



# ТАБЛИЦЫ ИСТИННОСТИ

ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ  
И АЛГЕБРЫ ЛОГИКИ

10 класс



ИЗДАТЕЛЬСТВО

**БИНОМ**

# Ключевые слова

- таблицы истинности
- логическая функция
- равносильные (эквивалентные) логические выражения



# Таблица истинности



Таблицу значений, которые принимает логическое выражение при всех сочетаниях значений (наборах) входящих в него переменных, называют **таблицей истинности логического выражения**.

## Таблицы истинности логических операций

A	$\bar{A}$	A	B	$A \& B$	$A \vee B$	$A \rightarrow B$	$A \oplus B$	$A \leftrightarrow B$
0	1	0	0	0	0	1	0	1
1	0	0	1	0	1	1	1	0
		1	0	0	1	0	1	0
		1	1	1	1	1	0	1



Функцию от  $n$  переменных, аргументы которой и сама функция принимают только два значения – 0 и 1, называют **логической функцией**.

Таблица истинности может рассматриваться как способ задания логической функции.

# Построение таблиц истинности

Определить количество строк таблицы  $m = 2^n$ , где  $n$  - количество переменных в логическом выражении

Определить число столбцов таблицы - сумма количества логических переменных и операций в выражении

Установить последовательность выполнения логических операций с учётом скобок и приоритетов операций

Заполнить строку с заголовками столбцов таблицы истинности (имена переменных, номера операций)

Выписать наборы входных переменных (ряд целых  $n$ -разрядных двоичных чисел от  $0$  до  $2^n - 1$ )

Провести заполнение таблицы истинности по столбцам, выполняя логические операции

# Пример построения таблицы ИСТИННОСТИ

Построим таблицу истинности для логического выражения

$$A \& B \vee \bar{A} \& \bar{B}$$

A	B	1	2	3	4	5
0	0	1	1	0	1	1
0	1	1	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0	0
1	1	0	0	1	0	1



Заполните таблицу истинности для логического выражения  $A \& B \vee \bar{A} \& \bar{B}$  и определите, какое значение принимает выражение при следующих значениях переменных A и B.

# Эквивалентные выражения

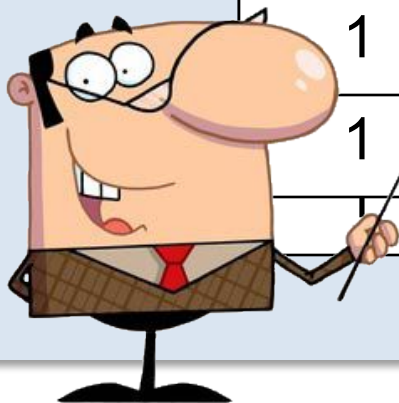


Логические выражения, зависящие от одних и тех же логических переменных, называются **равносильными** или **эквивалентными**, если для всех наборов входящих в них переменных значения выражений в таблицах истинности совпадают.



A	B	$A \rightarrow B$	$\bar{A} \vee B$
0	0	1	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	1	1	1

Ответ



С помощью таблиц истинности докажите равносильность выражений  $A \rightarrow B$  и  $\bar{A} \vee B$ .

# Анализ таблиц истинности



**№ 1.** Известен фрагмент таблицы истинности для логической функции  $F(A, B, C)$ . Сколько из приведённых ниже логических выражений соответствуют этому фрагменту?

а)  $(A \vee C) \& B$  ✓

б)  $(A \vee B) \& (C \rightarrow A)$  ✗

в)  $(A \& B \vee C) \& (B \rightarrow A \& C)$  ✗

г)  $(A \rightarrow B) \vee (C \vee A \rightarrow B)$  ✓

Таблица

Таблица

Таблица

Таблица

A	B	C	F
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

**Ответ: 2 (а, г)**

Ответить на поставленный вопрос можно, вычислив значение каждого логического выражения на заданном наборе переменных и сравнив его с имеющимся значением  $F$ . Вычисления будем производить построчно.



Ответ

# Анализ таблиц истинности



**№ 1.** Известен фрагмент таблицы истинности для логической функции  $F(A, B, C)$ . Сколько из приведённых ниже логических выражений соответствуют этому фрагменту?

