

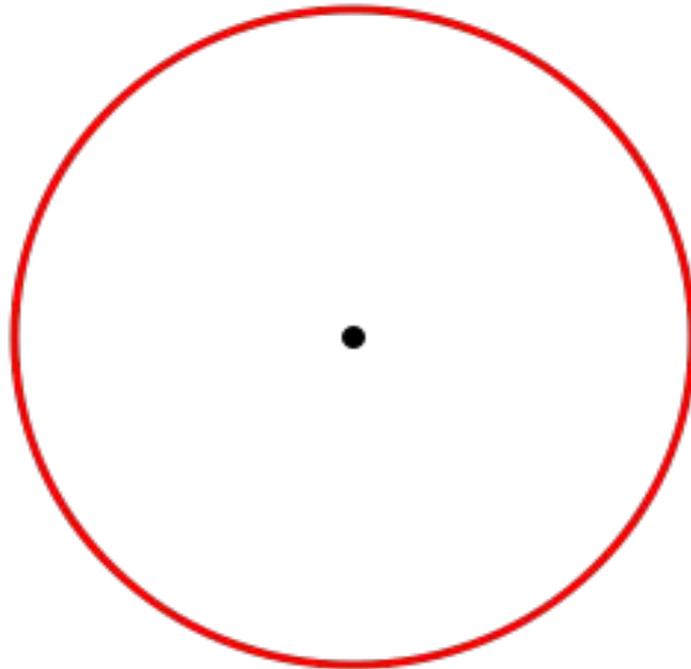
ВЫПОЛНИЛИ:

Матвеева Н., Давлетшина Э.,
Полякова Ж., Санникова К.,
Соловьева Ж., Пospelов И.,
Сычев Г., Мерзляков В.

Окружность

Определение

- **ОКРУЖНОСТЬ** — замкнутая плоская кривая, все точки которой одинаково удалены от ее центра O

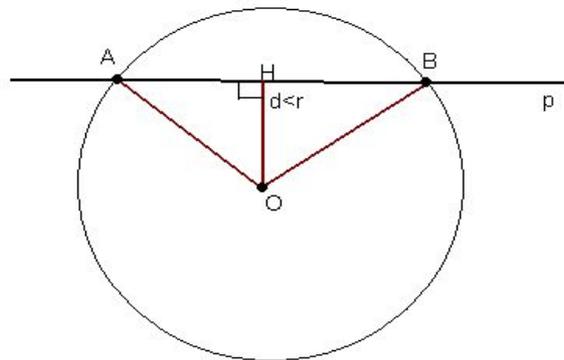


Основные понятия

- **Радиус** — отрезок, соединяющий центр окружности с одной из её точек.
- **Хорда** — отрезок, соединяющий две точки окружности.
- **Диаметр** — хорда проходящая через центр окружности,
- **Дуга окружности** — любые две несовпадающие точки окружности делящие её на две части
- Дуга называется **полуокружностью**, если отрезок, соединяющий её концы, является диаметром.
- **Дуга окружности** — прямая, имеющая с окружностью ровно одну общую точку, а их общая точка называется точкой касания прямой и окружности.

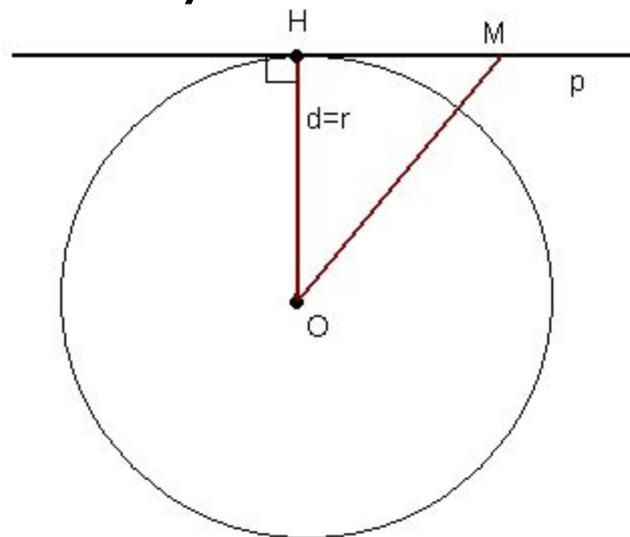
Свойства окружности:

- Если расстояние от центра окружности до прямой меньше радиуса окружности ($d < r$), то прямая и окружность имеют две общие точки. В этом случае прямая называется **секущей**.

