

Ю.Н. Орлов

Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН,
кафедра высшей математики МФТИ

Методы статистического анализа литературных текстов



Обсуждаемые вопросы



- Точность статистического анализа в зависимости от объема текста.
- Идентификация автора неизвестного текста в библиотеке эталонов, создание эталонов и кластеризация текстов.
- Оператор трансляций распределения текста по буквам и спектральные портреты. Эффект переводчика.

Обсуждаемые вопросы



- Анализ авторских тандемов и проверка текста на однородность. Динамические системы, генерирующие ряд расстояний между одинаковыми буквами в тексте.
- Анализ европейских языков. Функция распределения букв по частоте встречаемости. Фонетический анализ алфавитов по избыточности или недостаточности символов.

Цель и программа работы



- Сопоставление тексту структуры в фазовом пространстве (букв, слов и т.п.)
- Введение нормы как расстояния между структурами в фазовом пространстве
- Определение проекторов на подпространства с целью классификации: языка текста, эпохи написания, типа (проза или поэзия), формата (роман, очерк, эссе), жанра (детектив, триллер), автора

Текстовый инвариант? – Нет!



- Текстовый инвариант – это функционал $F(T)$ от текстовой структуры. Два текста близки в фазовом пространстве, если близки функционалы: $|F(T_1) - F(T_2)| < \varepsilon$.

- Цель работы – ввести наилучшим образом расстояние в пространстве структур

$$\rho_{1,2} = \|T_1 - T_2\|,$$

т.е. рассматривать не разность функционалов, а функционал разности.



1. Статистическая достоверность определения частот употребления букв в литературных произведениях

Выборочное распределение текста по буквам



- Пусть ξ – случайная величина (буква или буквосочетание), принимающая значения из конечного упорядоченного множества букв (пар букв, и т.д.) в алфавите.
- 1-ВПФР $f_{1N}(i)$ есть эмпирическая вероятность обнаружения данной (i -ой) буквы в тексте из N символов, 2-ВПФР $f_{2N}(i,j)$ – пары букв, и т.д.
- «Время» – это порядковый номер буквы в тексте. Пробелы и знаки игнорируются.

Минимально достаточная длина текста



- Тексты должны быть таких длин, чтобы статистическая неопределенность в оценке вероятностей буквосочетаний была «много меньше» наблюдаемого расстояния между распределениями
- **Основная гипотеза: распределения буквосочетаний для каждого автора квазистационарны**

Оценка достаточной длины текста



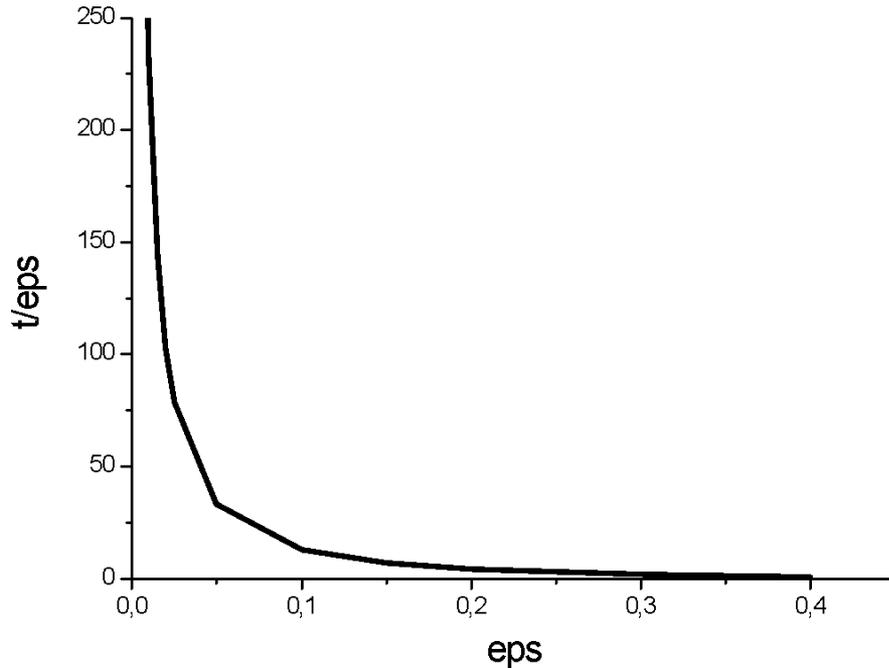
- Для стационарного процесса оценка среднего при неизвестной дисперсии дается статистикой Стьюдента

$$t_{\alpha}(N-1) = \sqrt{N-1} \frac{|f_N(i) - f^*(i)|}{s_N(i)}, \quad s_N(i) = \sqrt{f_N(i)(1-f_N(i))}$$

- Оценка длины текста для построения распределения с точностью ε :

$$\frac{t_{1-\varepsilon}}{\varepsilon} \leq \frac{\sqrt{N}}{\Sigma_N(n)}, \quad \Sigma_N(n) = \sum_{i=1}^n \sqrt{f_N(i)(1-f_N(i))}, \quad \sum_{i=1}^n |f_N(i) - f^*(i)| \leq \varepsilon$$

