“Линии второго порядка”

Основные понятия

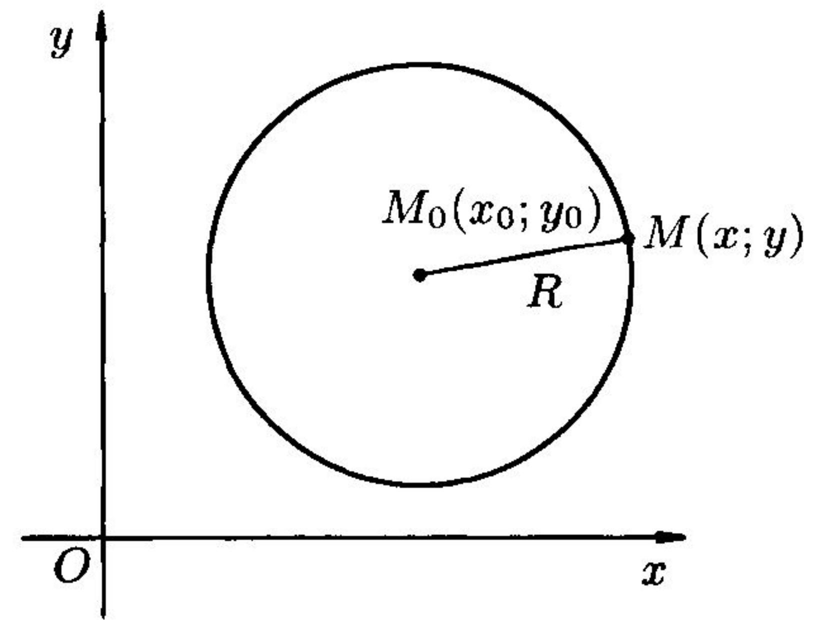
- Линией (кривой) второго порядка – называется линия, общее уравнение которой имеет следующий вид:

Ax^2+2Bxy+Cy^2+Dx+Ey+F=0

- Коэффициенты уравнения – действительные числа
- Уравнение определяет на плоскости : окружность, эллипс, гиперболу и параболу

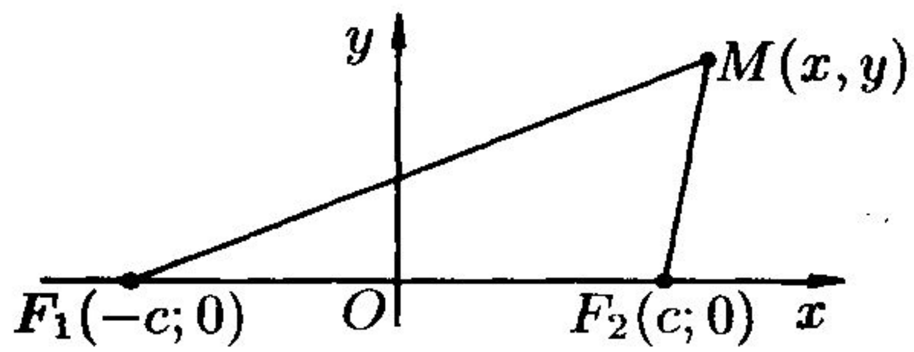
Окружность

- Окружностью радиуса R с центром в точке M_0 называется множество всех точек M плоскости, удовлетворяющих условию M_0M=R
- Каноническое уравнение окружности :
$(x - x_0)^2+(y - y_0)^2=R^2$



