СТЕРЕОМЕТРИИ. АКСИОМЫ В СТЕРЕОМЕТРИИ И ПРОСТЕЙШИЕ СЛЕДСТВИЯ ИЗ НИХ.

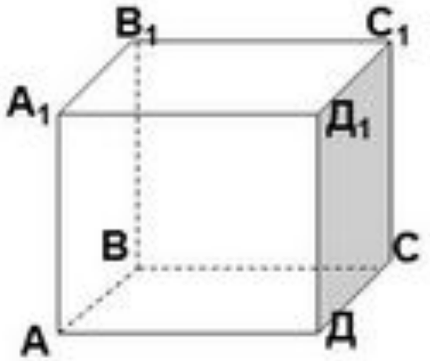
Стереометрия

(от др.-греч. στερεός, «стереос» — «твёрдый, пространственный» и μετρέω — «измеряю»)

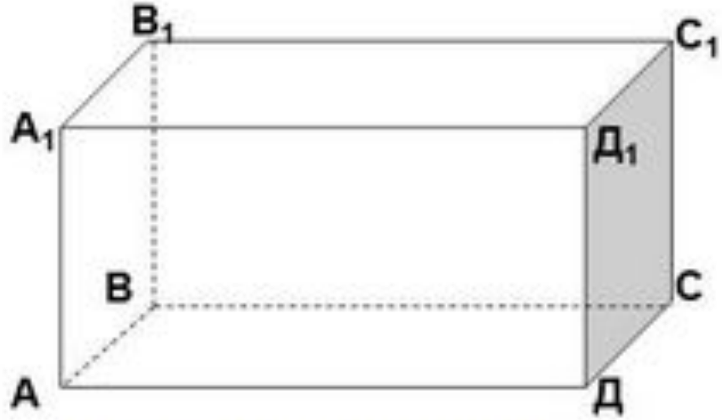
это раздел геометрии, в котором изучаются фигуры в пространстве.

Основными фигурами в пространстве являются точка, прямая и плоскость.

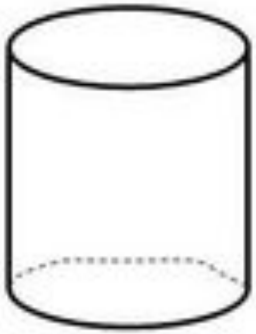
Некоторые геометрические тела.