Достаточная длина текста



$$\Sigma_1 \approx 5,1$$

$$\Sigma_2 \approx 19,5$$

$$\Sigma_3 \approx 61,1$$

$$\Sigma_4 \approx 108,3$$

$$N_{\min}(k) = \left(\frac{\Sigma_k \cdot t_{1-\varepsilon}}{\varepsilon} \right)^2$$

- При $\varepsilon=0,05$:

для 1-ПФР $N=40$ тыс. знаков,

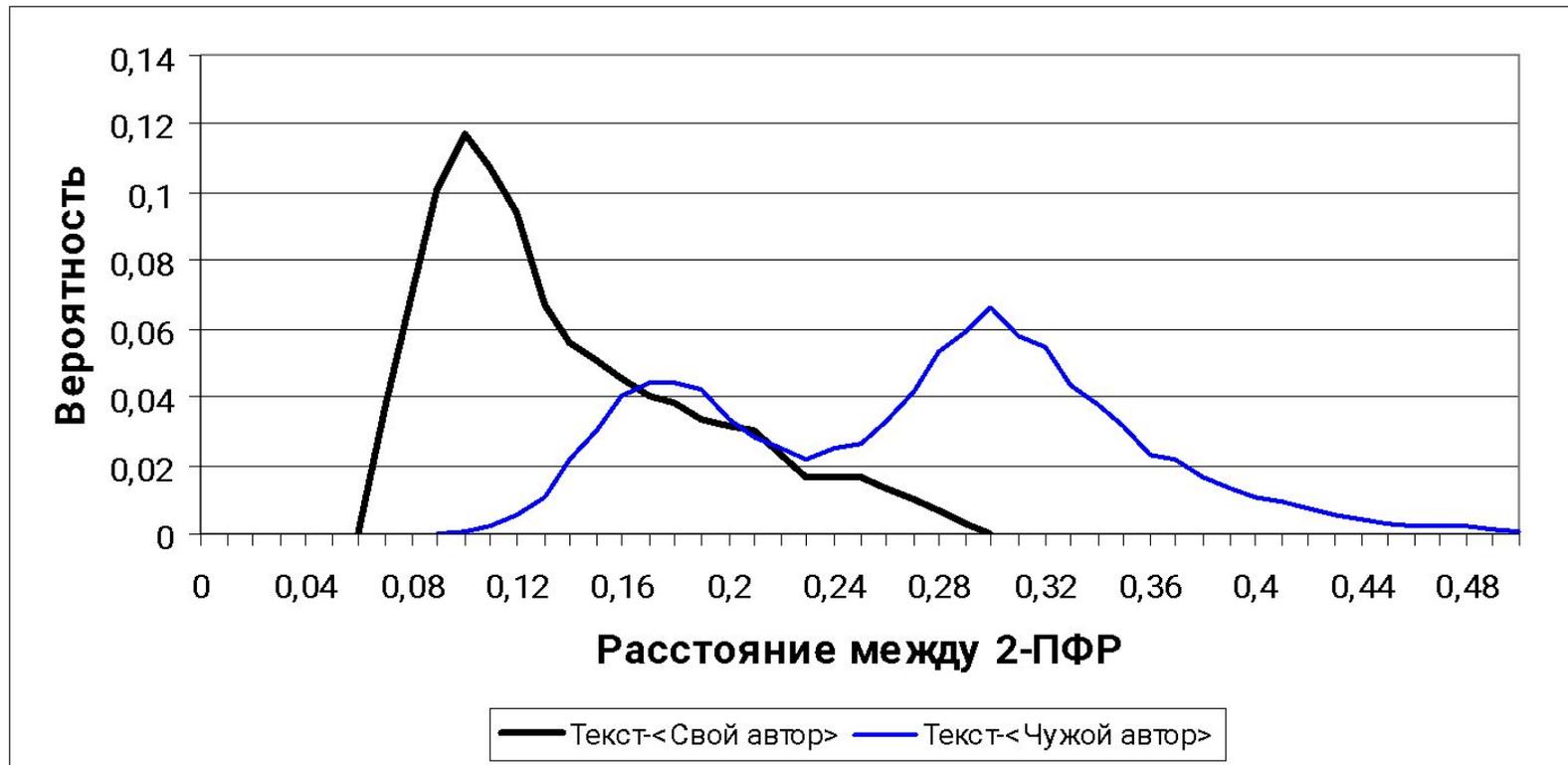
для 2-ПФР $N=400$ тыс. знаков,

для 3-ПФР $N=4$ млн знаков.

Распределение расстояний между 2-ПФР в норме L1



$$\rho_{a,b} = \|f_a - f_b\|_{L1} = \sum_j |f_a(j) - f_b(j)|$$

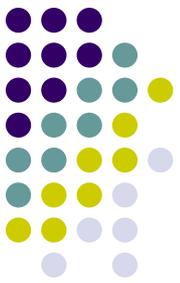


Минимальная длина текста



Тексты	1-ПФР	2-ПФР	3-ПФР	4-ПФР
Свои, l_s	0,05	0,14	0,26	0,38
σ_s	0,02	0,05	0,10	0,10
Чужие, l_d	0,12	0,27	0,45	0,55
σ_d	0,05	0,08	0,09	0,09
$\varepsilon = l_d - l_s$	0,07	0,13	0,19	0,17
N_{\min} , тыс.	13	32	66	207