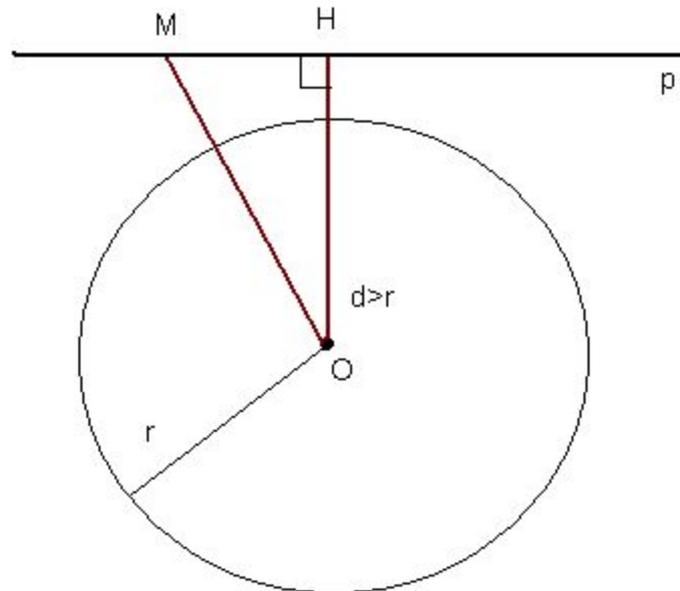


секущая

- Если расстояние от центра окружности до прямой равно радиусу окружности ($d=r$), то прямая и окружность имеют только одну общую точку



- Если расстояние от центра окружности до прямой больше радиуса окружности ($d > r$), то прямая и окружность не имеют общих точек

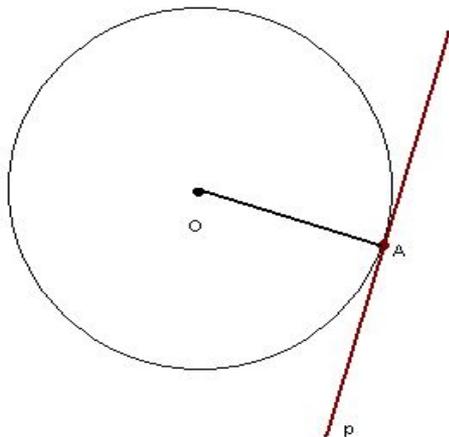


Теорема

1

■ Теорема:

Касательная к окружности перпендикулярна к радиусу, проведенному в точку касания.



Пусть r - касательная к окружности с центром O , A - точка касания. Докажем, что касательная r перпендикулярна к радиусу OA . Предположим, что это не так. Тогда радиус OA является наклонной к прямой r . Так как перпендикуляр, проведенный из точки O к прямой r , меньше наклонной OA , то расстояние от центра O окружности до прямой меньше радиуса. Следовательно, прямая r и окружность имеют 2 общие точки. Таким образом, прямая r перпендикулярна к радиусу OA . ■

Теорема 2

Если прямая проходит через конец радиуса, лежащий на окружности, и перпендикулярна к этому радиусу, то она является касательной.

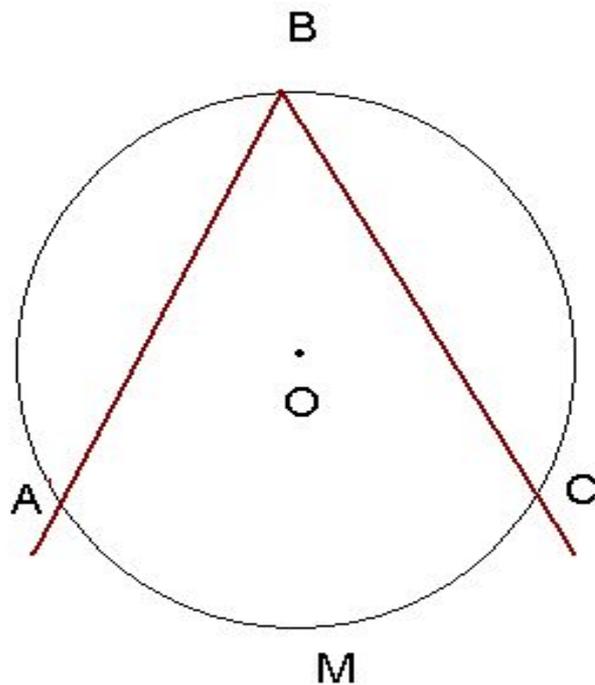
ДОК-ВО:

из условия теоремы следует, что данный радиус является перпендикуляром, проведенным из центра окружности к данной прямой. Поэтому расстояние от центра окружности до прямой равно радиусу, и, следовательно, прямая и окружность имеют только одну общую точку. Но это и означает, что данная прямая является касательной к окружности.



