

**“Линии второго порядка”**

# ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

- Линией (кривой) второго порядка – называется линия, общее уравнение которой имеет следующий вид:

$$Ax^2+2Bxy+Cy^2+Dx+Ey+F=0$$

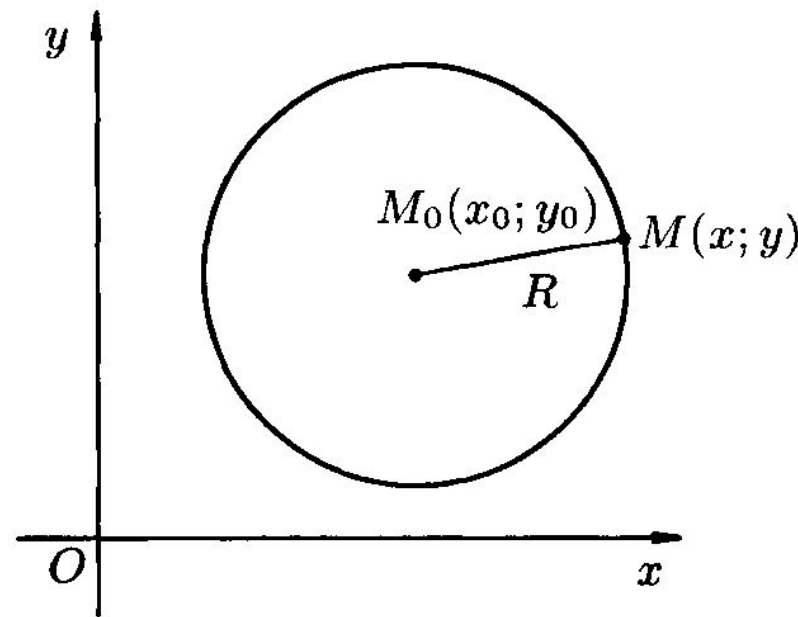
- Коэффициенты уравнения – действительные числа
- Уравнение определяет на плоскости : окружность, эллипс, гиперболу и параболу

# Окружность

- Окружностью радиуса  $R$  с центром в точке  $M_0$  называется множество всех точек  $M$  плоскости, удовлетворяющих условию  $M_0M=R$

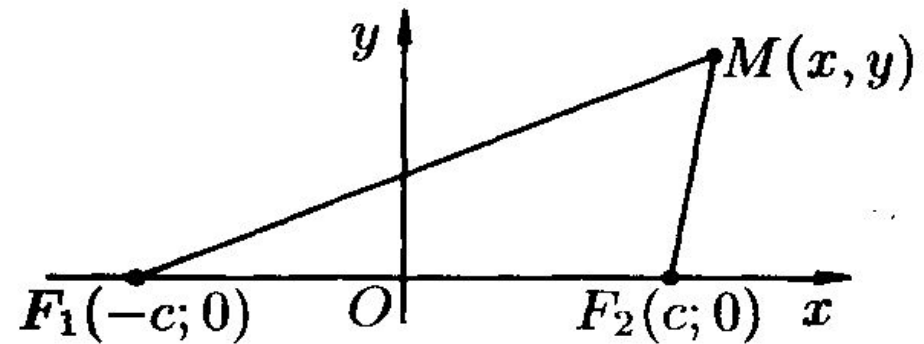
- Каноническое уравнение окружности :