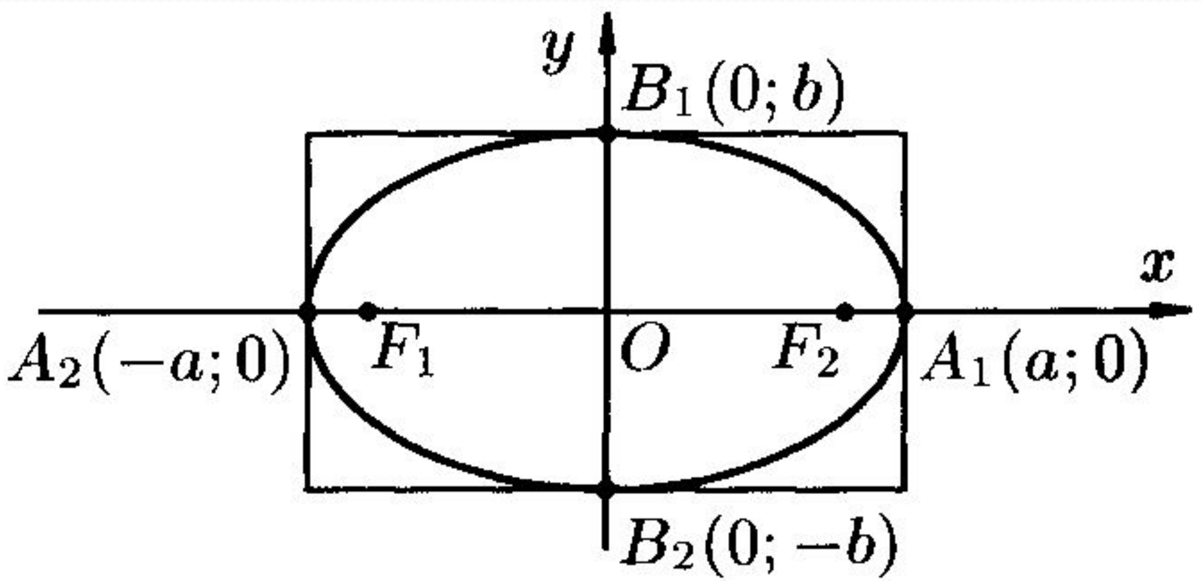
Эллипс

- Эллипсом называется множество всех точек плоскости, сумма расстояний от каждой из которых до двух данных точек этой плоскости , называется фокусами, есть величина постоянная, большая , чем расстояние фокуса



Каноническое уравнение эллипса

- $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$
- Исследование формы эллипса по его уравнению

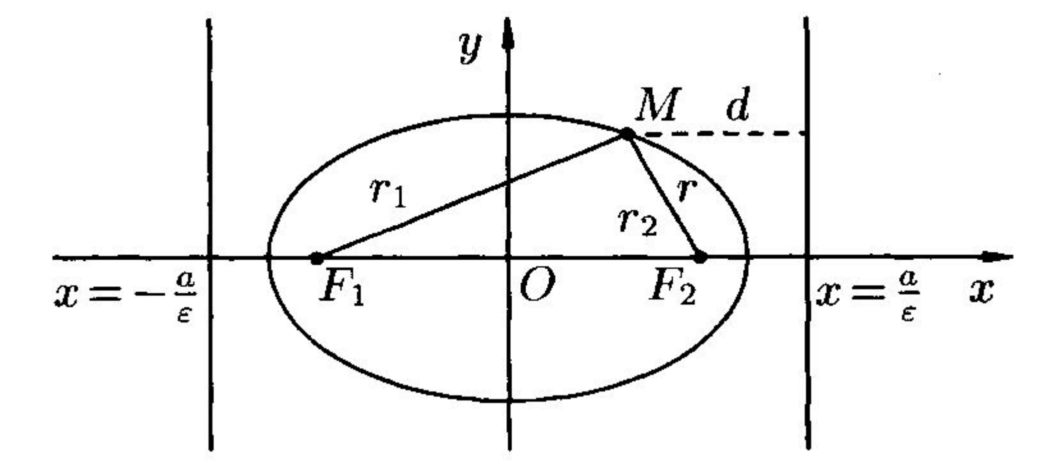


Дополнительные сведения об эллипсе

- Отношение $\frac{c}{a}$ половины расстояния между фокусами к большой полуоси эллипса называется эксцентриситетом эллипса