а)  $(A \vee C) \& B$  ✓

б)  $(A \vee B) \& (C \rightarrow A)$

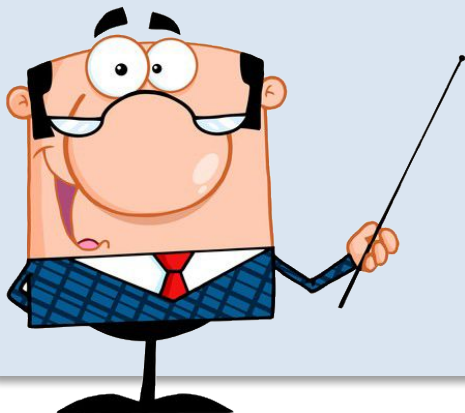
в)  $(A \& B \vee C) \& (B \rightarrow A \& C)$

г)  $(A \rightarrow B) \vee (C \vee A \rightarrow B)$

A	B	C	F
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

а)  $(A \vee C) \& B$

A	B	C	1	2	F
1	0	1	1	0	0
1	1	0	1	1	1
1	1	1	1	1	1





# Анализ таблиц истинности



№ 1. Известен фрагмент таблицы истинности для логической функции  $F(A, B, C)$ . Сколько из приведённых ниже логических выражений соответствуют этому фрагменту?

а)  $(A \vee C) \& B$

б)  $(A \vee B) \& (C \rightarrow A)$  **X**

в)  $(A \& B \vee C) \& (B \rightarrow A \& C)$

г)  $(A \rightarrow B) \vee (C \vee A \rightarrow B)$

A	B	C	F
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

б)  $(A \vee B) \wedge (C \rightarrow A)$

A	B	C	1	2	3	F
1	0	1	1	1	1	0
1	1	0				1
1	1	1				1



# Анализ таблиц истинности



№ 1. Известен фрагмент таблицы истинности для логической функции  $F(A, B, C)$ . Сколько из приведённых ниже логических выражений соответствуют этому фрагменту?

а)  $(A \vee C) \& B$

б)  $(A \vee B) \& (C \rightarrow A)$

в)  $(A \& B \vee C) \& (B \rightarrow A \& C)$  **X**

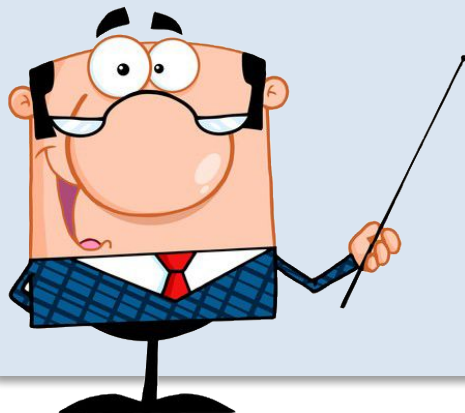
г)  $(A \rightarrow B) \vee (C \vee A \rightarrow B)$

A	B	C	F
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

в)  $(A \wedge B \vee C) \wedge (B \rightarrow A \wedge C)$

1 2 5 4 3

A	B	C	1	2	3	4	5	F
1	0	1	0	1	1	1	1	0
1	1	0						1
1	1	1						1



# Анализ таблиц истинности



**№ 1.** Известен фрагмент таблицы истинности для логической функции  $F(A, B, C)$ . Сколько из приведённых ниже логических выражений соответствуют этому фрагменту?

а)  $(A \vee C) \& B$

б)  $(A \vee B) \& (C \rightarrow A)$

в)  $(A \& B \vee C) \& (B \rightarrow A \& C)$

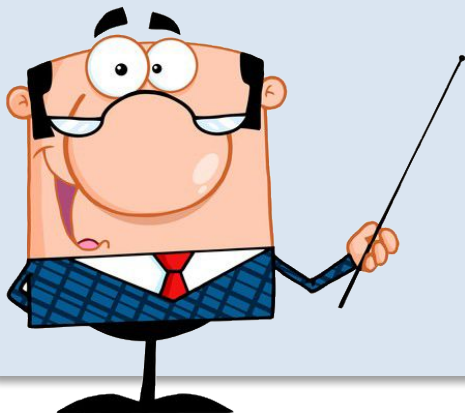
г)  $(A \rightarrow B) \vee (C \vee A \rightarrow B)$  ✓

A	B	C	F
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

г)  $(A \rightarrow B) \vee (C \vee A \rightarrow B)$

1 4 2 3

A	B	C	1	2	3	4	F
1	0	1	0	1	0	0	0
1	1	0	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1



# Анализ таблиц истинности



№ 2. Дана логическая функция:

$$F(x, y, z) = (x \vee \bar{y} \vee \bar{z}) \& (x \vee y).$$

Справа приведён фрагмент таблицы истинности, содержащий все наборы переменных, на которых  $F$  истинна. Определите, какому столбцу таблицы соответствует каждая из переменных.

z	y	x	F
0	0	0	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	1	1	1

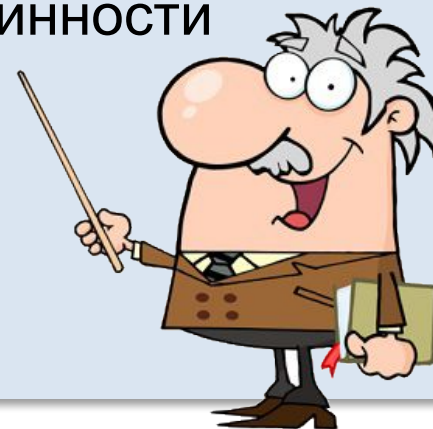
Существуют разные подходы к решению подобных задач:

1) построение полной таблицы истинности

Решение

2) методом рассуждений

Решение



Ответ

# Анализ таблиц истинности



№ 2.

$$F(x, y, z) = (x \vee \bar{y} \vee \bar{z}) \& (\bar{x} \vee y)$$

**Решение:**

Сколько строк в полной таблице истинности для данной функции?

Данная функция зависит от 3 логических переменных. Полная таблица истинности для нее должна состоять из 8 ( $2^3$ ) строк.

При каких наборах переменных  $x, y, z$  функция  $F(x, y, z) = 0$ ?

Наборы переменных, на которых функция ложна -  $001, 101$  и  $110$ .

?	?	?	F
0	0	0	$2 = 0_{10}$
0	1	0	$2 = 2_{10}$
0	1	1	$2 = 3_{10}$
1	0	0	$2 = 4_{10}$
1	1	1	$2 = 7_{10}$
0	0	1	$2 = 1_{10}$
1	0	1	$2 = 5_{10}$
1	1	0	$2 = 6_{10}$



# Анализ таблиц истинности



№ 2.

$$F(x, y, z) = (x \vee \bar{y} \vee \bar{z}) \& \overline{(x \vee y)} = 0$$

Решение:

Выясним, при каких значениях  $x, y, z$  функция  $F(x, y, z) = 0$ .

Сравним эту таблицу с восстановленным конъюнкцией («и») ложна, если хотя бы один из операндов равен нулю. фрагментом исходной таблицы истинности.

z	y	x	F
0	0	0	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	1	1	1
0	0	1	0
1	0	1	0
1	1	0	0

	x	y	z	F
$(x \vee \bar{y} \vee \bar{z})$	0	1	1	0
$\overline{(x \vee y)}$	1	0	0	0
	1	0	1	0



Ответ: z, y, x



# Анализ таблиц истинности

№ 2.

$$F(x, y, z) = (x \vee \bar{y} \vee \bar{z}) \& \bar{(x \vee y)} = 1$$

**Решение:**

В данном примере два логических выражения связаны операцией «и».

Конъюнкция («и») истинна тогда и только тогда, когда каждый из операндов входящих в нее, равен истине.

$(\bar{x} \vee y) = 1$  •  $x$  не 2-я переменная

$0$  или  $1$  •  $x$  не 1-я переменная

Тогда в строках, где  $x = 1$  значение  $y = 1$ .

- $y$  - 2-я переменная
- $z$  - 1-я переменная

z	y	x	F
0	0	0	1
0	1	0	1

$x$  не может быть

$y$  – не может быть  
1-й переменной

1-й переменной

**Ответ: z, y, x**



# Самое главное

Таблицу значений, которые принимает логическое выражение при всех сочетаниях значений (наборах) входящих в него переменных, называют **таблицей истинности логического выражения**.

Истинность логического выражения можно доказать путём построения его таблицы истинности.

Функцию от  $n$  переменных, аргументы которой и сама функция принимают только два значения –  $0$  и  $1$ , называют **логической функцией**.

Таблица истинности может рассматриваться как способ задания логической функции.





# Вопросы и задания



**№ 3.** Проверьте правильность решения задания №2. Для этого составьте таблицу истинности.

$$F(x, y, z) = (x \vee \bar{y} \vee \bar{z}) \& \bar{(x \vee y)}.$$

z	y	x	F
0	0	0	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	1	1	1

# Вопросы и задания



**№ 4.** Составлена таблица истинности для логического выражения, содержащего  $n$  переменных. Известно  $m$  — количество строк, в которых выражение принимает значение *истина*. Требуется выяснить, в скольких случаях логическое выражение примет значение *ложь* при следующих значениях  $n$  и  $m$ :

$$1) n = 4, m = 9 \quad 2^4 - 9 = 16 - 9 = 7$$

$$2) n = 8, m = 156 \quad 2^8 - 156 = 256 - 156 = 100$$

$$3) n = 12, m = 1596 \quad 2^{12} - 1596 = 4096 - 1596 = 2500$$

Решение / Ответ

# Информационные источники

- <http://xn--80aanlrjbcx2b7fsb.xn--p1ai/wp-content/uploads/2015/07/156.jpg>
- <http://iq230.com/images/sampled/1/teacher-desk.jpg>
- [http://www.s.0512.com.ua/s/8/section/doska/upload/pers/8/img/doska/000/000/123/1172305\\_blogjpg\\_20131007062226902\\_144205923264.jpg](http://www.s.0512.com.ua/s/8/section/doska/upload/pers/8/img/doska/000/000/123/1172305_blogjpg_20131007062226902_144205923264.jpg)