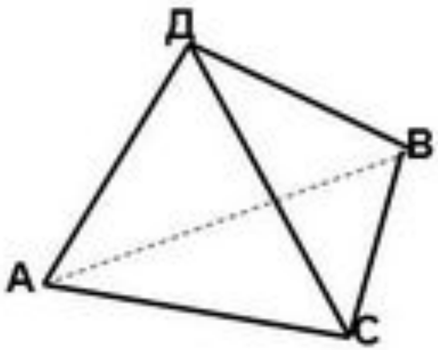
куб



параллелепипед



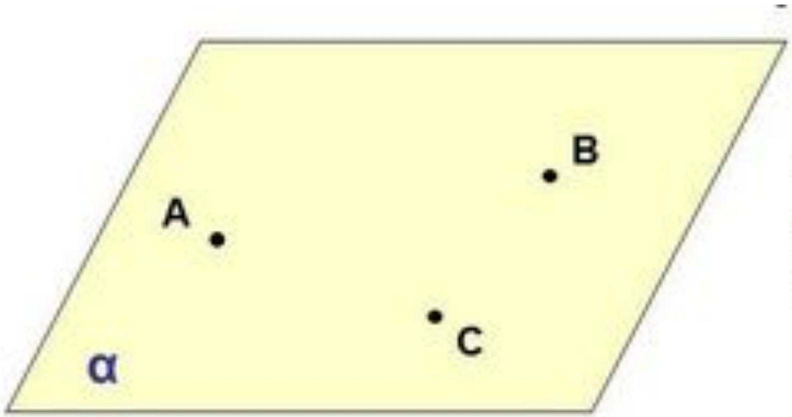
цилиндр



тетраэдр

конус

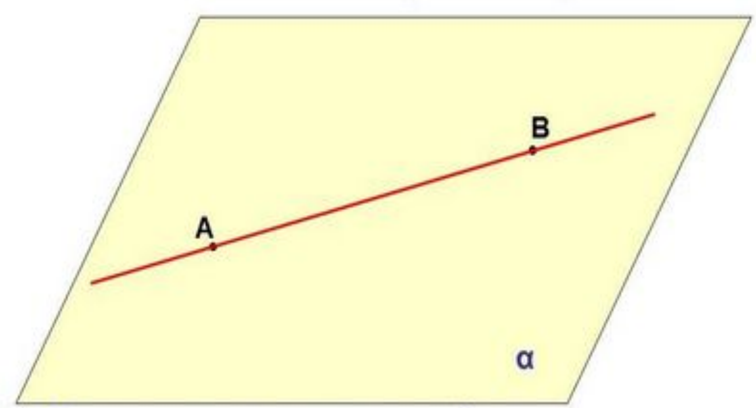
А1 Через любые три точки, не лежащие на одной прямой, проходит плоскость, и притом только одна.



$A \in \alpha$
$B \in \alpha$ (точки A, B, C лежат в плоскости α)
$C \in \alpha$

А2 Если две точки прямой лежат в плоскости, то все точки прямой лежат в этой плоскости

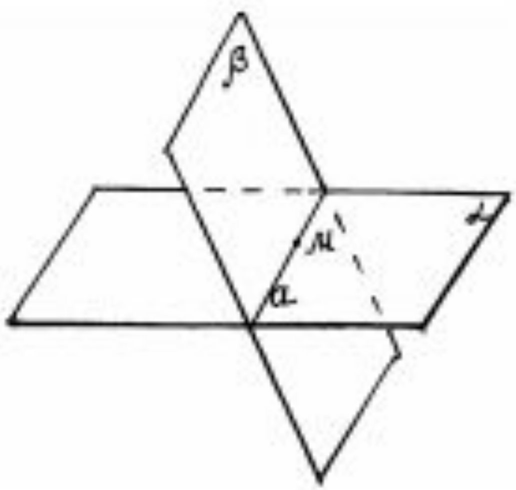
$AB \subset \alpha$
Прямая AB лежит в плоскости α



Замечание. Если прямая и плоскость имеют только одну общую точку, то говорят, что они пересекаются.

А3

Если две плоскости имеют общую точку, то они имеют общую прямую, на которой лежат все общие точки этих плоскостей.

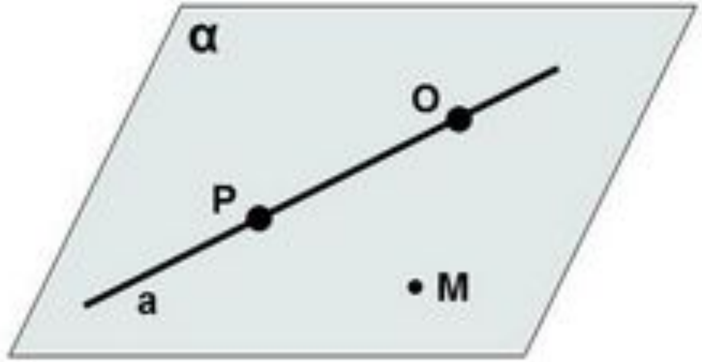


$\alpha \cap \beta = a$

α и β пересекаются по прямой а.

Следствие 1

Через прямую и не лежащую на ней точку проходит плоскость, и притом только одна.