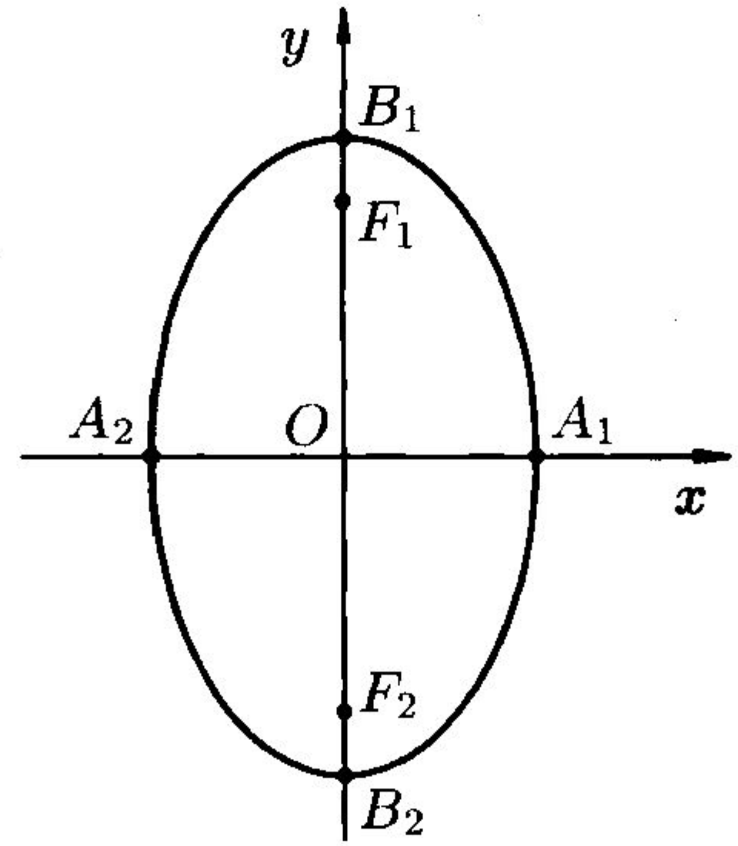
$$\varepsilon = \frac{c}{a}$$

- $r_1 = a + \varepsilon x$; $r_2 = a - \varepsilon x$; $r_1 + r_2 = 2a$



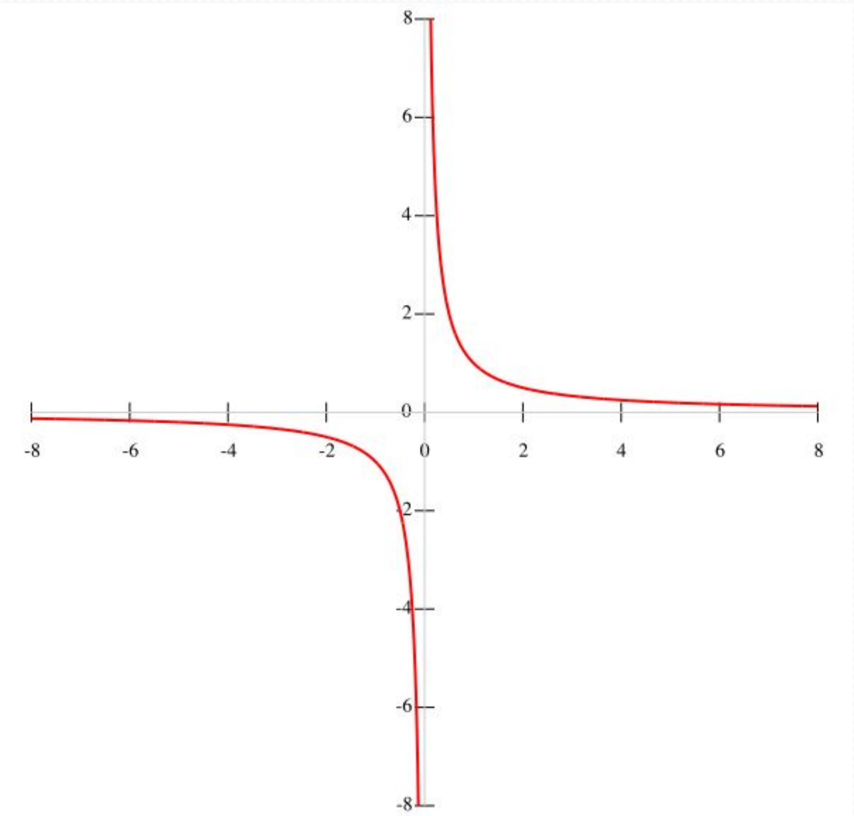
Директрисы

- Прямые $x = \pm\frac{a}{\varepsilon}$ называются директрисами
- Если r – расстояние от произвольной точки эллипса до какого-нибудь фокуса, d – расстояние от этой же точки до соответствующей этому фокусу директрисы , то отношение $\frac{r}{d}$ величина постоянная, равная эксцентриситету эллипса $\frac{r}{d} = \varepsilon$