Теорема о вписанном угле.

- Вписанный угол- угол, вершина которого лежит на окружности.



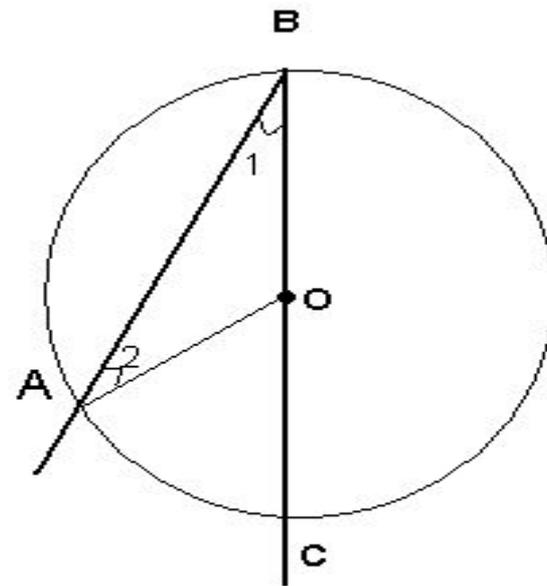
Теорема 3

Вписанный угол измеряется половиной дуги, на которую он опирается.

док-во:

1) пусть $\angle ABC$ -вписанный угол окружности с центром O , опирающийся на дугу AC . Рассмотрим 3 случая расположения луча BO относительно угла ABC .

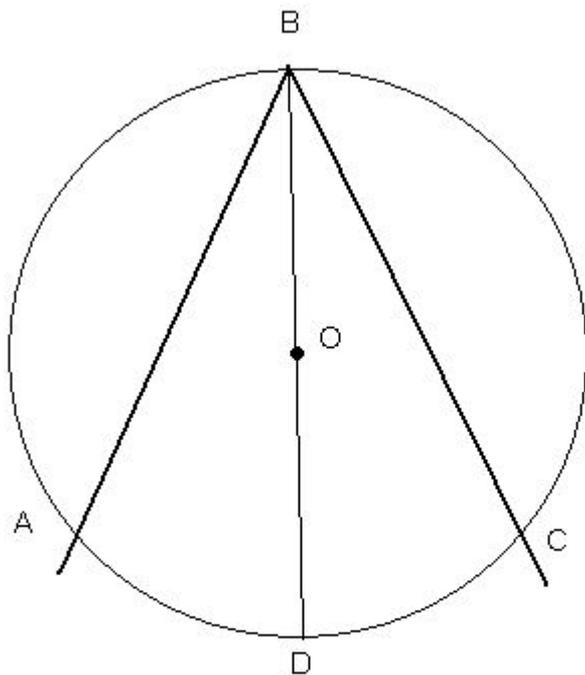
1) Луч BO совпадает с одной из сторон угла $\angle ABC$
 $\Rightarrow AC$ — полуокружности, поэтому $\angle AOC = 180^\circ$.
Т.к. угол AOC — внешний угол равнобедренного треугольника ABO , а углы 1 и 2 при основании равнобедренного треугольника равны, то $\angle AOC = \angle 1 + \angle 2 = 2\angle 1 \Rightarrow 2\angle 1 = 180^\circ$ или $\angle ABC = \angle 1 = 1/2 \angle AOC$



- Луч BO делит угол ABC на два угла. В этом случае луч BO пересекает дугу AC в точке D . Точка D разделяет дугу AC на две дуги: AD и DC .