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$$



# Эллипс

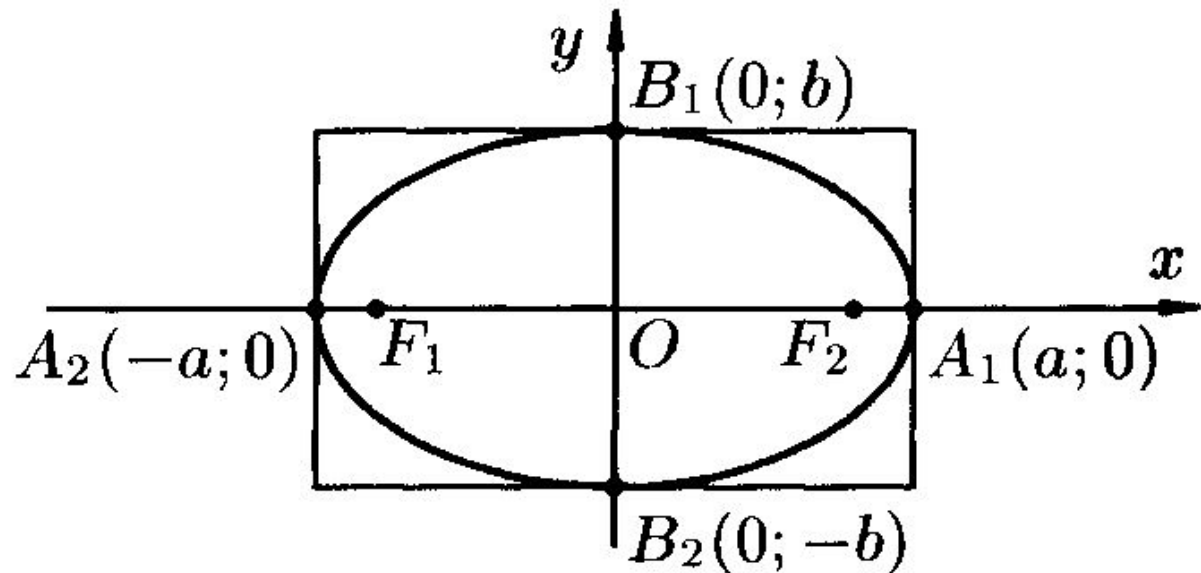
- Эллипсом называется множество всех точек плоскости, сумма расстояний от каждой из которых до двух данных точек этой плоскости, называемых фокусами, есть величина постоянная, большая, чем расстояние фокуса



# Каноническое уравнение эллипса

- $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

- Исследование формы эллипса по его уравнению

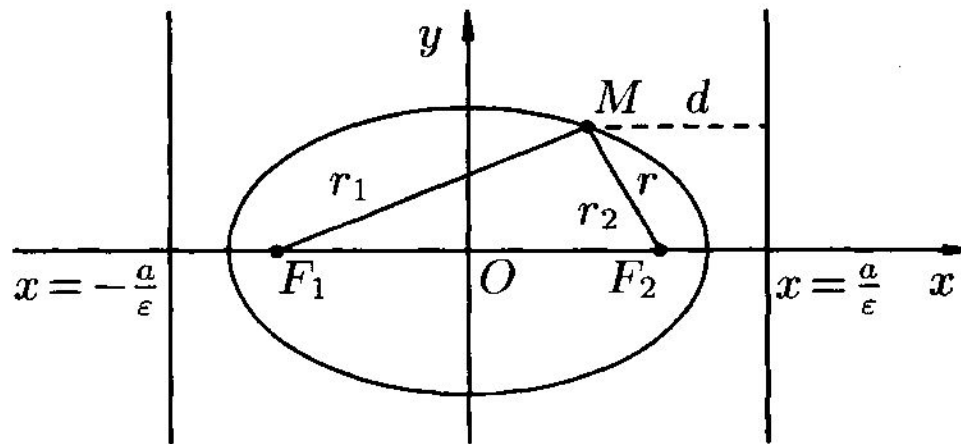


# Дополнительные сведения об эллипсе

- Отношение  $\frac{c}{a}$  половины расстояния между фокусами к большой полуоси эллипса называется эксцентриситетом эллипса

