = \rho_{\text{куб}} V g,$$

$$F_{\text{дин2}} = mg - F_A = \rho_{\text{куб}} V g - \rho_{\text{жидк}} V g,$$

дин2, И ЗНАЧИТ,

$$\rho_{\text{куб}} V g = 3(\rho_{\text{куб}} V g - \rho_{\text{жидк}} V g),$$



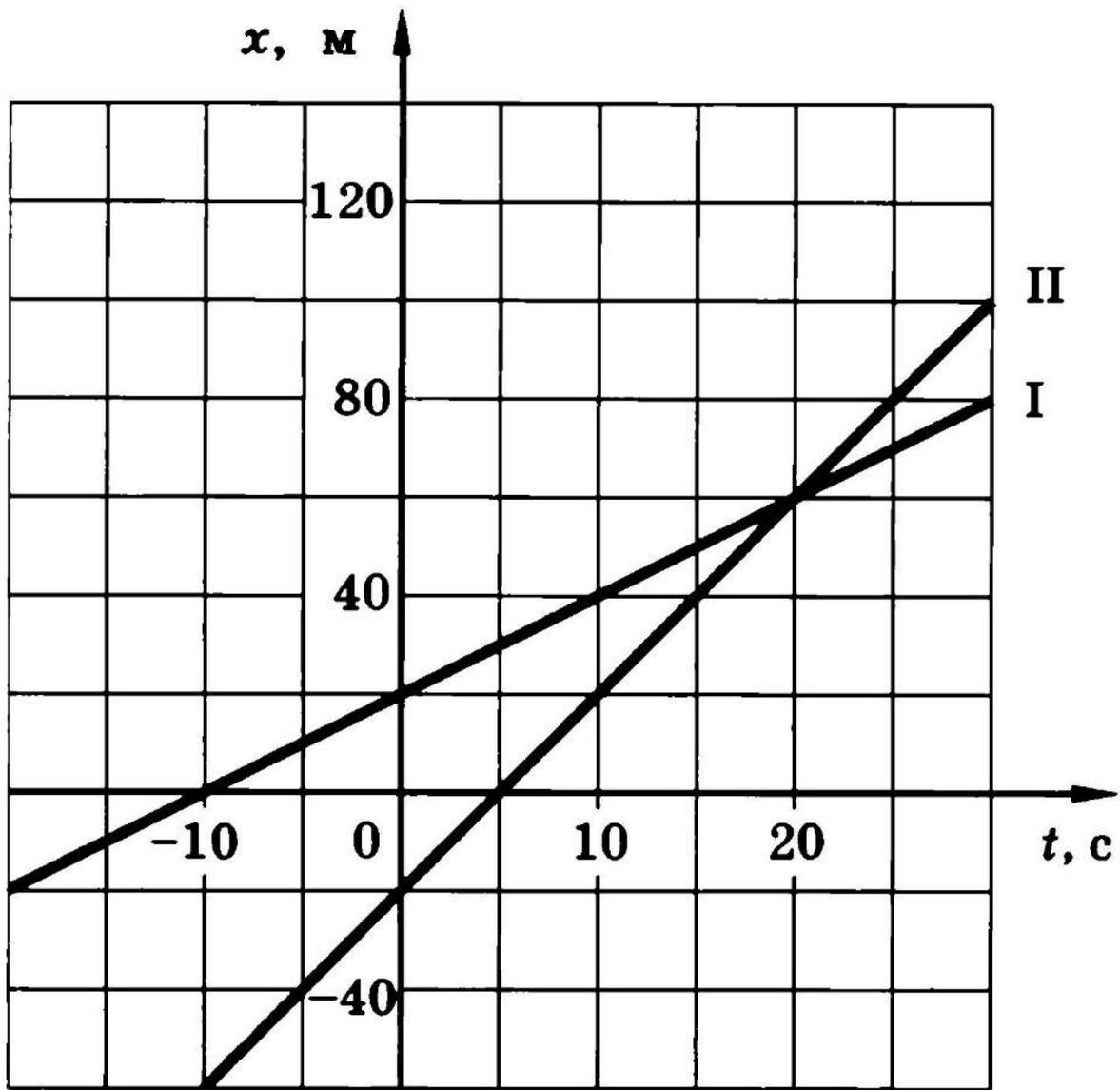
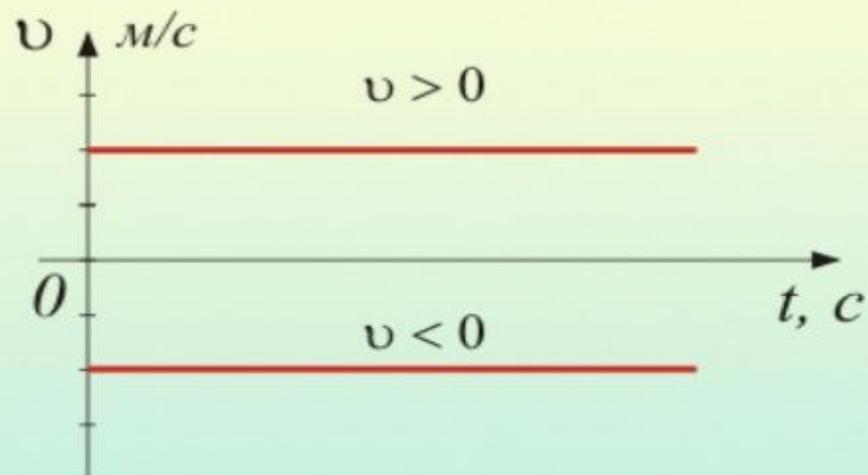