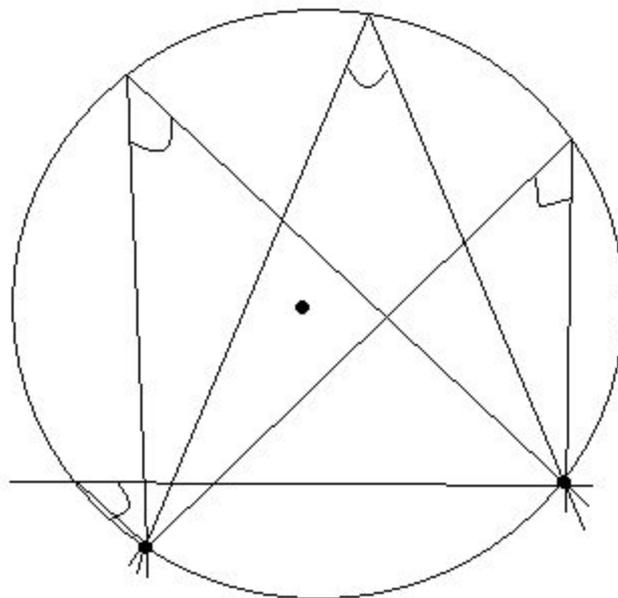
Из доказанного в п1:

$\angle ABD = 1/2 \sqrt{AD}$ и $\angle DBC = 1/2 \sqrt{DC}$. складывая эти
нства попарно, получим,
 $+\angle DBC = 1/2 \sqrt{AD} + 1/2 \sqrt{DC}$, или $\angle ABC = 1/2 \sqrt{AC}$



СЛЕДСТВИЕ 1

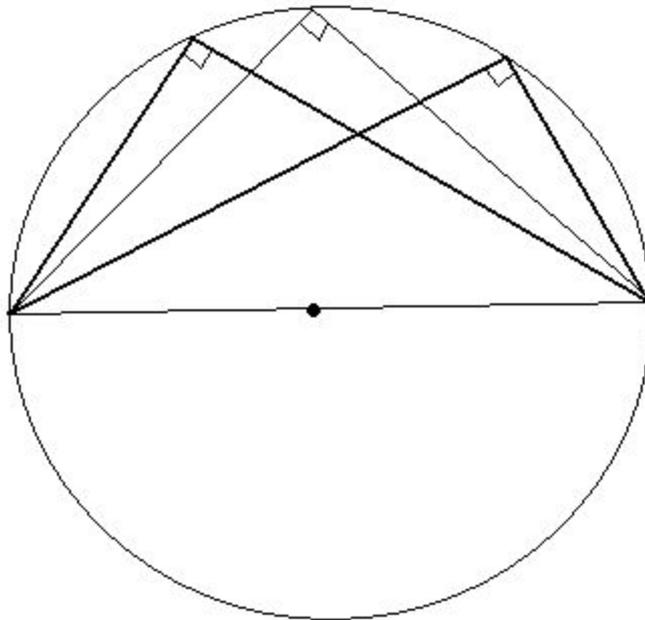
- Вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же дугу, равны



Следствие

2

- вписанный угол, опирающийся на полуокружность-прямой.



Теорема

4

- Если две хорды окружности пересекаются, то произведение отрезков одной хорды равно произведению отрезков другой хорды.

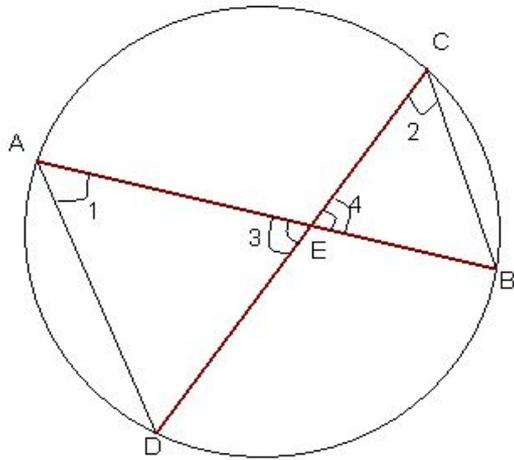
Рассмотрим $\triangle ADE$ и $\triangle CBE$:

1) $\angle 1 = \angle 2$ (т.к. это впис. углы)

2) $\angle 3 = \angle 4$ (т.к. это верт. углы)

} $\implies \triangle ADE \sim \triangle CBE$ (по двум углам) \implies

$$\implies \frac{AE}{CE} = \frac{DE}{BE} \quad \text{или, } AE \cdot BE = CE \cdot DE$$



СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!