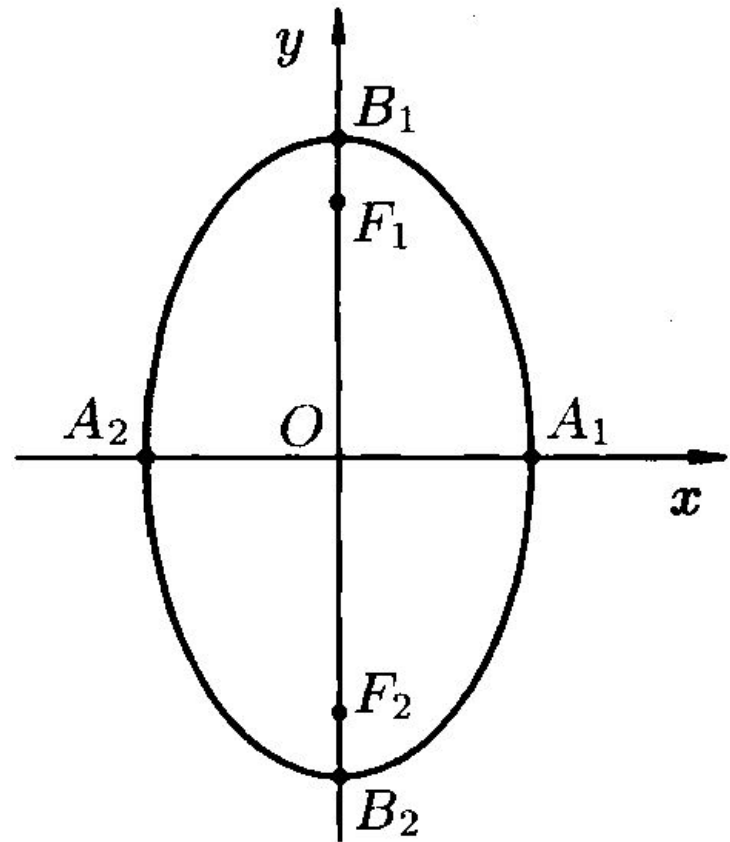
$$\varepsilon = \frac{c}{a}$$

- $r_1 = a + \varepsilon x$ ;  $r_2 = a - \varepsilon x$ ;  $r_1 + r_2 = 2a$



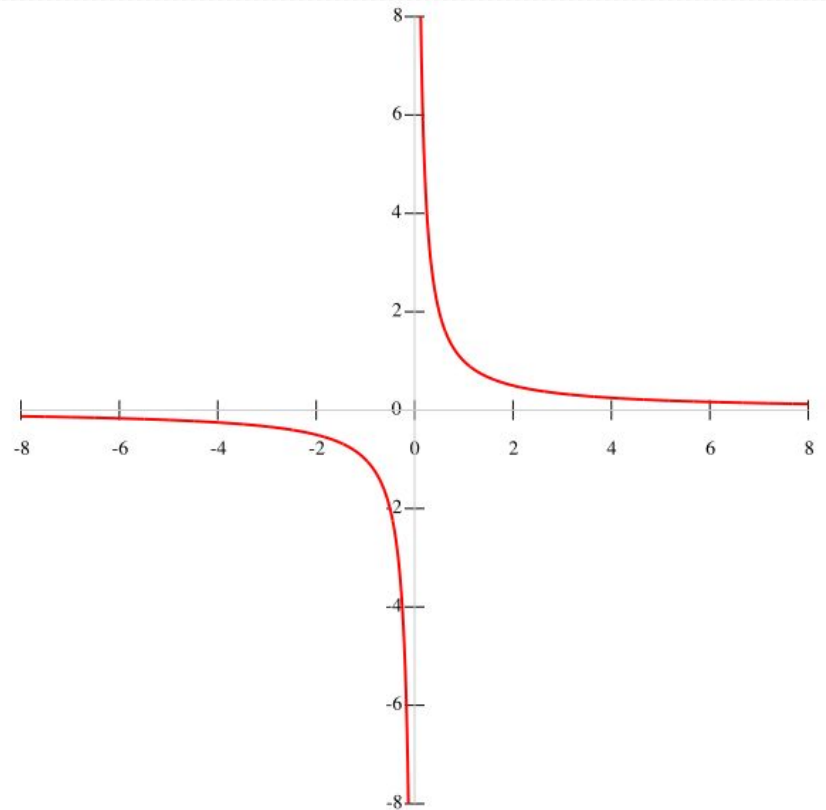
# Директрисы

- Прямые  $x = \pm \frac{a}{\varepsilon}$  называются директрисами
- Если  $r$  – расстояние от произвольной точки эллипса до какого-нибудь фокуса,  $d$  – расстояние от этой же точки до соответствующей этому фокусу директрисы, то отношение  $\frac{r}{d}$  величина постоянная, равная эксцентриситету эллипса  $\frac{r}{d} = \varepsilon$