Уровень нестационарности текстов



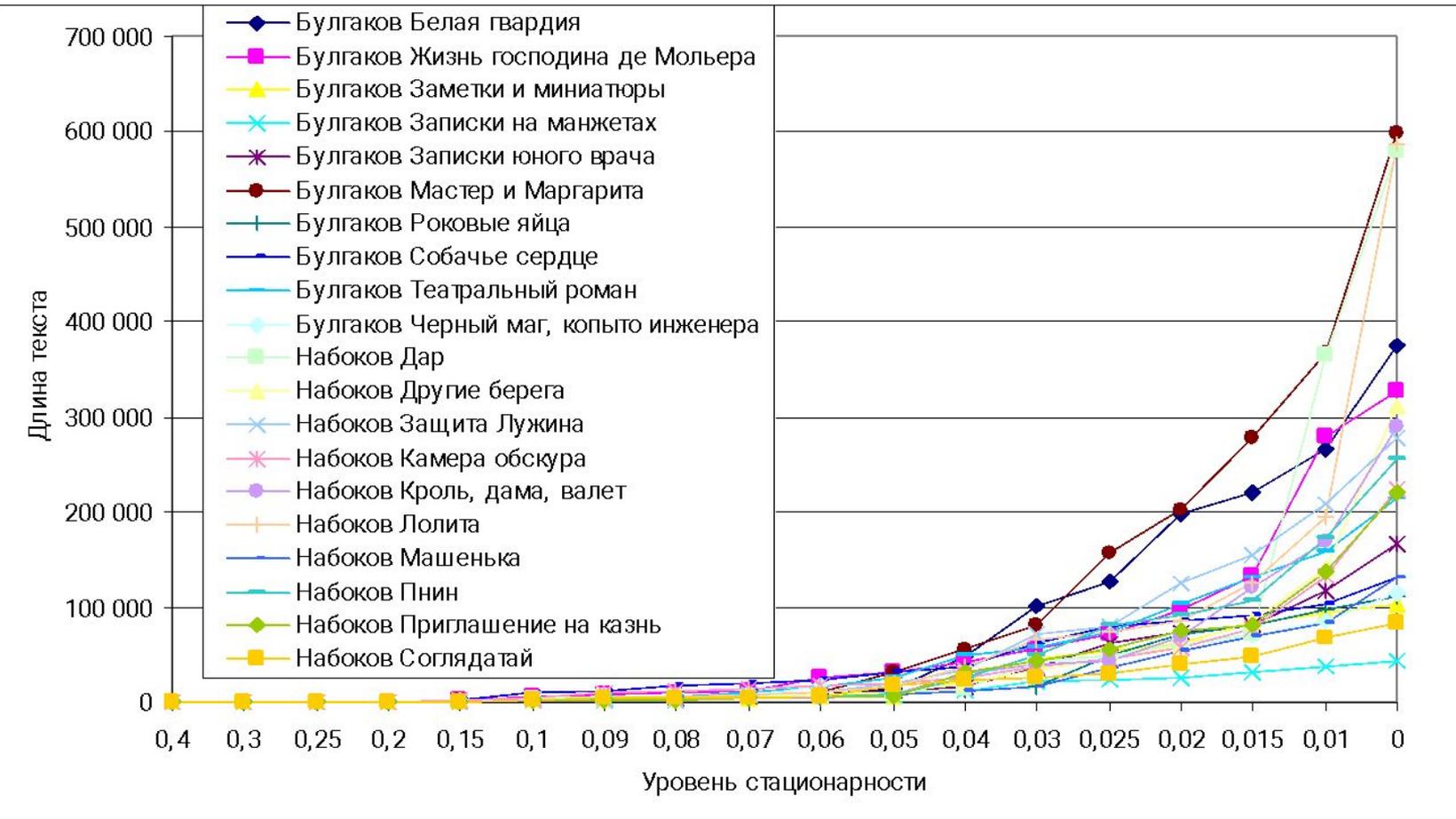
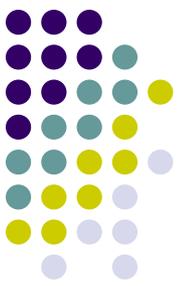
- Расстояние между ПФР текстов:

$$\rho_{12} = \left\| f^{(1)} - f^{(2)} \right\| = \sum_{i=1}^n \left| f_{N_1}^{(1)}(i) - f_{N_2}^{(2)}(i) \right|$$

- Чтобы сравнивать распределения текстов разных объемов, следует убедиться в том, что каждый из них стабилизируется:

$$\exists L(\varepsilon) : \forall N_1, N_2 \geq L(\varepsilon) \quad \sum_{i=1}^n \left| f_{N_1}(i) - f_{N_2}(i) \right| \leq \varepsilon$$

Длина квазистационарности $L(\epsilon)$ для 1-ПФР



Для практических целей, где допустимы небольшие отклонения 1-ПФР отрывка от 1-ПФР всего текста, достаточно сравнительно небольших объемов текстов.



