

# Декартово произведение множеств

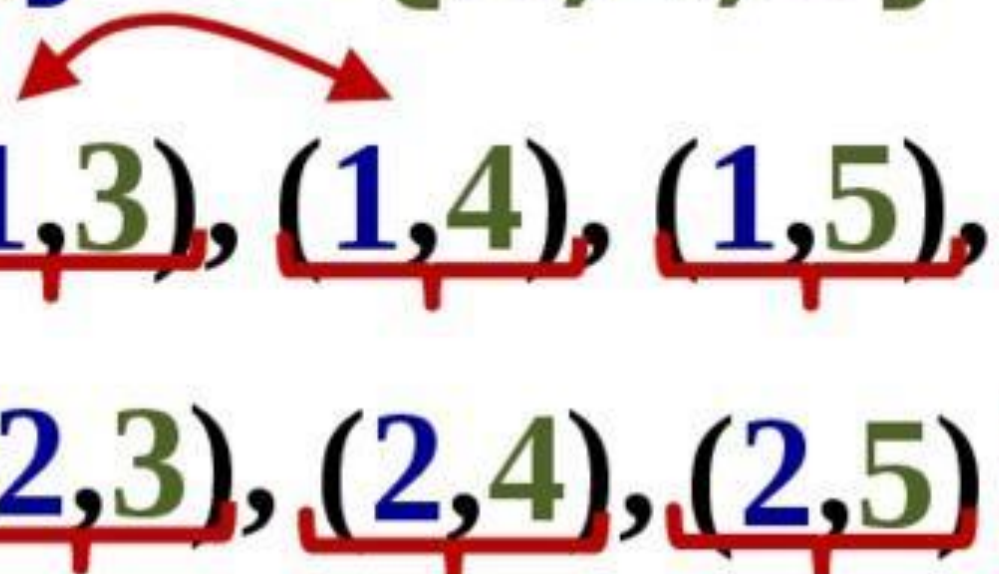
# Упорядоченная пара

- Пусть  $A$  и  $B$  – множества
- Упорядоченная пара  $(a, b)$ , состоящая из  $a \in A$  и  $b \in B$ .
- Упорядоченные пары  $(a, b)$  и  $(c, d)$  равны, если  $a = c$  и  $b = d$ 
  - Почему?
  - Чем отличается упорядоченная пара от множества  $\{a, b\}$ ?

# Декартово произведение множеств

- Декартовым произведением множеств  $A$  и  $B$  называется множество всех пар, первая компонента которых принадлежит множеству  $A$ , а вторая принадлежит множеству  $B$ . (обоз.  $A \times B$ )
- $A \times B = \{(x; y) \mid x \in A \text{ и } y \in B\}$ .
- Если какое-либо из множеств  $A$  и  $B$  пусто, то декартово произведение  $A \times B$  считается пустым множеством.

$$A = \{1, 2\} \quad B = \{3, 4, 5\}$$

$$A \times B = \{ \underbrace{(1, 3)}, \underbrace{(1, 4)}, \underbrace{(1, 5)}, \\ \underbrace{(2, 3)}, \underbrace{(2, 4)}, \underbrace{(2, 5)} \}$$


$$A \times B = \{(x, y) \mid x \in A \text{ u } y \in B\}$$

## 8. Декартово произведение множеств

---

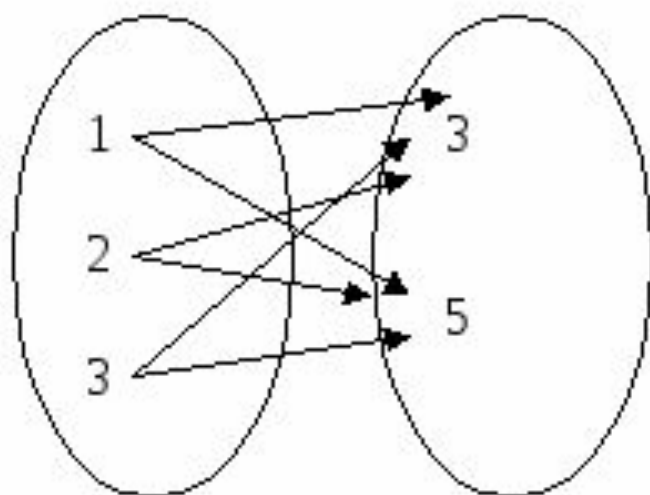
**Пр.**  $A = \{1; 2; 3\}$ ,  $B = \{2; 4\}$

$$A \times B = \{(1; 2), (1; 4), (2; 2), (2; 4), (3; 2), (3; 4)\}$$

$$B \times A = \{(2; 1), (2; 2), (2; 4), (4; 1), (4; 2), (4; 3)\}$$

**(!!) 1)  $A \times B \neq B \times A$**

**2)  $|A \times B| = |A| \times |B|$**



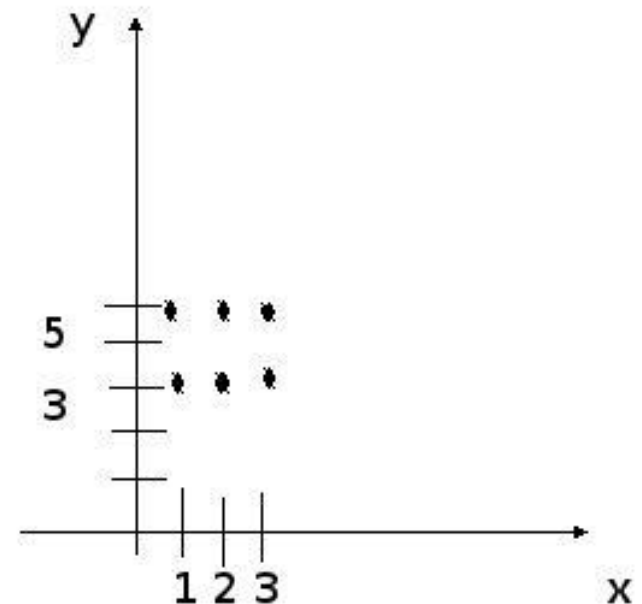
A / B	3	5
1	(1; 3)	(1; 5)
2	(2; 3)	(2; 5)
3	(3; 3)	(3; 5)

# График декартова произведения двух числовых множеств

Примеры: Построить график декартова произведения множеств  $A$  и  $B$ .

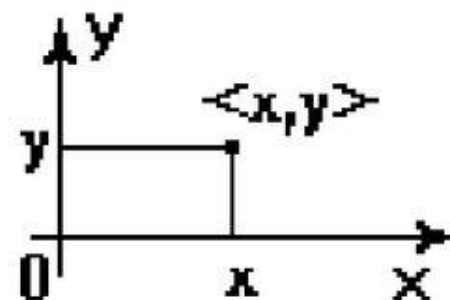
$$1) A = \{1, 2, 3\}, B = \{3, 5\}.$$

$$A \times B = \{(1;3), (1;5), (2;3), (2;5), (3;3), (3;5)\}$$

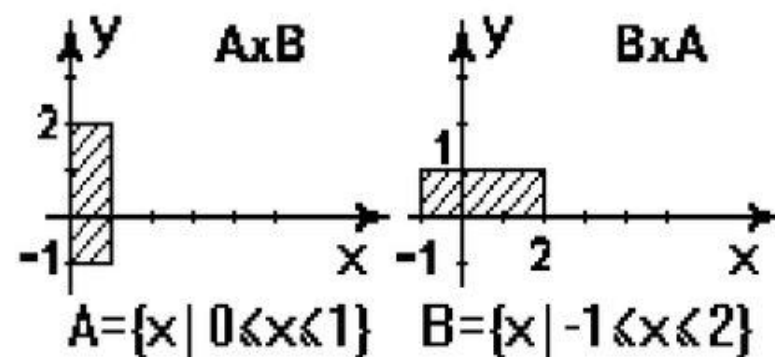
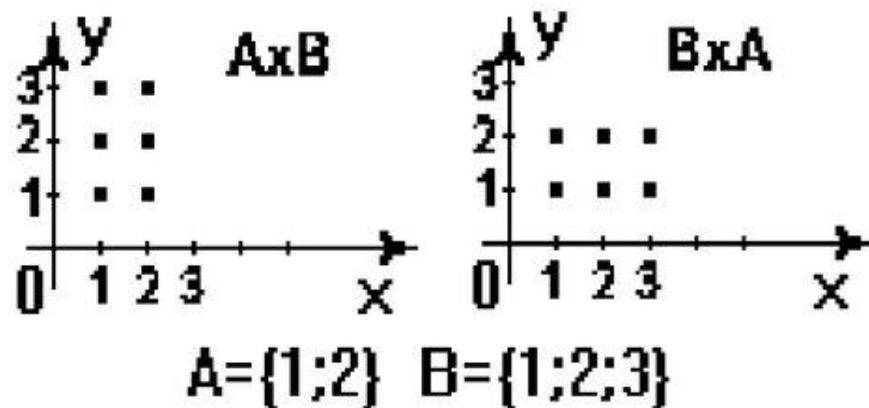


# Прямое (декартово) произведение множеств

Пару  $\langle x, y \rangle$  можно трактовать как точку на координатной плоскости  $XOY$  с координатами  $x$  и  $y$ .

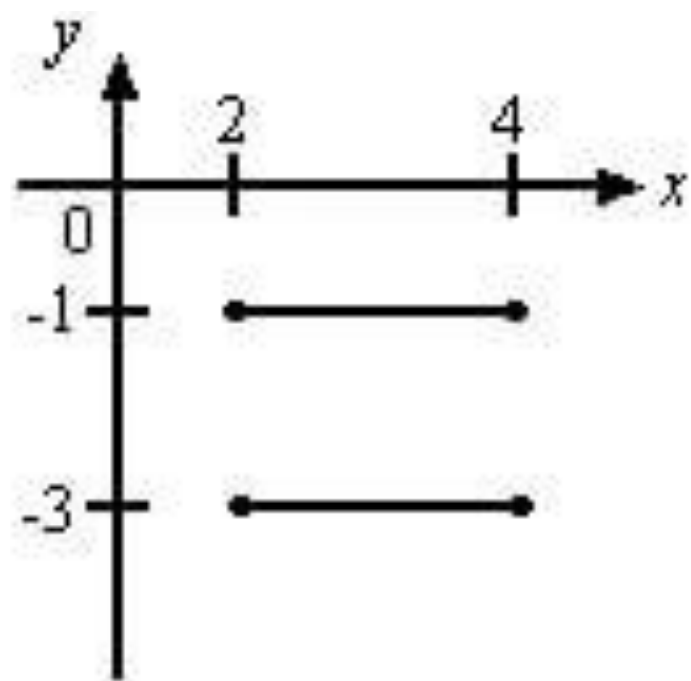
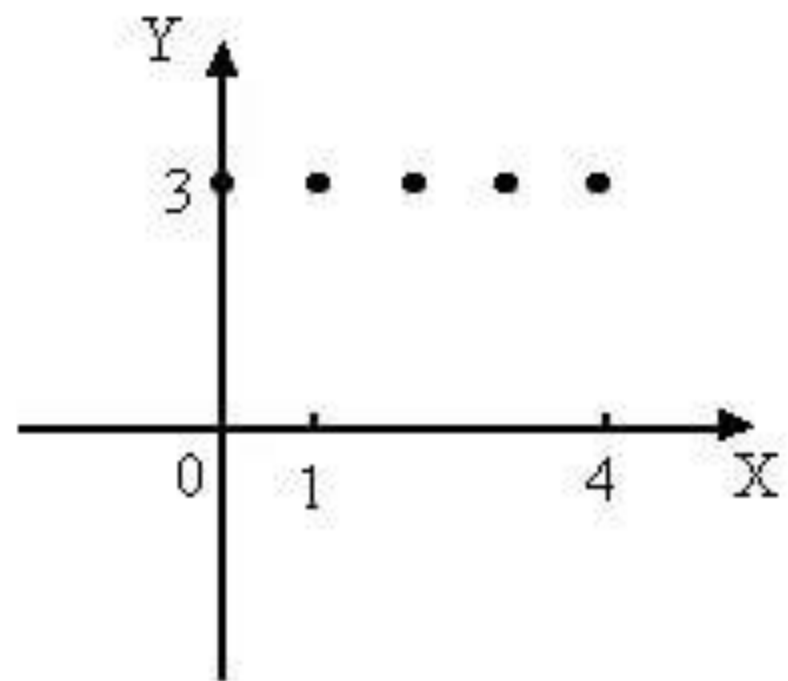


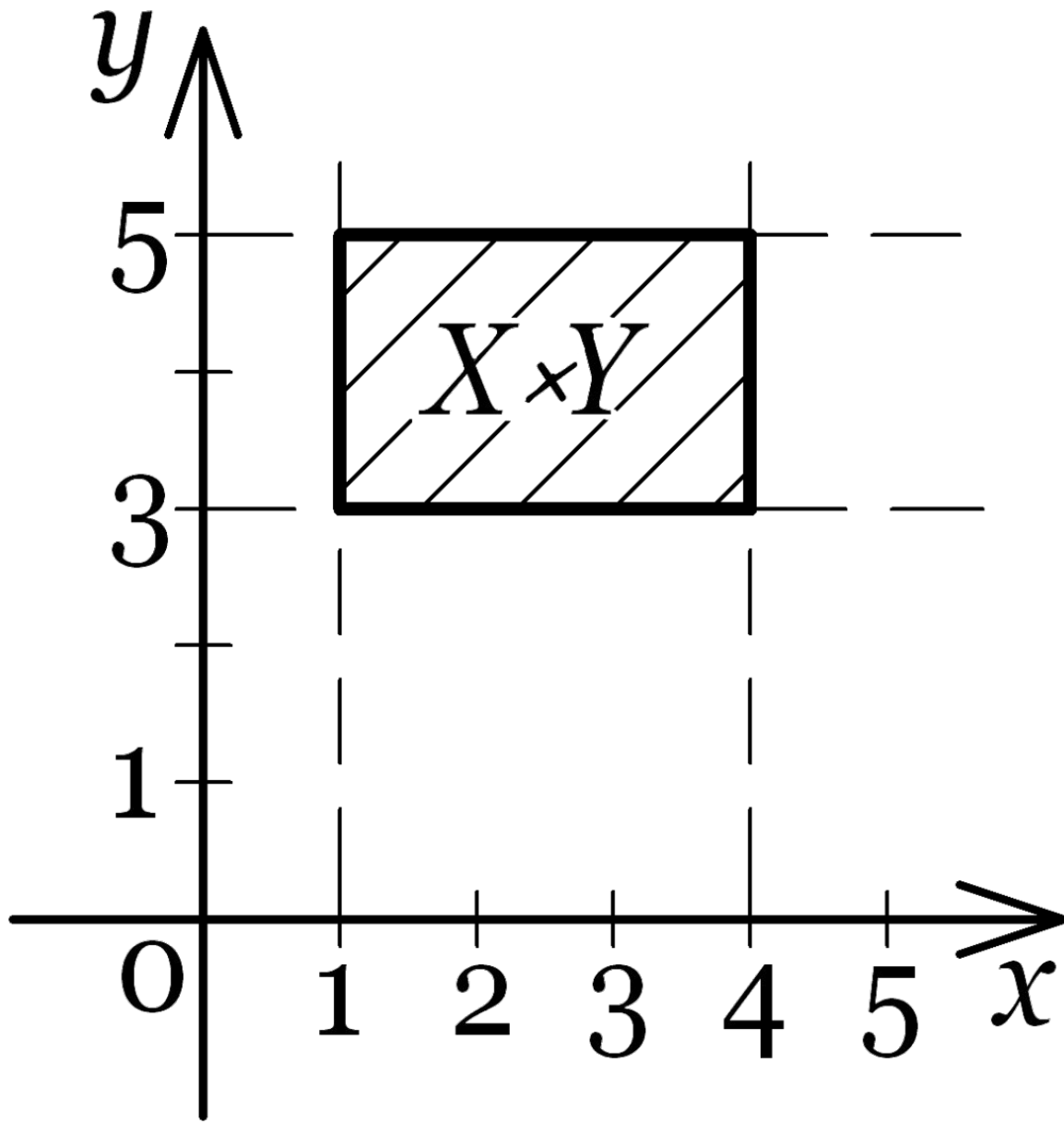
Тогда прямое произведение будет соответствовать “прямоугольному” множеству точек на этой плоскости, причём в произведении  $A \times B$  первый сомножитель – множество абсцисс этих точек, а второй – множество ординат.



Такое представление называется *координатной диаграммой*.







**Декартовым произведением множеств  $X_1, X_2, \dots, X_n$**  называется множество всех кортежей длины  $n$ , первая компонента которых принадлежит множеству  $X_1$ , вторая множеству  $X_2, \dots, n$ -я – множеству  $X_n$ :

$$X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n = \{(x_1; x_2; \dots; x_n) | x_1 \in X_1, x_2 \in X_2, \dots, x_n \in X_n\}$$