# Гипербола

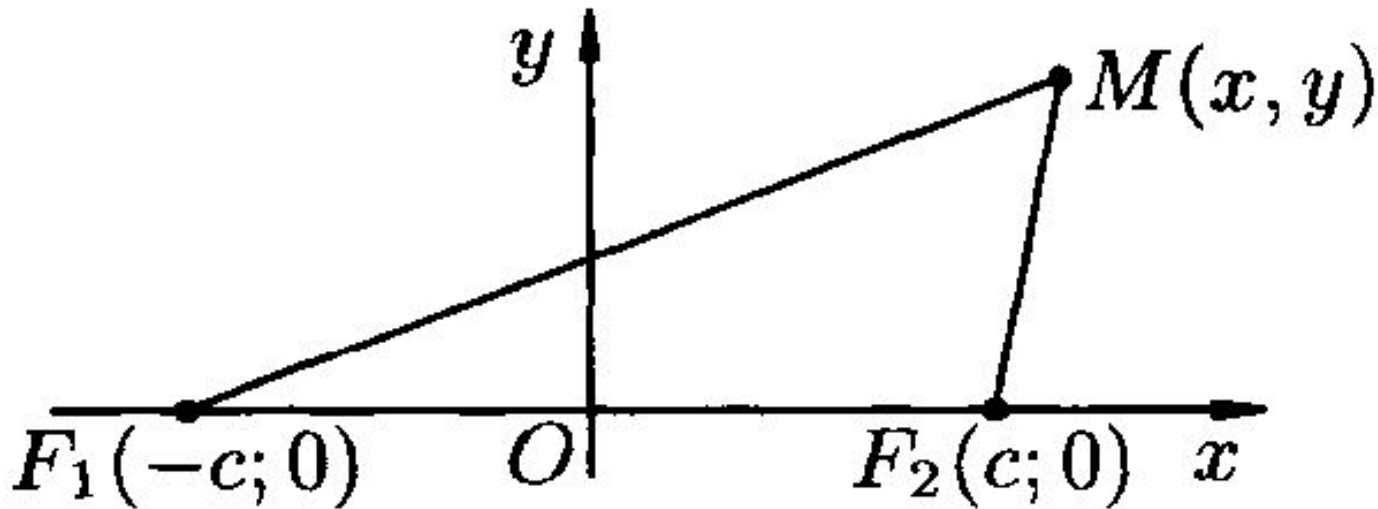
- Гиперболой называется множество всех точек плоскости, модуль разности расстояний от каждой из которых равен до двух данных точек этой плоскости, называемых фокусами, есть величина постоянная, меньшая чем расстояния между фокусами