2. Кластеризация текстов, создание эталонных распределений и метод идентификации автора

Идентификация автора текста



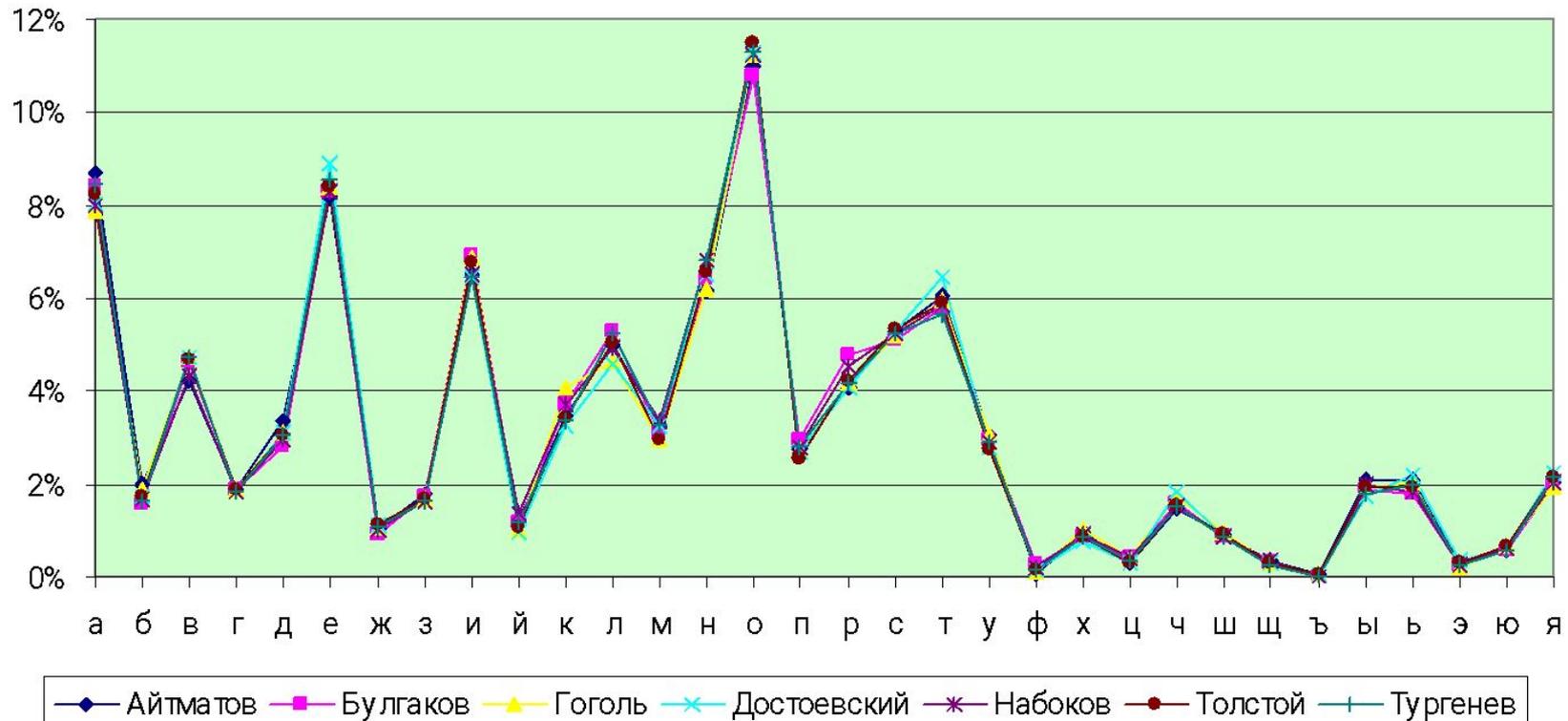
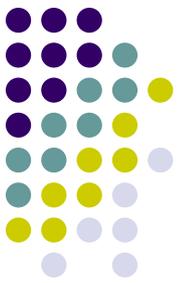
Пусть имеется библиотека из A авторов, a -го автора K_a текстов, в i -ом тексте $N_{i,a}$ знаков, и $f_{i,a}(j)$ есть ПФР отдельного текста. Вводится эталонная ПФР автора:

$$f_a(j) = \frac{1}{N_a} \sum_{i=1}^{K_a} f_{i,a}(j) N_{i,a}, \quad N_a = \sum_{i=1}^{K_a} N_{i,a}.$$

Пусть $f_0(j)$ - ПФР текста неизвестного автора. Автор определяется по правилу

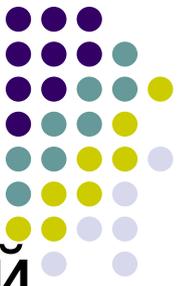
$$\rho_a^0 = \|f_0 - f_a\|, \quad a^0 = \arg \min_a \rho_a^0$$

Авторские 1-ПФР



- Вывод: авторские 1-ПФР очень близки, поэтому различие между ними должно выявляться на «тонкой структуре» их взаимных различий, а не функционала от них как таковых

Ошибки 1-го и 2-го родов



$F_a^+(\rho)$ функция распределения расстояний текстов автора от его эталона;

$F_a^-(\rho)$ чужих текстов от него же;

$$\rho_a^+ : \min \rho, F_a^+(\rho) = 1; \quad \rho_a^- : \max \rho, F_a^-(\rho) = 0$$