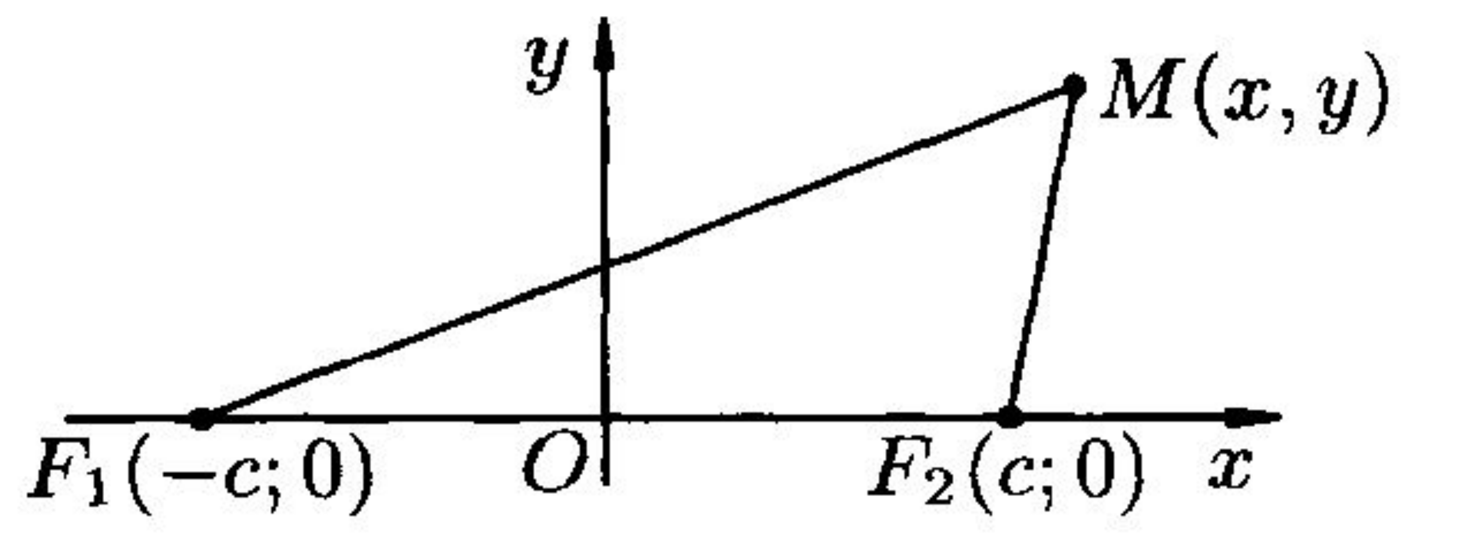
Гипербола

- Гиперболой называется множество всех точек плоскости, модуль разности расстояний от каждой из которых равен до двух данных точек этой плоскости, называемых фокусами, есть величина постоянная, меньшая чем расстояния между фокусами