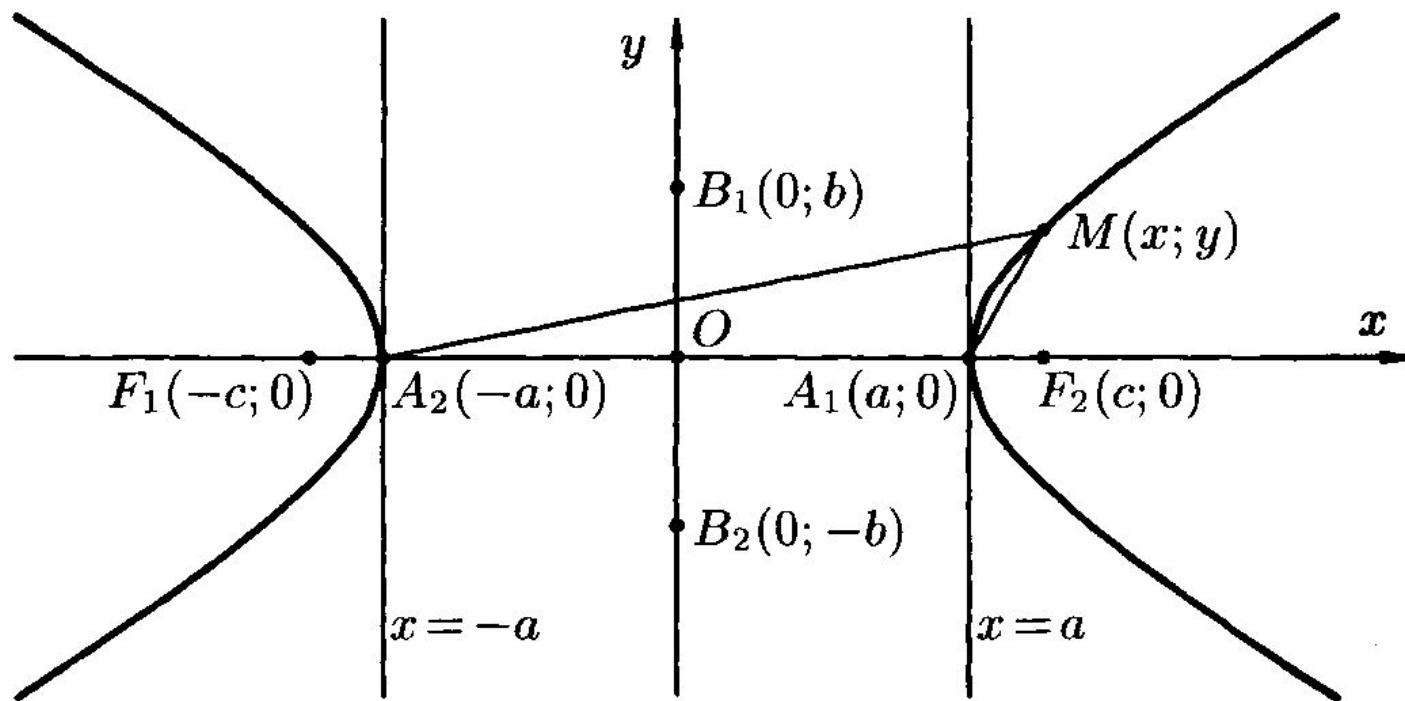


# Каноническое уравнение гиперболы

•  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ; где  $b^2 = c^2 - a^2$

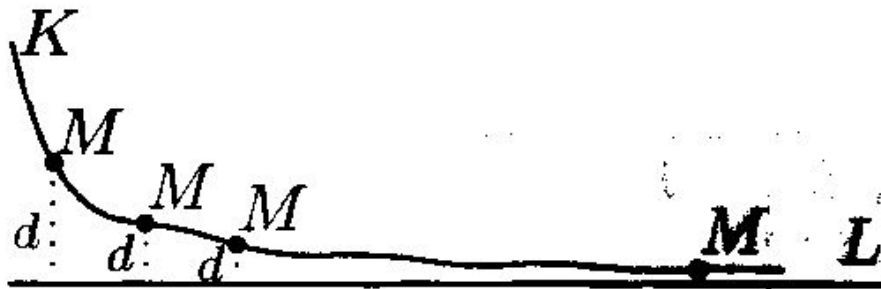


# Исследование формы гиперболы по ее каноническому уравнению



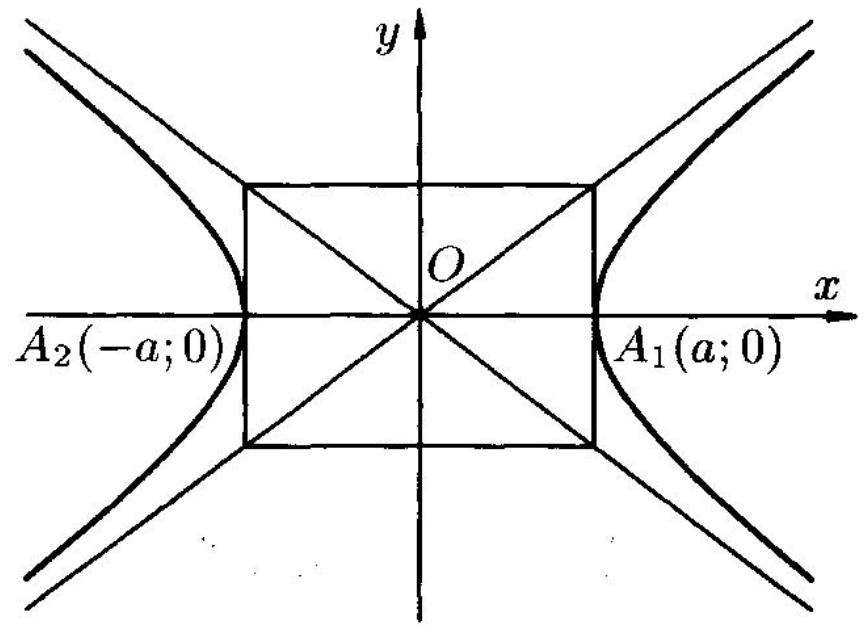
# Асимптоты гиперболы

- Прямая  $L$  называется асимптотой неограниченной кривой  $K$ , если расстояние  $d$  от точки  $M$  кривой  $K$  до этой прямой стремится к нулю при неограниченном удалении точки  $M$  вдоль кривой  $K$  от начала координат