$F_a^-(\rho_a^+)$ есть вероятность ошибочно отклонить текст автора, посчитав его чужим (ошибка 1-го рода);

$1 - F_a^+(\rho_a^-)$ есть вероятность ошибочно признать чужой текст авторским (ошибка 2-го рода)

Мощность статистических методов идентификации автора



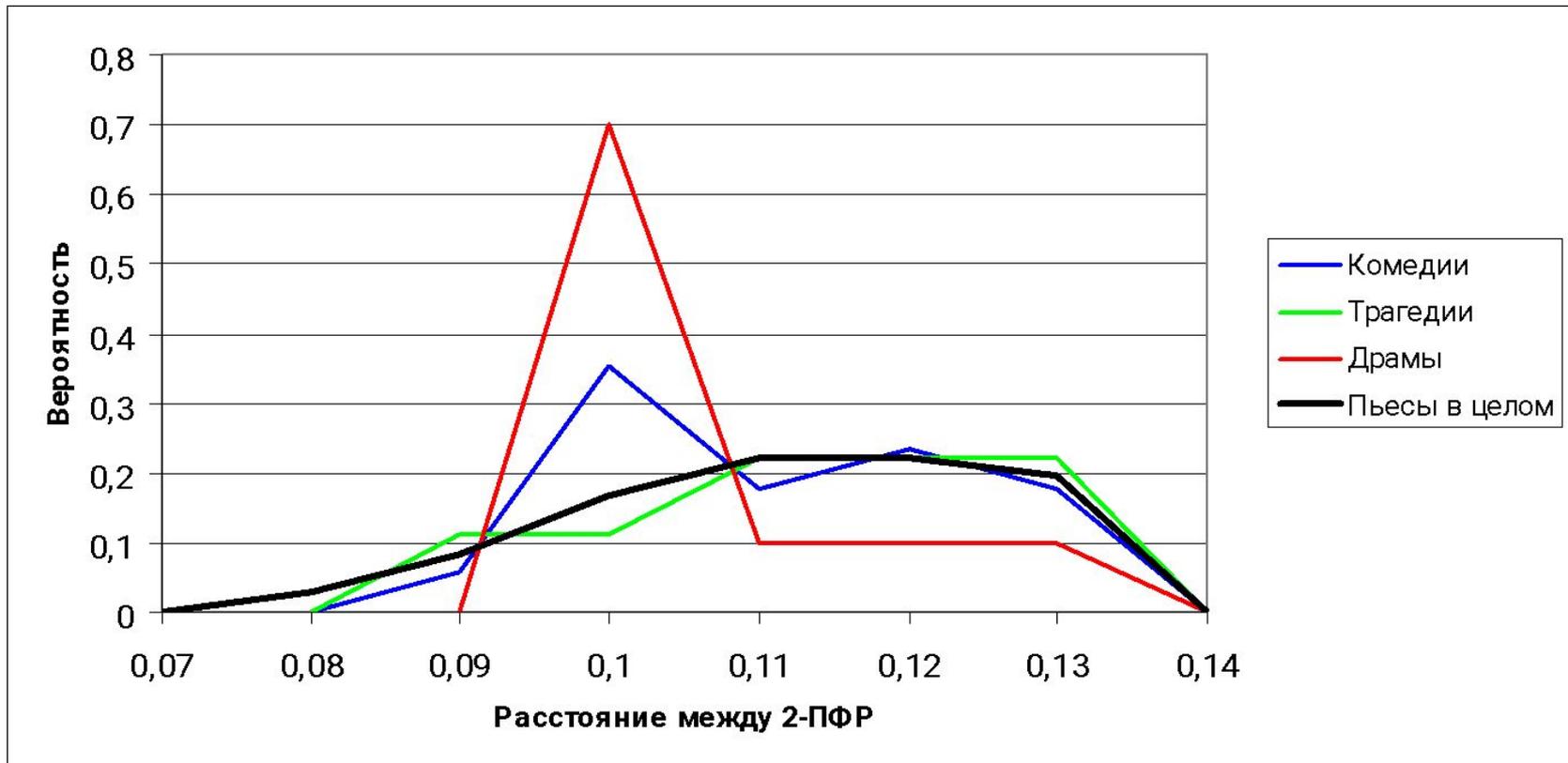
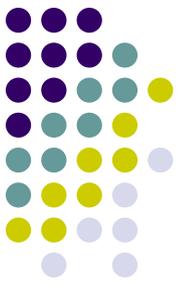
3000 текстов, 300 авторов	Ошибка, %
Близость 3-ПФР в норме L1	0
Близость 2-ПФР в норме L1	4
Близость вектора «подсознания» в норме L1	12
Близость 1-ПФР в норме L1	15
Доля служебных слов	68
Информационная энтропия 2-ПФР	71
Доля гласных	81
Среднее число слов в предложении	87

Шолохов – автор «Тихого Дона» по расстояниям между 2-ПФР текстов с вероятностью 96%