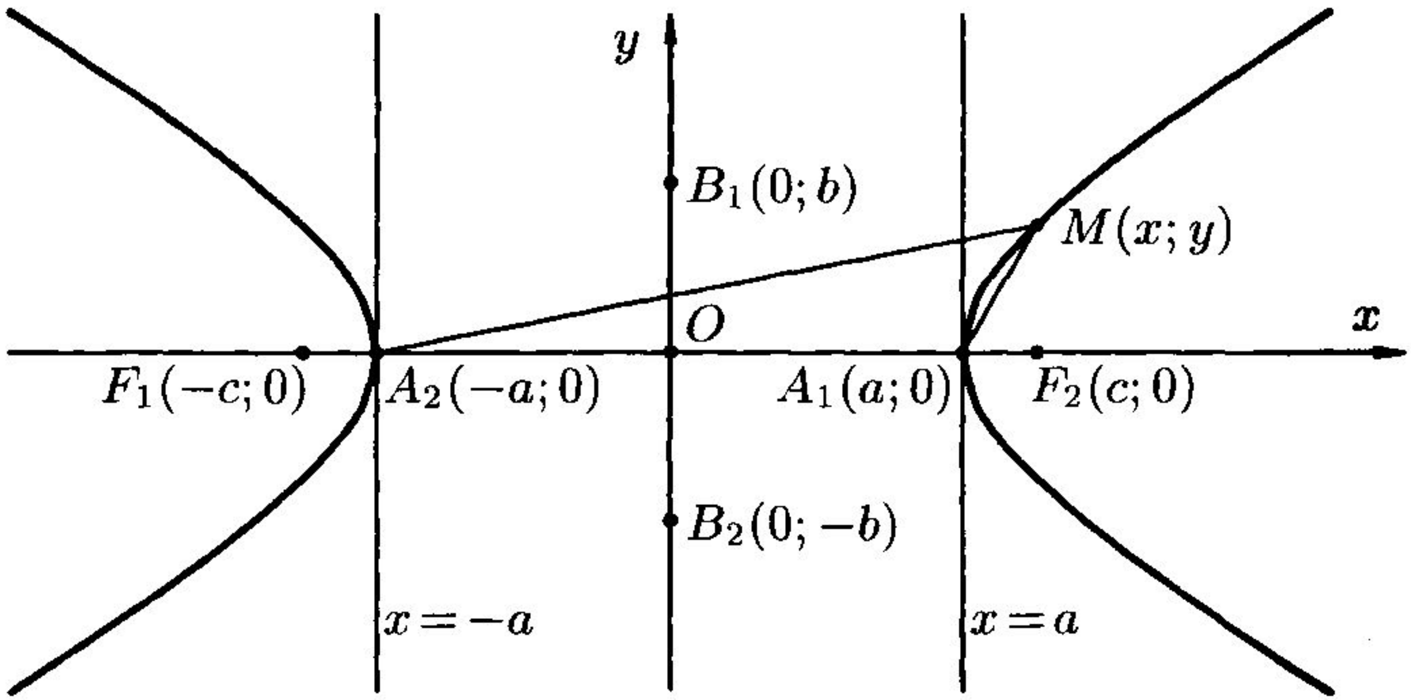


Каноническое уравнение гиперболы

- $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$; где $b^2 = c^2$ - a^2

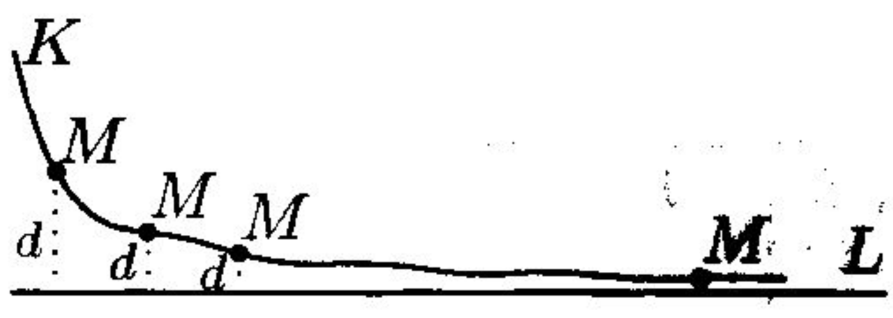


Исследование формы гиперболы по ее каноническому уравнению



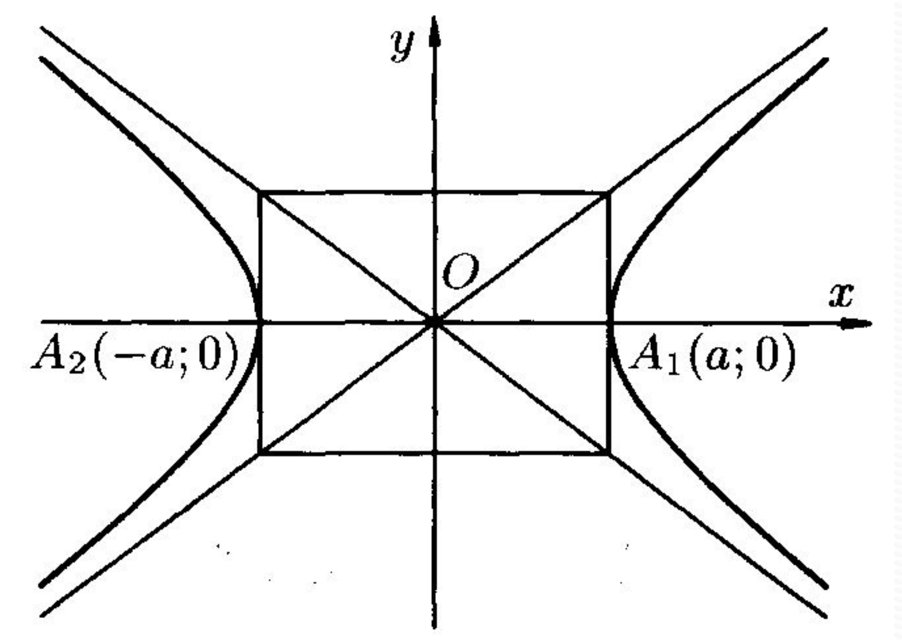
Асимптоты гиперболы

- Прямая L называется асимптотой неограниченной кривой K, если расстояние d от точки M кривой K до этой прямой стремится к нулю при неограниченном удалении точки M вдоль кривой K от начала координат