Рис. 10

# График равномерного движения

Графическое представление равномерного движения



$$v = \text{const}$$

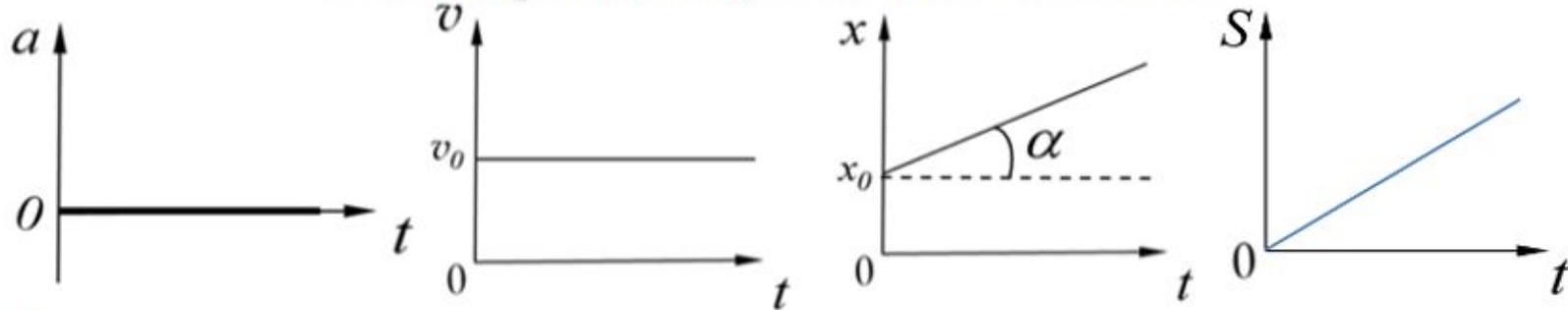
Путь численно равен площади прямоугольника



$$S = v \cdot t$$

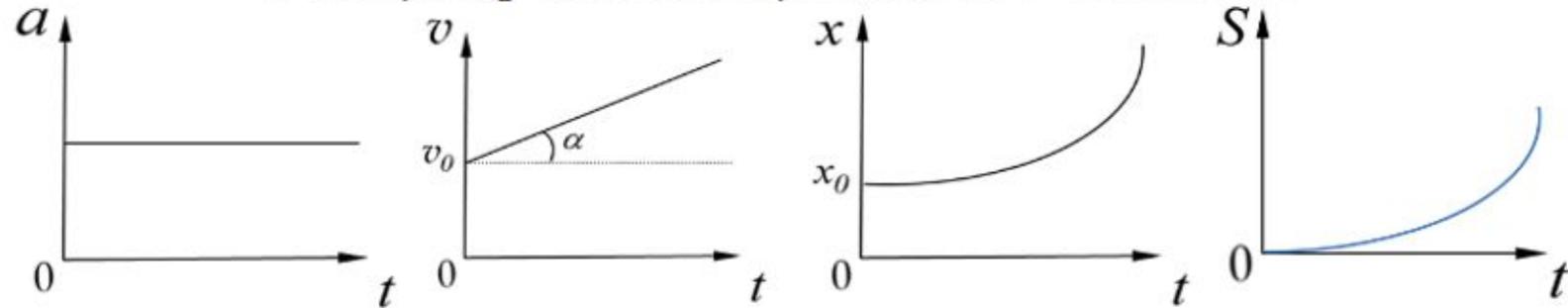
## Графики механического движения

### Равномерное поступательное движение



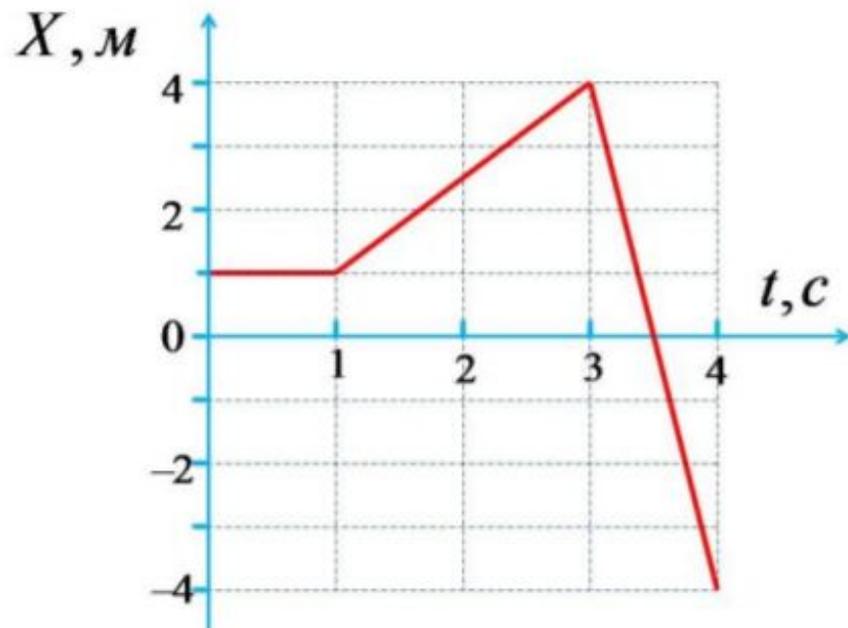
При равномерном движении скорость тела изменяется по закону  $v = const$ , а пройденный телом путь, -  $S = vt$ .  **$X = x_0 + vt$**

### Равноускоренное поступательное движение



При равноускоренном движении скорость тела изменяется по закону  $v = v_0 + at$ , а пройденный телом путь, -  $S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$ .  **$X = x_0 + v_0 t + at^2/2$**

### Задача 8. Движение материальной точки



Материальная точка движется вдоль оси  $Ox$ . На рисунке показан график зависимости её координаты от времени. Концы отрезков находятся точно в узлах координатной сетки. Определите среднюю путевую скорость точки (отношение всего пройденного пути ко всему затраченному времени) в интервале времени от 0 до 4с. Ответ вводите с точностью до сотых.