Произведения Крюкова		
	До Крюкова	До Шолохова
Булавинский бунт	0,21	0,27
В углу	0,18	0,23
Зыбь	0,11	0,15
Казачка	0,14	0,19
Шульгинская расправа	0,16	0,19
Произведения Шолохова		
Они сражались за Родину	0,16	0,13
Повести	0,21	0,15
Поднятая целина	0,17	0,11
Путь дорога	0,23	0,16
Рассказы	0,22	0,15
Тихий Дон, части 1 и 2	0,16	0,08
Тихий Дон, части 3 и 4	0,14	0,06

Распределение расстояний между произведениями Шекспира



Шекспир – автор всех своих пьес по расстояниям между 2-ПФР текстов с вероятностью 94%

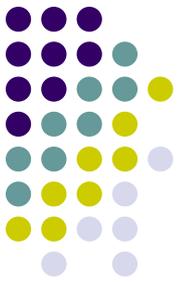


Трагедии Шекспира и «спорный» текст	Расстояние до средней 2-ПФР Шекспира	Расстояние до 2-ПФР Кида	Расстояние до средней 2-ПФР Марло
1. Antony and Cleopatra	0,116	0,201	0,170
2. The Tragedy of Coriolanus	0,123	0,204	0,191
3. The Tragedy of Hamlet, Prince of Denmark	0,086	0,153	0,152
4. The Life and Death of Julies Caesar	0,138	0,224	0,204
5. King Lear	0,096	0,162	0,149
6. The Tragedy of Macbeth	0,110	0,165	0,150
7. Othello, the Moore of Venice	0,101	0,174	0,169
8. Romeo and Juliet	0,126	0,162	0,149
9. Timon of Athens	0,118	0,166	0,164
Titus Andronicus	0,129	0,159	0,153



3. Спектральные портреты авторов и эффект переводчика

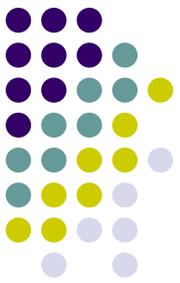
Оператор трансляций



- Пусть P_{ij} есть условная вероятность того, что буква j следует за буквой i .
- Пусть также $K_i(t)$ есть i -ая компонента вектора вероятностей того, что буква i реализуется в тексте в момент t .
- Тогда

$$\mathbf{K}(t+1) = P\mathbf{K}(t)$$

Оператор трансляций на 1 шаг



- P_{ij} выражается через 1-ПФР и 2-ПФР:

$$P_{jk} = F(k, j) / f(k)$$

- По формуле полной вероятности

$$f(j) = \sum_k F(k, j) = \sum_k P_{jk} f(k)$$

- Следовательно, 1-ПФР

$$f(j) = \sum_k F(k, j)$$

является с.в. оператора P_{jk} , отвечающим с.з. 1.

ε -спектр оператора соседних трансляций



- Число λ называется принадлежащим ε -спектру $\Lambda_\varepsilon(P)$ матрицы P , если существует матрица Δ такая, что

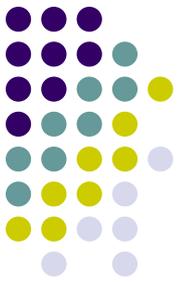
$$\|\Delta\| \leq \varepsilon \|P\| \quad \det(\lambda E - P - \Delta) = 0$$

- Резольвентой матрицы P называется матрица

$$R(\lambda) = (\lambda I - P)^{-1}$$

Тогда $\lambda \in \Lambda_\varepsilon(P)$ если $\|R(\lambda)\| \geq \frac{1}{\varepsilon \|P\|}$

Вычисление ε -спектра



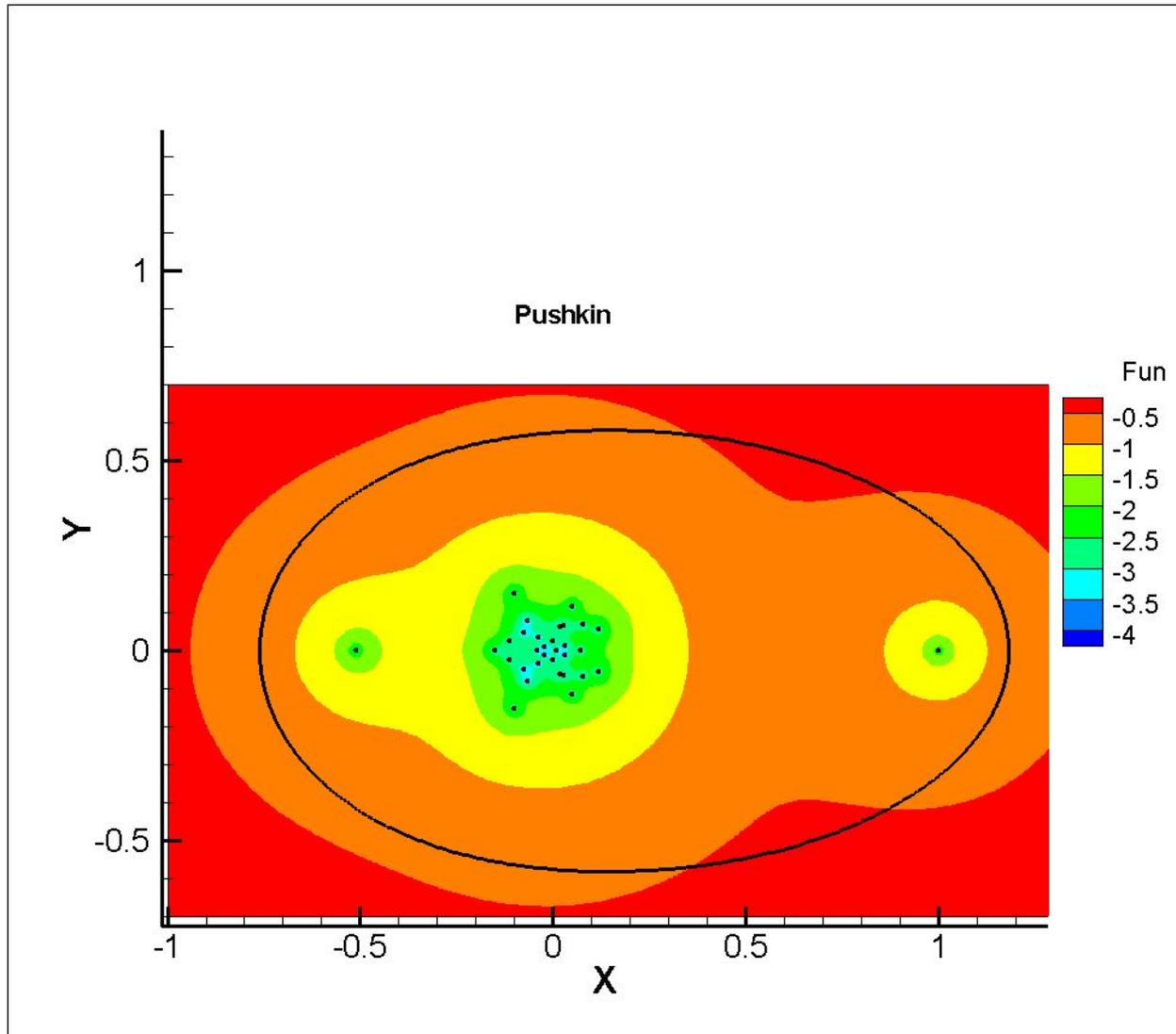
- Параметром дихотомии спектра относительно кривой γ называется норма квадрата резольвенты на данной кривой:

$$\kappa_{\gamma}(P) = \frac{\|P\|^2}{2\pi r} \oint_{\gamma} \|R(\lambda)\|^2 d\lambda, \quad \gamma : \lambda = re^{i\varphi}$$

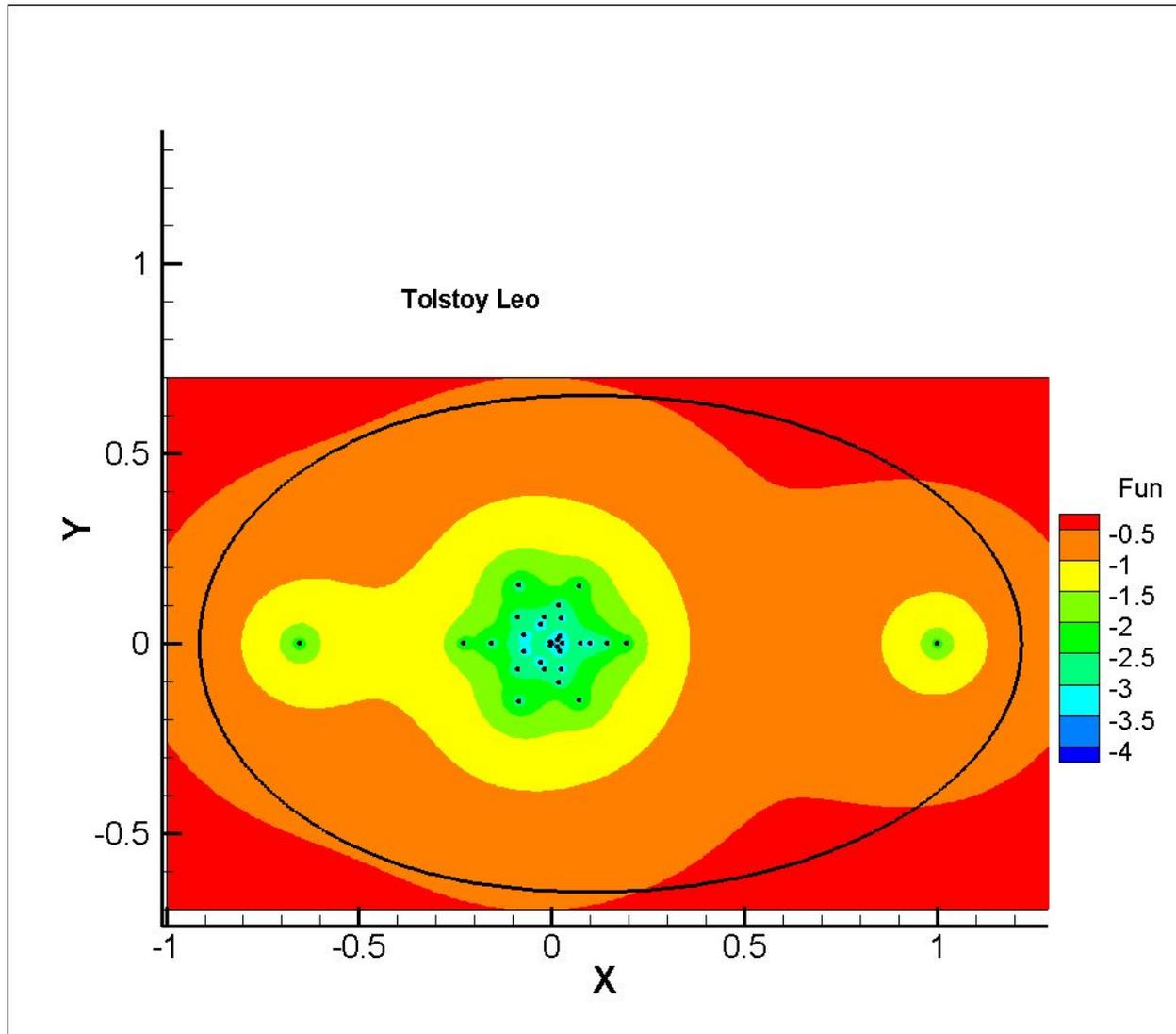
Если на кривой нет точек спектра, то норма резольвенты на этой кривой конечна.