# Уравнение равносторонней гиперболы, асимптотами которой служат оси координат

- Гипербола называется равносторонней, если ее полуоси равны ( $a=b$ )
- Каноническое уравнение :  $x^2 - y^2 = a^2$



# Дополнительные сведения о гиперболе

- Эксцентриситетом гиперболы называется отношение расстояния между фокусами к величине действительной оси гиперболы

- $\varepsilon = \frac{c}{a}$

- Фокальные радиусы :

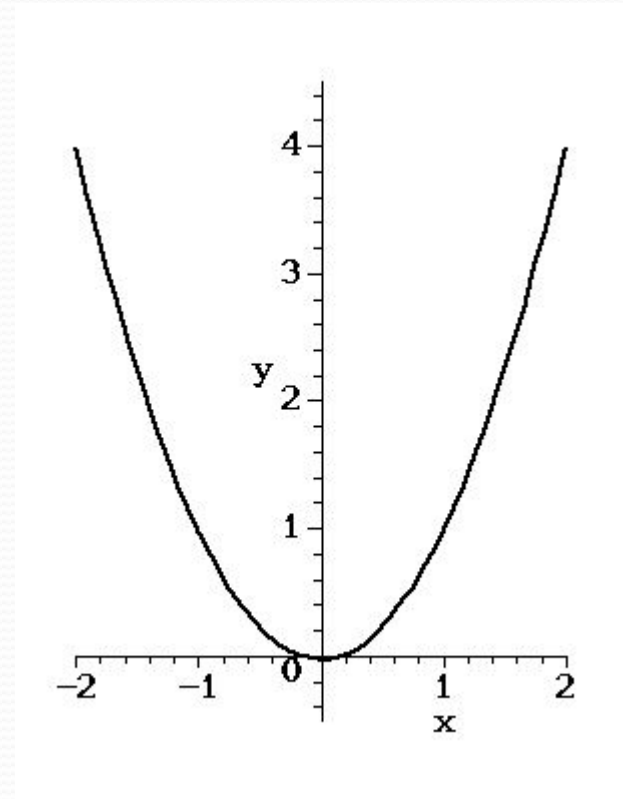
$$r_1 = \sqrt{(x + c)^2 + y^2} \text{ и } r_2 = \sqrt{(x - c)^2 + y^2}$$

- Директрисы гиперболы:

$$x = \pm \frac{a}{\varepsilon}$$

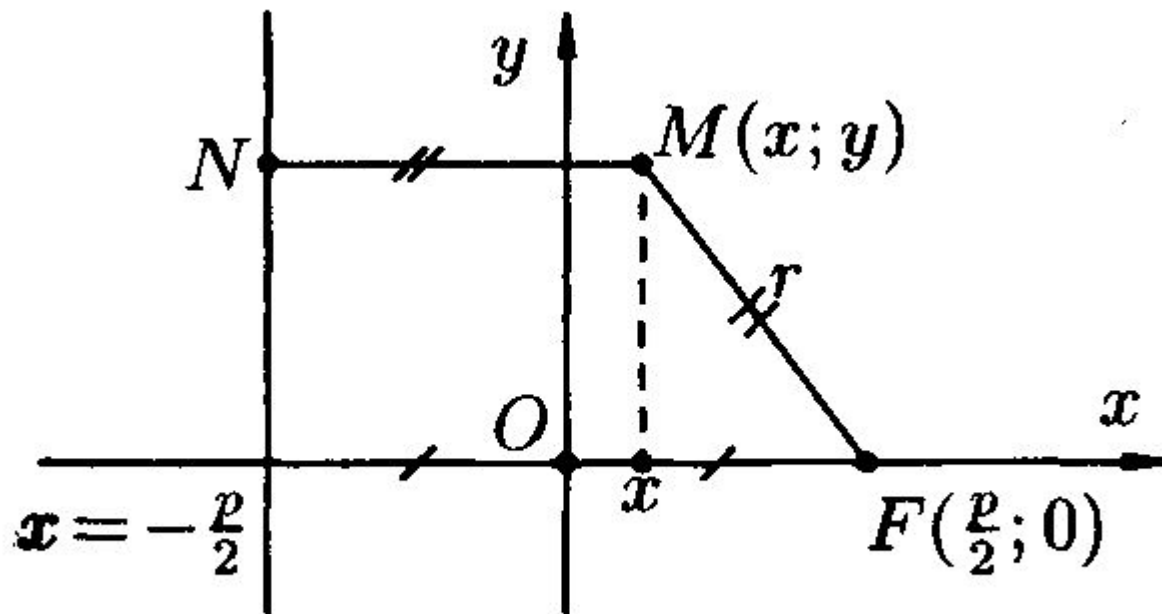
# Парабола

- Параболой называется множество всех точек плоскости, каждая из которых одинаково удалена от данной точки, называемой фокусом, и данной прямой называемой директрисой

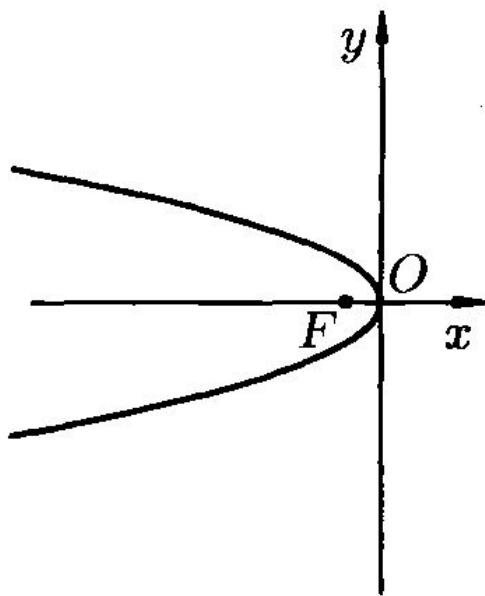


# Каноническое уравнение параболы

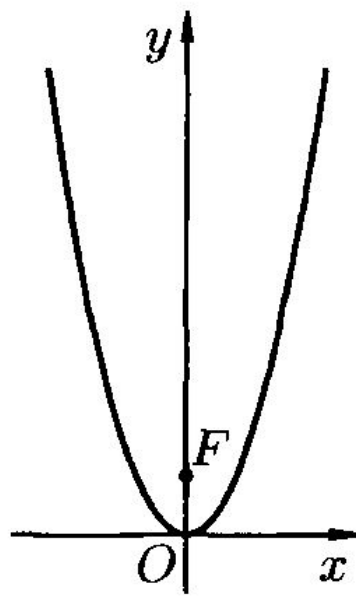
- $y^2 = 2px$



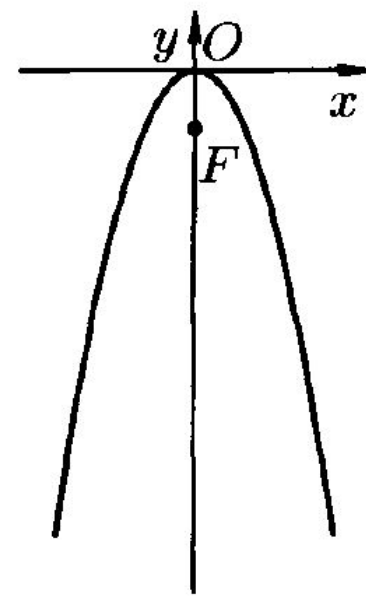
# Исследование форм параболы по ее каноническому уравнению



$$y^2 = -2px$$



$$x^2 = 2py$$



$$x^2 = -2py$$





**СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ**