ТВ1-практика2

ВЕРОЯТНОСТЬ СОБЫТИЯ

Аксиомы теории вероятностей:

1. Вероятность достоверного события равна единице.
2. Для любого события $0 \le P(A) \le 1$.
3. Для любых несовместных событий А и В $P(A+B)=P(A)+P(B)$.

Вероятность <u>невозможного</u> события равна нулю.

Благоприятствующие события. Говорят, что событие B благоприятствует событию A, если при наступлении события B событие A всегда наступает. Обозначение - $B \subset A$.

Пространство событий - это совокупность событий A_1, A_2, …, A_n, которые:

- несовместны
- равновозможны
- $A_1+A_2+\ldots+A_n=\Omega$

События $A_1,\ldots, A_n$ - называются элементарными событиями.

Классическое определение вероятности. Вероятностью события А называется соотношение

$$P(A) = \frac{m}{N},$$

m - число элементарных событий, благоприятствующих событию А,

N – общее число элементарных событий из пространства событий

$$0 \le P(A) \le 1$$

Для несовместных событий

$$P(A+B) = P(A) + P(B).$$

Частота события $\hat{p}(A) = \frac{k}{n}$

n – число проводимых испытаний

k – число испытаний, в которых А произошло.

Статистическое определение вероятности. Вероятностью события А называется число, около которого стабилизируется частота $\hat{p}(A)$ с возрастанием числа испытаний n .

Геометрическое определение вероятности. В результате испытаний в некоторой области Ω наудачу появляется точка. Вероятность того, что точка окажется в области $A \subset \Omega$ равна

$$P(A) = \frac{мера\ A}{мера\,\Omega}.$$

Решение типовых задач

Задача 1

При проведении стрельб 8 стреляющих выполнили задачу в пределах 10 минут, 13- в пределах 15 минут, 20 – в пределах 17 , 24 – в пределах 26 . Какова частота выполнения задачи

за время 1)до 10' 2)от 10'до 15' 3)от 15' до 17' 4) не превышающее 15'.

Решение Всего задачу выполняли 24 стреляющих

1) 8 из них в пределах 10', т.е. $\hat{p}_1 = \frac{8}{24} = \frac{1}{3}$.

2)13-8=5 выполнили задачу от 10до 15', следовательно $\hat{p}_2 = \frac{5}{24}$.

3) 20-13=7 стрелявших выполнили задачу за время от 15 до 17' $\hat{p}_3 = \frac{7}{24}$.

4)13 стрелявших не превысили 15' $\hat{p}_4 = \frac{13}{24}$.

Задача 2

В учебной группе 28 студентов, среди которых 5 отличников. По списку наудачу 1) вызван 1 студент. Найти вероятность того, что он отличник. 2)вызваны 2 студента. Найти вероятность того, что они оба отличники.

Решение По классическому определению вероятности 1)испытание - вызов 1 студента из 28, имеющих свой номер по списку. Пространство событий состоит из 28 элементарных событий $A_к$ - вызван студент, имеющий номер к по списку. Введем событие А – наугад вызванный студент – отличник.

Событию A благоприятствуют 5 элементарных событий $P(A)=\dfrac{5}{28}\approx 0.18$

2)испытание – вызов 2 студентов из 28. Пространство событий состоит из элементарных $A_{\kappa,l}$ – вызваны студенты с номерами κ и l. Их число

$$N=C_{28}^{2}=\frac{28!}{2!26!}=\frac{27\cdot 28}{2}=378.$$

Событию B – оба вызванных студента – отличники – благоприятствует

$$m=C_{5}^{2}=\frac{5!}{2!3!}=\frac{4\cdot 5}{2}=10 .$$

Следовательно

$$P(B)=\frac{m}{N}=\frac{10}{378}=0.03 .$$

Задачи для самостоятельного решения

Задача1.

Из 15 целей электронными средствами засечено 10. Из них координаты 5 целей определены с оценкой – отлично, двух – хорошо, трех – удовлетворительно. Определить 1)частоту засеченных целей 2)частоту определения координат с оценками 5,4,3 и не ниже хорошо.

Задача2.

В группе 25 студентов. К очередному занятию подготовились 10 студентов – отлично, 7 – хорошо, 4- удовлетворительно, 4- плохо. Вызван 1 студент. Найти вероятность событи: А - студент отлично подготовлен, В - студент хорошо подготовлен, С - вызван хорошо или отлично подготовленный студент,Д - студент подготовлен не хуже чем удовлетворительно.

Задача3.

На четыре карточки нанесены числа 1,2,3,4. Произвольно выбраны 3 карточки. Какова вероятность, что сумм чисел на карточках делится на 3.

Задача4.

Куб, окрашенный снаружи, разделен на 27 одинаковых частей. Определить вероятность того, что извлеченный наудачу кубик будет иметь 1)одну окрашенную грань 2)три окрашенные грани 3) ни одной окрашенной грани 4) четыре окрашенные грани.

Задача5.

В ящике 7 одинаковых перенумерованных (от 1 до 7) деталей. Наудачу извлечены две детали. Найти вероятность того, что среди извлеченных деталей будут 1) деталь №1 . 2)детали №1 и №2.