Введите ответ:

Средняя путевая скорость точки за интервал времени от 0 до 4с,

$V_{cp} =$  \_\_\_\_\_ м/с.  
\*\*\*\*\*

## Вариант 3

$$S_1 = 0 \text{ м}, S_2 = 4 - 1 = 3 \text{ (м)}$$

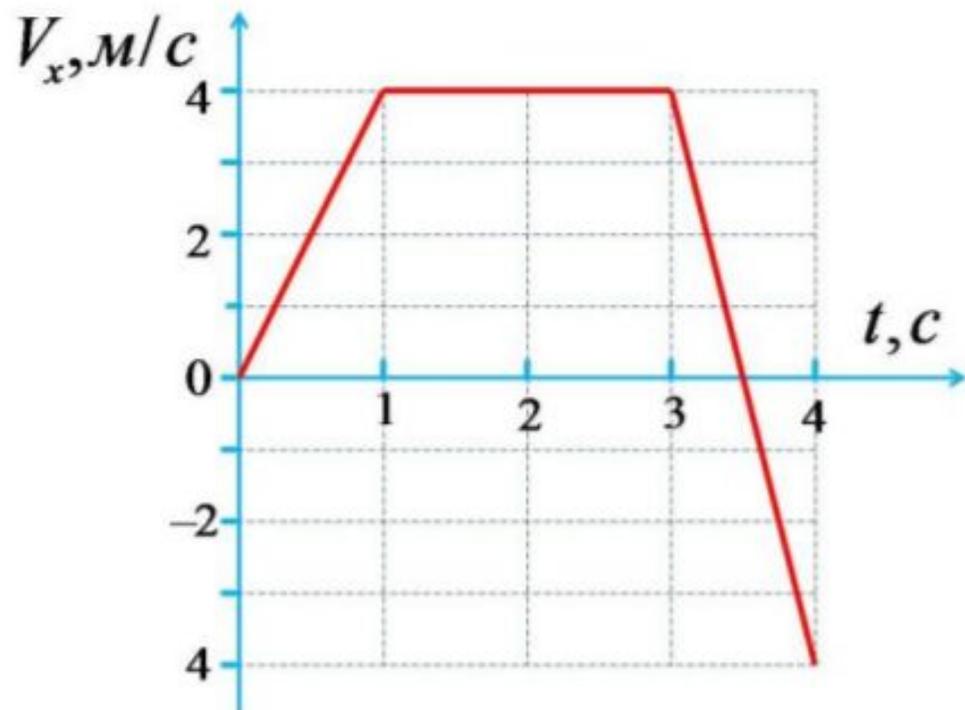
$$S_{3x} = -4 - 4 = -8, S_3 = 8 \text{ (м)}$$

$$S = 3 + 8 = 11 \text{ (м)},$$

$$v_{cp} = 11/4 = 2,75 \text{ м/с}$$

8

## Задача 8. Движение материальной точки



Материальная точка движется вдоль оси  $Ox$ . На рисунке показан график зависимости проекции её скорости от времени. Концы отрезков находятся точно в узлах координатной сетки. В момент начала отсчёта времени координата точки  $x_0 = -4$  м. Определите координату точки в момент времени  $t = 4$  с. Ответ вводите с точностью до десятых.

Введите ответ:

Координата точки в момент времени  $t = 4$  с.  $x =$       м.

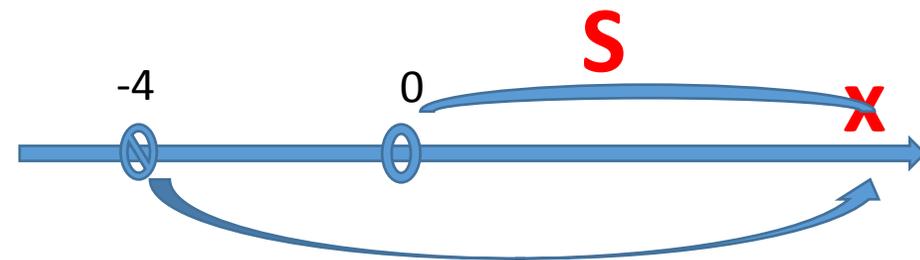
$$X = x_0 + v_0 t + at^2/2$$

$$X = x_0 +$$

$$vt \quad S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

$$X = x_0 +$$

S



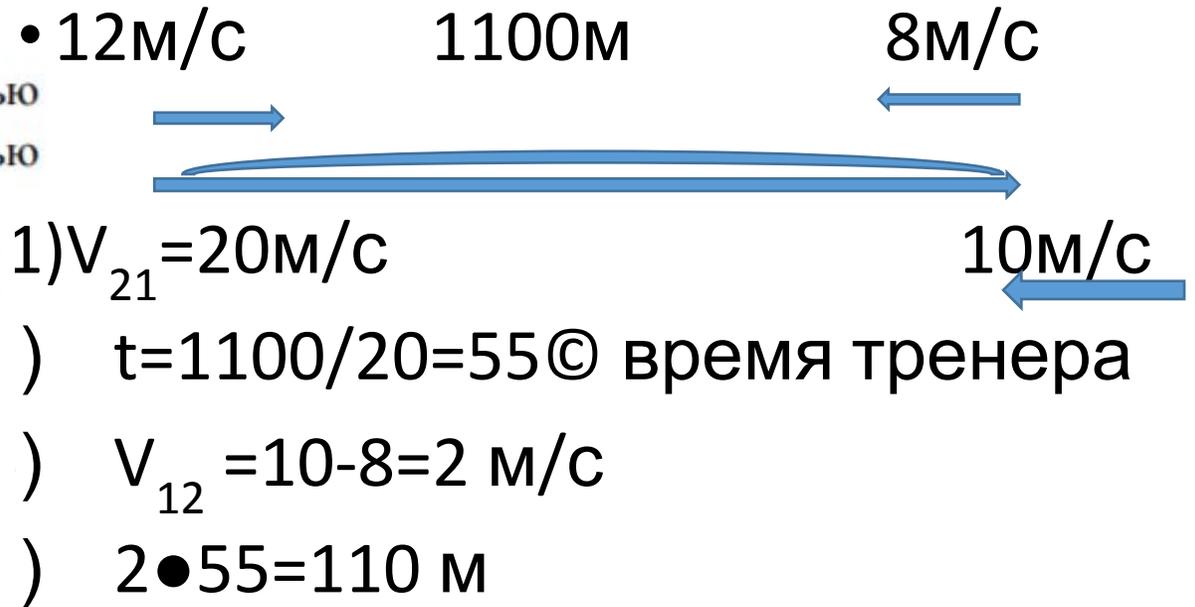
)

### Задача 9. Спортсмены бегут колонной

Велосипедисты едут колонной длиной  $L = 1100$  м со скоростью  $V_1 = 12$  м/с. Навстречу едет тренер со скоростью  $V_2 = 8$  м/с. Каждый спортсмен, поравнявшись с тренером, разворачивается и едет обратно со скоростью на  $\Delta V_1 = 2$  м/с меньшей, чем прежде. Какова будет длина колонны, когда все спортсмены развернутся? Ответ вводите с точностью до десятых.

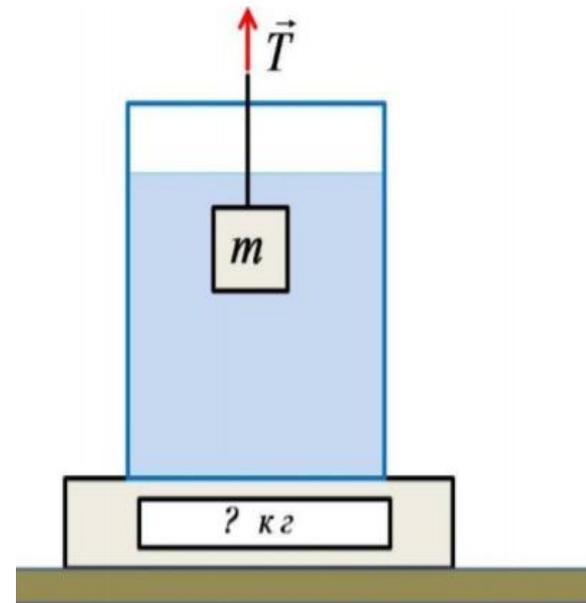
Введите ответ:

Новая длина колонны  $L_1 =$  \_\_\_\_\_ м.  
\*\*\*\*



### 11 Задача 11. Сосуд на весах

На весах стоит сосуд с водой. Весы показывают  $m_1 = 5.275 \text{ кг}$ . В воду опустили куб из металлического сплава, так что он не касается дна и стенок сосуда. Масса куба  $m = 0.600 \text{ кг}$ . Сила натяжения нити, удерживающей куб,  $T = 4.75 \text{ Н}$ . Определите новое показание весов  $m_2$ . Плотность воды  $\rho_в = 1000 \text{ кг} / \text{м}^3$ . Ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м} / \text{с}^2$ . Ответ вводите с



стью до тысячных.

$$T + F_a = F_t$$
$$F_a = F_t - T,$$

$$F_a = 6\text{Н} - 4,75$$

$$\text{Н} = 1,25\text{Н}$$

$$F_a = \Delta P$$

$$M_2 = 5,275 + 0,125 =$$
$$= 5,4 \text{ кг}$$

## Задача 5

Решить неравенство:  $\frac{|x-6|}{2x-|x+3|} \leq 1.$

### Модуль числа

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{если } a > 0; \text{ (положительное)} \\ 0, & \text{если } a = 0; \\ -a, & \text{если } a < 0 \text{ (отрицательное)} \end{cases}$$

- $|-1,5| = 1,5$
- $|2,4| = 2,4$
- $|-7| = 7$
- $|0| = 0$



## Задача 5 – 1 вариант

- Метод перебора.