Дано: a, M ¢ a

Доказать: (a, M) с α

α- единственная

Доказательство :

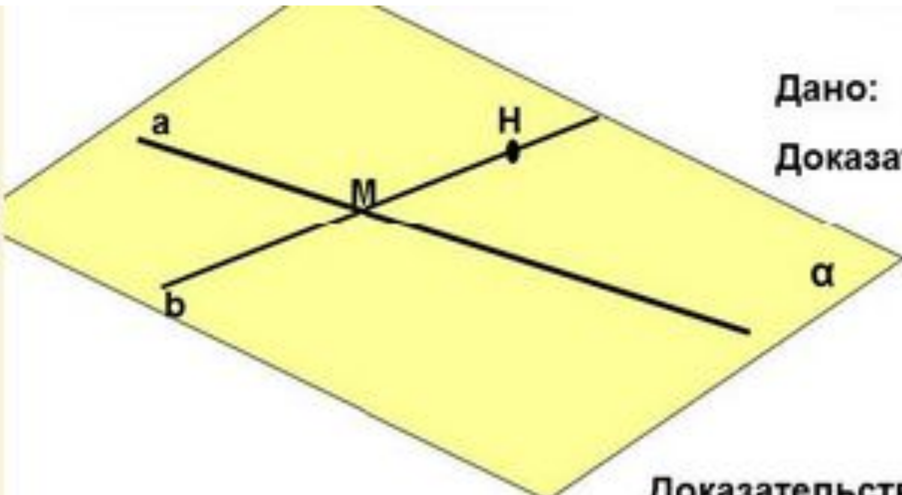
1. P, O с a; {P,O,M} ¢ a

По аксиоме А1: через точки P, O, M проходит плоскость .
По аксиоме А2: т.к. две точки прямой принадлежат плоскости, то и вся прямая принадлежит этой плоскости, т.е. (a, M) с α

2. Любая плоскость проходящая через прямую a и точку M проходит через точки P, O, и M, значит по аксиоме А1 она – единственная. Ч.т.д.

Следствие 2

Через две пересекающиеся прямые проходит плоскость, и притом только одна.



Дано: $a \cap b$

Доказать: 1. $(a \cap b) \subset \alpha$

2. α- единственная

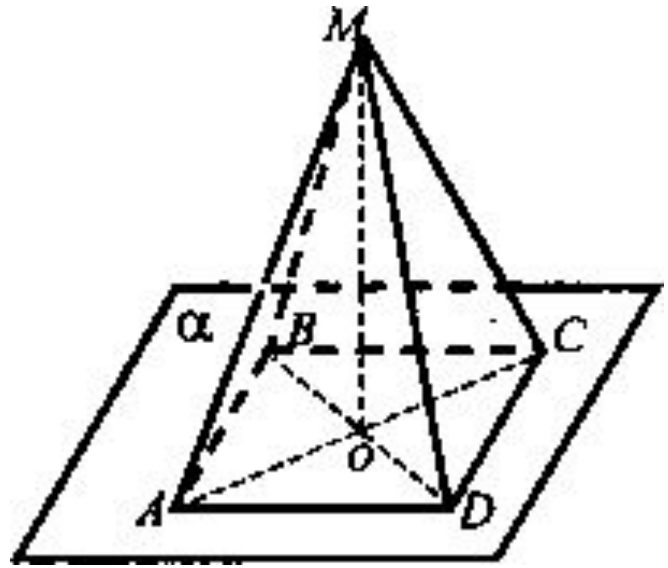
Доказательство:

1.Через a и H $\notin$ a, H $\in$ b проходит плоскость α.

(M , H) $\in$ α, (M,H) $\in$ b, значит по А2 все точки b принадлежат плоскости.

2. Плоскость проходит через a и b и она единственная, т.к. любая плоскость, проходящая через прямые a и b, проходит и через H, значит α – единственная.

ЗАДАЧА



ABCD - ромб,

O - точка пересечения его диагоналей,

M - точка пространства, не лежащая в плоскости ромба.

Точки A, D, O лежат в плоскости.

Дайте ответ на поставленные вопросы с необходимыми обоснованиями.

Лежат ли в плоскости точки *B и C?*

Лежит ли в плоскости *MOB* точка *D?*

Назовите линию пересечения плоскостей *MOB* и *ADO*.

Вычислите площадь ромба, если сторона его равна 4 см, а угол равен 60°.