Уравнение равносторонней гиперболы, асимптотами которой служат оси координат

- Гипербола называется равносторонней, если ее полуоси равны (a=b)
- Каноническое уравнение : x^2-y^2=a^2



Дополнительные сведения о гиперболе

- Эксцентриситетом гиперболы называется отношение расстояния между фокусами к величине действительной оси гиперболы
- $\varepsilon = \dfrac{c}{a}$
- Фокальные радиусы :

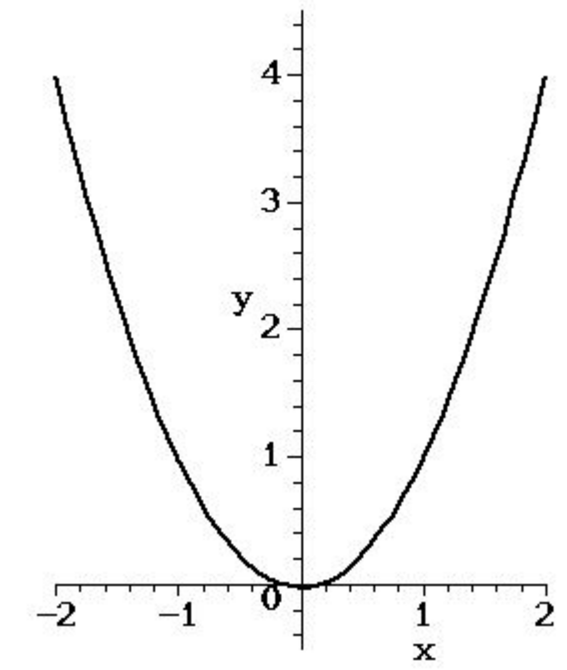
$$r_1 = \sqrt{(x+c)^2 + y^2} \text{ и } r_2 = \sqrt{(x-c)^2 + y^2}$$

- Директрисы гиперболы:

$$x = \pm\frac{a}{\varepsilon}$$

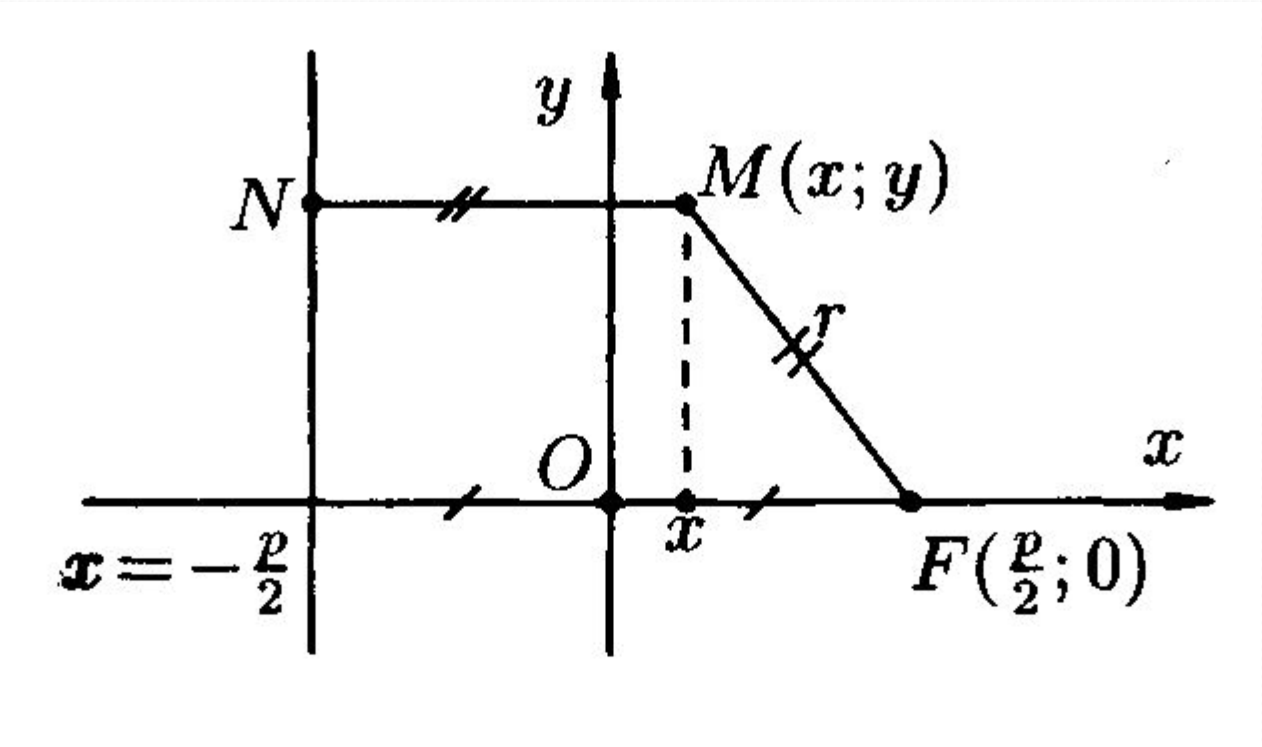
Парабола

- Параболой называется множество всех точек плоскости, каждая из которых одинаково удалена от данной точки, называемой фокусом, и данной прямой называемой директрисой

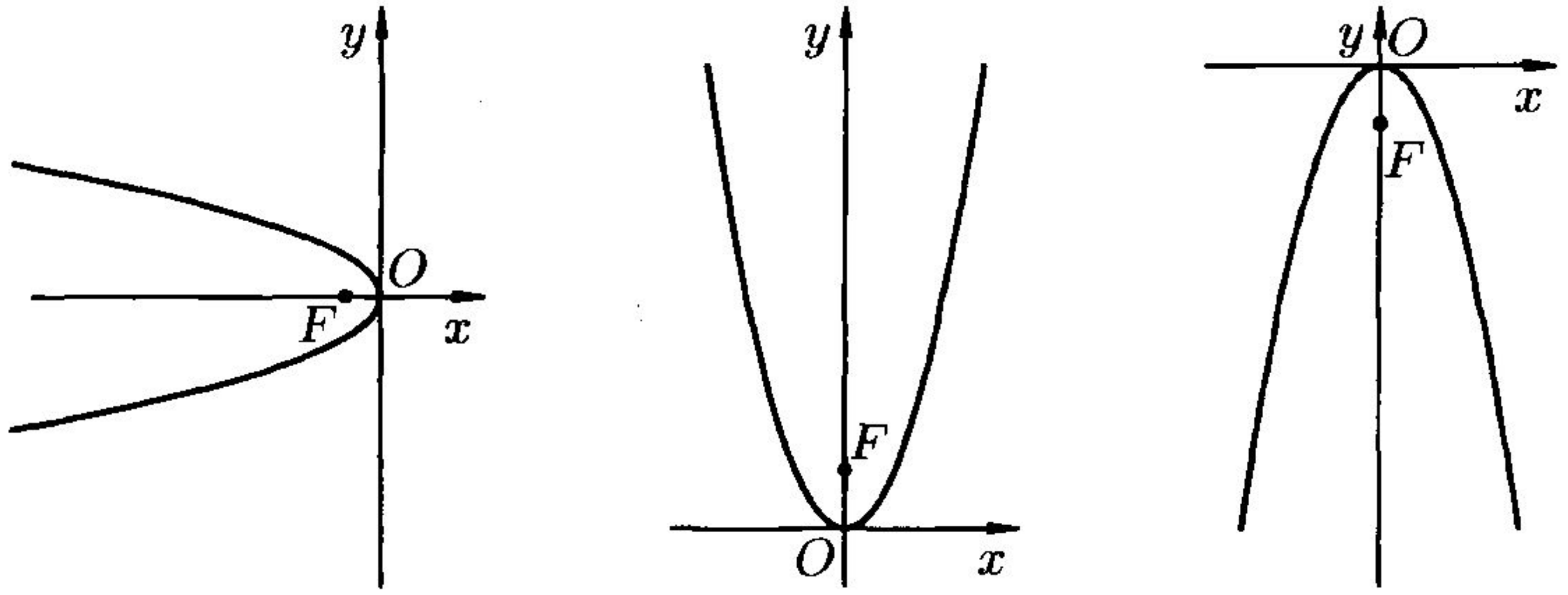


Каноническое уравнение параболы

- $y^2=2px$



Исследование форм параболы по ее каноническому уравнению



$y^2 = -2px$ $\qquad$ $x^2 = 2py$ $\qquad$ $x^2 = -2py$

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