Применительно к неравенствам с модулем выглядит он так:

- Выписать все подмодульные выражения и приравнять их к нулю;
- Решить полученные уравнения и отметить найденные корни на одной числовой прямой;
- Прямая разобьётся на несколько участков, внутри которого каждый модуль имеет фиксированный знак и потому однозначно раскрывается;
- Решить неравенство на каждом таком участке (можно отдельно рассмотреть корни-границы, полученные в пункте 2 — для надёжности). Результаты объединить — это и будет ответ. :)

**Правило раскрытия модуля  
выглядит так:**

$$|f(x)| = f(x), \quad \text{если } f(x) \geq 0, \text{ и}$$

$$|f(x)| = -f(x), \quad \text{если } f(x) < 0$$

# Задача 5 - 3 вариант Неравенства с модулем.

## 5 Задача 5

Решить неравенство:  $\frac{x+1}{2|x-1|-|x+2|} \geq 1.$

**Правило раскрытия модуля  
выглядит так:**

$$|f(x)| = f(x), \text{ если } f(x) \geq 0, \text{ и}$$

$$|f(x)| = -f(x), \text{ если } f(x) < 0$$

- Метод перебора.
- Применительно к неравенствам с модулем выглядит он так:
- Выписать все подмодульные выражения и приравнять их к нулю;
- Решить полученные уравнения и отметить найденные корни на одной числовой прямой;
- Прямая разобьётся на несколько участков, внутри которого каждый модуль имеет фиксированный знак и потому однозначно раскрывается;
- Решить неравенство на каждом таком участке (можно отдельно рассмотреть корни-границы, полученные в пункте 2 — для надёжности). Результаты объединить — это и будет ответ. :)

5 Задача 5

# Задача 5

Решить неравенство:  $\frac{x+1}{2|x-1|-|x+2|} \geq 1.$

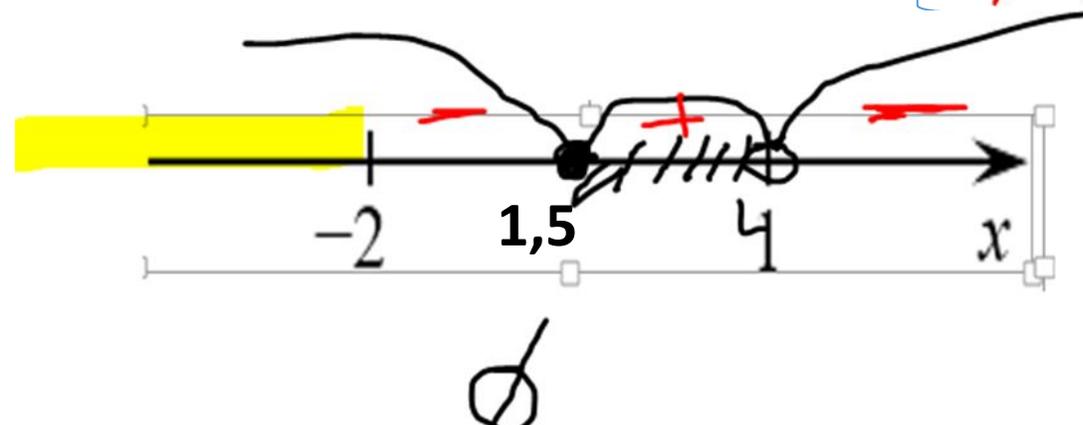
- Выпишем все подмодульные выражения и приравняем их к нулю:  $x-1=0$ ,  $x+2=0$   $x=1$  и  $x=-2$

Итого у нас два корня, которые разбивают числовую прямую на три участка, внутри которых каждый модуль раскрывается

- 1) Пусть  $x < -2$ , тогда оба подмодульных выражения отрицательны, и исходное неравенство перепишется так

$$\frac{x+1}{-2(x-1)+(x+2)} \geq 1, \quad \frac{x+1}{4-x} \geq 1$$

$$\frac{x+1}{4-x} - 1 \geq 0, \quad \frac{2x-3}{4-x} \geq 0, \quad \left\{ \begin{array}{l} x=1,5 \\ x \neq 4 \end{array} \right.$$



### 5 Задача 5

Решить неравенство:  $\frac{x+1}{2|x-1|-|x+2|} \geq 1$ .



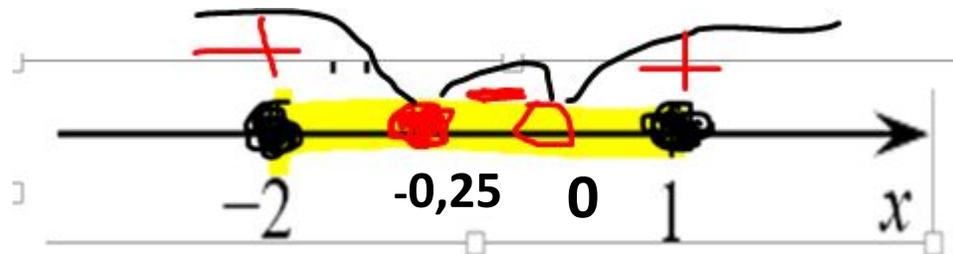
Таким образом, получаем  
 **$[-0,25; 0)$**

Пусть теперь  $-2 < x < 1$   
 ПРАВЫЙ модуль уже раскроется с «плюсом»,  
 но левый — всё ещё с «минусом».

Имеем:  $\frac{x+1}{-2(x-1)-(x+2)} \geq 1$ ,

$$\frac{x+1}{-2x+2-x-2} \geq 1, \frac{x+1}{-3x} \geq 1, \frac{x+1}{-3x} - 1 \geq 0,$$

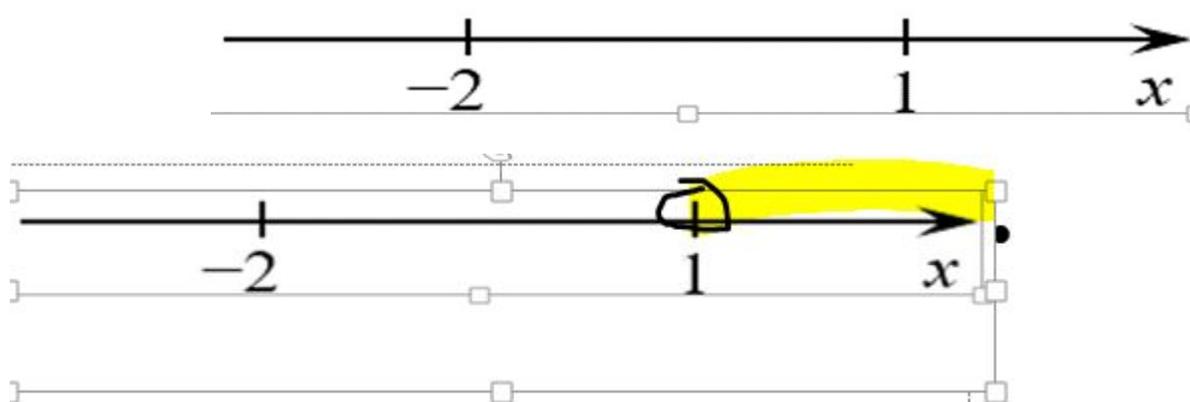
$$\frac{4x+1}{3x} \leq 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} x = -0,25, \\ x \neq 0 \end{array} \right.$$



5 Задача 5

Решить неравенство:  $\frac{x+1}{2|x-1|-|x+2|} \geq 1$ .

3)  $x > 1$

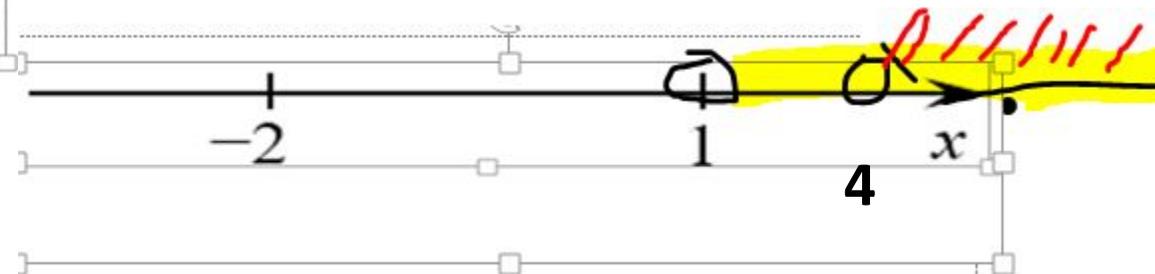


$$\frac{x+1}{2(x-1)-(x+2)} \geq 1,$$

$$\frac{x+1}{2x-2-x-2} \geq 1,$$

$$\frac{x+1}{x-4} \geq 1, \quad \frac{x+1}{x-4} - 1 \geq 0, \quad \frac{5}{x-4} \geq 0$$

Т.к.  $5 > 0$ , то  $x-4 > 0$ ,  $x > 4$



Т.е.  $(4; \infty)$  решение неравенства на третьем интервале.

Объединяя все случаи, получаем ответ

$$[-0,25; 0) \cup (4; \infty)$$

# Преобразование иррациональных выражений

Задача 3

Вычислить  $\frac{\sqrt{8-4\sqrt{3}}}{4\sqrt{2}-2\sqrt{6}} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{8+4\sqrt{3}}}$ .

The handwritten solution on the right side of the page shows the following steps:

$$\frac{\sqrt{4(2-\sqrt{3})}}{2\sqrt{2}(\sqrt{2-\sqrt{3}})^2} - \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}\sqrt{2+\sqrt{3}}} =$$
$$\frac{2\sqrt{2}\sqrt{3}}{2\sqrt{2}(\sqrt{2-\sqrt{3}})^2} - \frac{1}{\sqrt{2}\sqrt{2+\sqrt{3}}} =$$
$$= \frac{1}{\sqrt{2}(\sqrt{2-\sqrt{3}})} - \frac{1}{\sqrt{2}\sqrt{2+\sqrt{3}}} =$$
$$= \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}} - \sqrt{2-\sqrt{3}}}{\sqrt{2}(\sqrt{2-\sqrt{3}})\sqrt{2+\sqrt{3}}} = \frac{A}{\sqrt{2} \cdot 1}$$

Найдем  $A^2$ :

$$(\sqrt{2+\sqrt{3}} - \sqrt{2-\sqrt{3}})^2 = 2+\sqrt{3} - 2\sqrt{2+\sqrt{3}}\sqrt{2-\sqrt{3}} + 2-\sqrt{3} = 2 - 2 + 2 = 2 \Rightarrow$$
$$A^2 = 2; \quad A = \sqrt{2}$$
$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 1$$

$$\frac{\sqrt{4(2-\sqrt{3})}}{2\sqrt{2}(2-\sqrt{3})} - \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2+\sqrt{3}}} =$$

$$\frac{2\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2\sqrt{2}(\sqrt{2-\sqrt{3}})^2} - \frac{1}{\sqrt{2}\sqrt{2+\sqrt{3}}} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}(\sqrt{2-\sqrt{3}})} - \frac{1}{\sqrt{2}\sqrt{2+\sqrt{3}}} =$$

$$= \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}} - \sqrt{2-\sqrt{3}}}{\sqrt{2}(\sqrt{2-\sqrt{3}})\sqrt{2+\sqrt{3}}} = \frac{A}{\sqrt{2} \cdot 1}$$

Hauigen  $A^2$ :

$$(\sqrt{2+\sqrt{3}} - \sqrt{2-\sqrt{3}})^2 = 2+\sqrt{3} - 2\sqrt{2+\sqrt{3}}\sqrt{2-\sqrt{3}} + 2-\sqrt{3} = 2 - 2 + 2 = 2 \Rightarrow$$

$$A^2 = 2; \quad A = \sqrt{2}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 1$$

$$\frac{\sqrt{9-4\sqrt{5}}}{(4\sqrt{5}-9)} + \frac{1}{\sqrt{9+4\sqrt{5}}}$$

$$9-4\sqrt{5} \geq 0$$

$$\frac{\sqrt{9-4\sqrt{5}}}{(\sqrt{9-4\sqrt{5}})^2} + \frac{1}{\sqrt{9+4\sqrt{5}}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{9-4\sqrt{5}}} + \frac{1}{\sqrt{9+4\sqrt{5}}} = \frac{\sqrt{9+4\sqrt{5}} + \sqrt{9-4\sqrt{5}}}{\sqrt{81-80}}$$

мы введем  $\sqrt{9+4\sqrt{5}} + \sqrt{9-4\sqrt{5}} = A$ , найдем  $A^2$

$$A^2 = (9+4\sqrt{5} + 2\sqrt{1+9-4\sqrt{5}}) = 20$$

$$A = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$\sqrt{(2+\sqrt{5})^2} + \sqrt{(2-\sqrt{5})^2} = 2+\sqrt{5} + |2-\sqrt{5}| = 2+\sqrt{5} - 2+\sqrt{5} = 2\sqrt{5}$$

$$9+4\sqrt{5} = 9 + \frac{2 \cdot 2\sqrt{5}}{a \cdot b} = (2+\sqrt{5})^2$$

$$(\sqrt{x})^2 = |x|$$

$$(a-a)^2 = (a-x)^2$$

### Задача 12. Испарение и замерзание воды

Под колокол воздушного насоса поместили  $m_1 = 1.50$  кг воды, имеющей температуру  $t_1 = 0^\circ\text{C}$  и начали откачивать воздух. Из-за быстрого испарения вода стала замерзать. Удельная теплота плавления льда  $\lambda = 3.3 \cdot 10^5$  Дж/кг, удельная теплота парообразования воды  $\tau = 2.3 \cdot 10^6$  Дж/кг. Определите, какая часть воды  $x$  испарится в процессе замерзания. Ответ вводите с точностью до тысячных.

Дано

$$m = 1,5 \text{ кг}$$

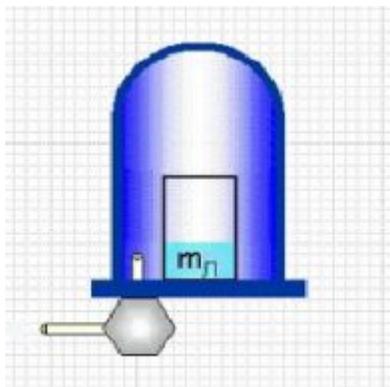
$$t = 0^\circ$$

$$\lambda = 3,3 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}$$

$$r = 2,3 \cdot 10^6 \text{ Дж/кг}$$

Найти –  $x$ , часть

испарившейся воды



$Q_1 = xL$  - количество теплоты, забранное испарившейся водой  
 $Q_2 = (m-x)\lambda$  - количество теплоты, выделяющееся при отвердевании воды.

$$Q_1 = Q_2, \quad xr = (m-x)\lambda,$$

$$xL = m\lambda - x\lambda,$$

$$x(L + \lambda) = \lambda m,$$

$$x = \frac{m\lambda}{L + \lambda}, \text{ при условии, что вся вода}$$

замерзнет, но из условия задачи ясно, что это не так

- Рассмотрим другой случай- не вся вода замерзнет.

X- испарится, y –останется воды,  
(m-x-y) – замерзнет, тогда

$$(m-x-y) \lambda = x r,$$

$$m \lambda - x \lambda - y \lambda = x r,$$

$$\lambda(m-y) = x (r + \lambda)$$

$$x = \frac{\lambda(m-y)}{r + \lambda}, \quad x = \frac{(m-y) 3,3 \cdot 10^5}{3,3 \cdot 10^5 + 2,3 \cdot 10^6}$$

- $x = 0,125(m-y)$  или

- $8x = (m-y)$

X – в 8 раз меньше, чем испарится и замерзнет, т.е. испарится в 7 раз меньше, чем замерзнет

- X

- Испарится

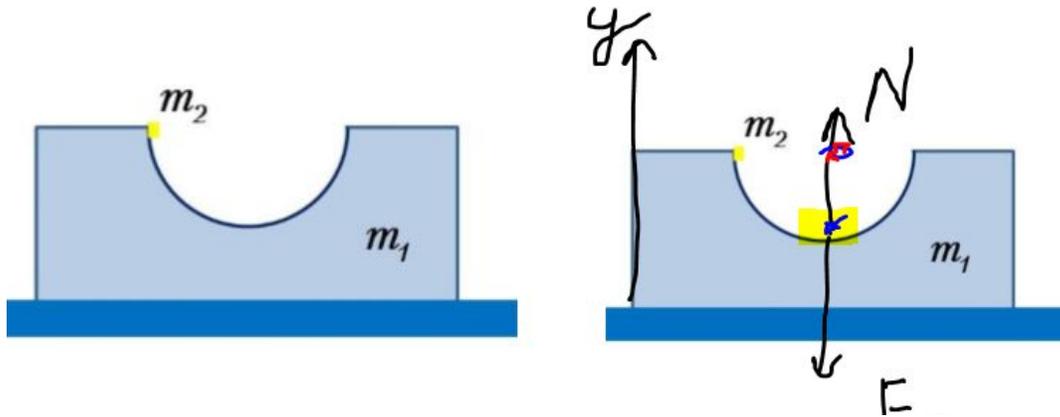
- 3

- замерзнет

- y-

- останется

# Задача 10



Подставка массой  $m_1 = 6.25$  кг с полуцилиндрической выемкой стоит на гладком горизонтальном столе. Тело массой  $m_2 = 3.75$  кг кладут на край выемки и отпускают. С какой силой  $F$  тело давит на подставку в тот момент, когда оно проходит нижнюю точку выемки? Трением пренебречь. Ускорение свободного падения  $g = 10$  м / с<sup>2</sup>. Ответ вводите с точностью до десятых.

- 1)  $-mg + N = ma$

$$-mg + N = \frac{m v^2}{R}$$

$N = \frac{m v^2}{R} + mg$ , по третьему закону Ньютона,

$$F = N$$

По закону сохранения энергии

$$mgR = \frac{m v^2}{2}, \text{ откуда } v^2 = 2gR$$

### Задача 7

Найти положительные значения параметра  $a$ , при которых график функции  $y = |x^2 - 8x - a^2 - a + 18|$  имеет ровно три общих точки с прямой  $y = 4$ .

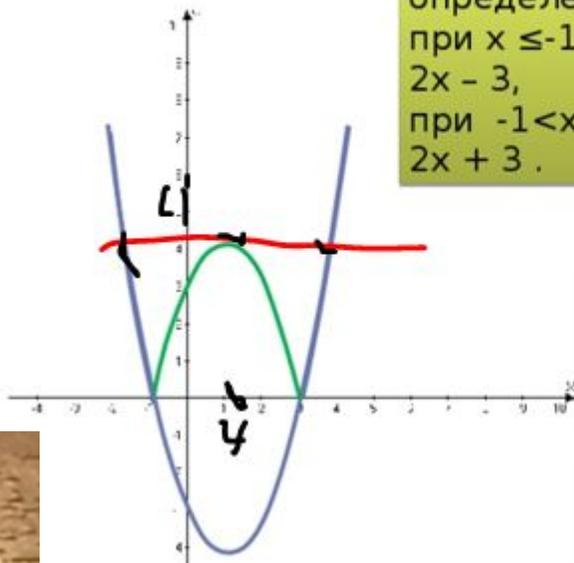
$y = x^2 - 8x - a^2 - a + 18$  - квадратичная функция, графиком является парабола, ветви которой направлены вверх.

$y = x^2 - 8x - (a^2 + a - 18)$

Найдем абсциссу вершины параболы

$$x_0 = \frac{-b}{2a}, \quad x_0 = \frac{8}{2}, \quad x_0 = 4.$$

$$y = |x^2 - 2x - 3|$$



**Решение:** По определению модуля:  
при  $x \leq -1$  и  $x \geq 3$   $y = x^2 - 2x - 3$ ,  
при  $-1 < x < 3$   $y = -x^2 + 2x + 3$ .

Исходя из этого алгоритма сформулировано правило:  
Для построения графика функции  $y = |f(x)|$  для всех  $x$  из области определения, надо ту часть графика функции  $y = f(x)$ ,

$y = x^2 - 8x - a^2 - a + 18$  - квадратичная функция, графиком которой является парабола, ветви которой направлены вверх.

$$y = x^2 - 8x - (a^2 + a - 18)$$

Найдем абсциссу вершины параболы

$$x_0 = \frac{-b}{2a}, \quad x_0 = \frac{8}{2}, \quad x_0 = 4.$$

$$x_0 = \frac{-b}{2a}, x_0 = \frac{8}{2}, x_0 = 4$$

Чтобы график функции имел  
вершину в области между  
прямой  $y=4$ , необходимо,  
чтобы вершина "отраженной"  
параболы находилась в  
точке  $A(4,4)$ ; подставляем  
 $x=4$  в условие, тогда

$$y = |16 - 32 - a^2 - a + 18|$$

$$y = |-16 - a^2 - a + 18|, y = |-a^2 - a + 2|$$

и тогда  $|-a^2 - a + 2| = 4$

$$\begin{cases} -a^2 - a + 2 = 4 \\ -a^2 - a + 2 = -4 \end{cases} \begin{cases} a^2 + a + 2 = 0 \quad \emptyset \\ a^2 + a - 6 = 0 \end{cases}$$

$$a_1 = 2$$

$$a_2 = -3$$

Т.к.  $a > 0$ , то  
 $a = 2$