- Спектральные портреты операторов P для разных авторов показывают устойчивость этой структуры для текстов одного автора и различающиеся картины для разных авторов.

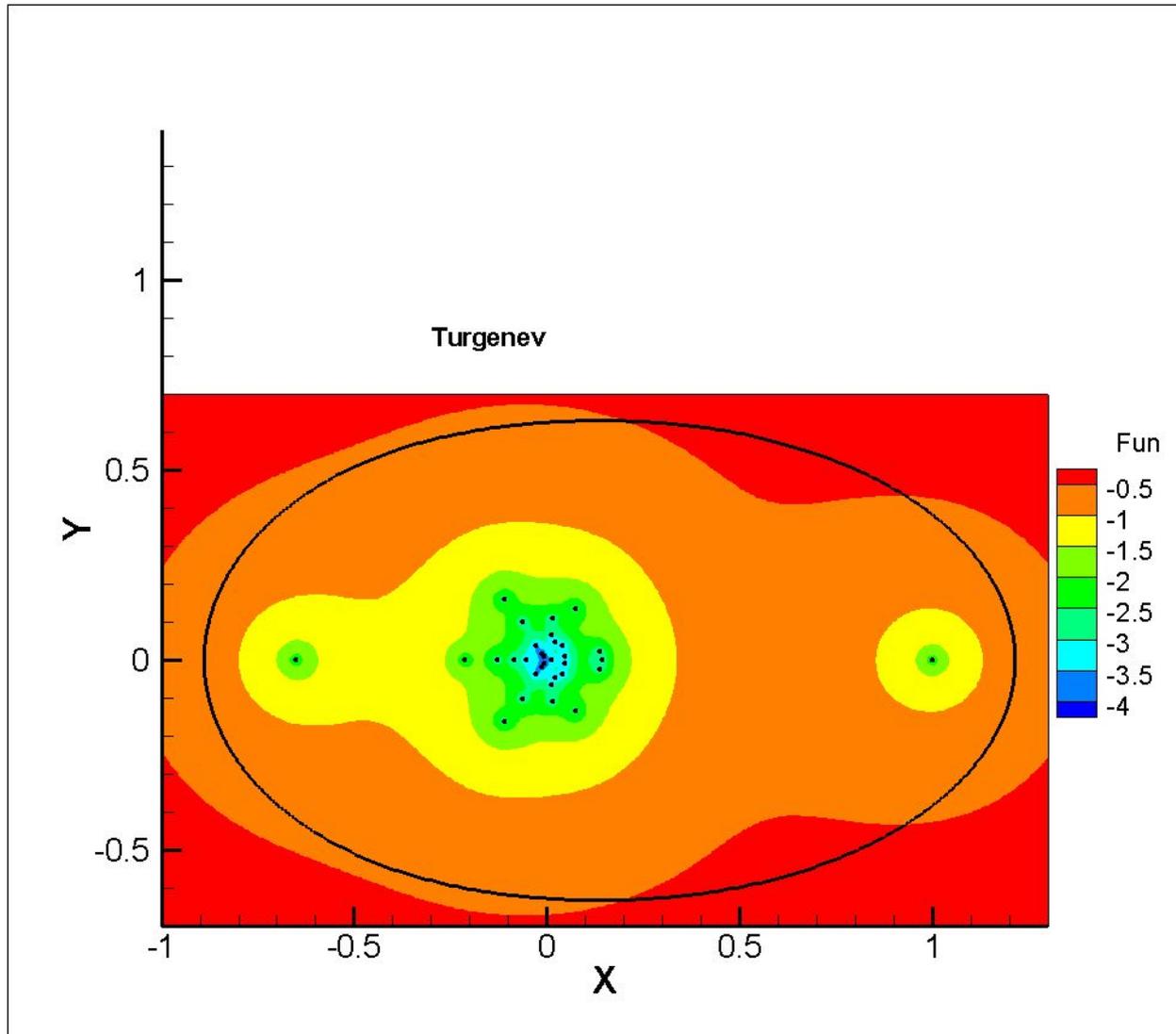
Примеры спектральных портретов писателей



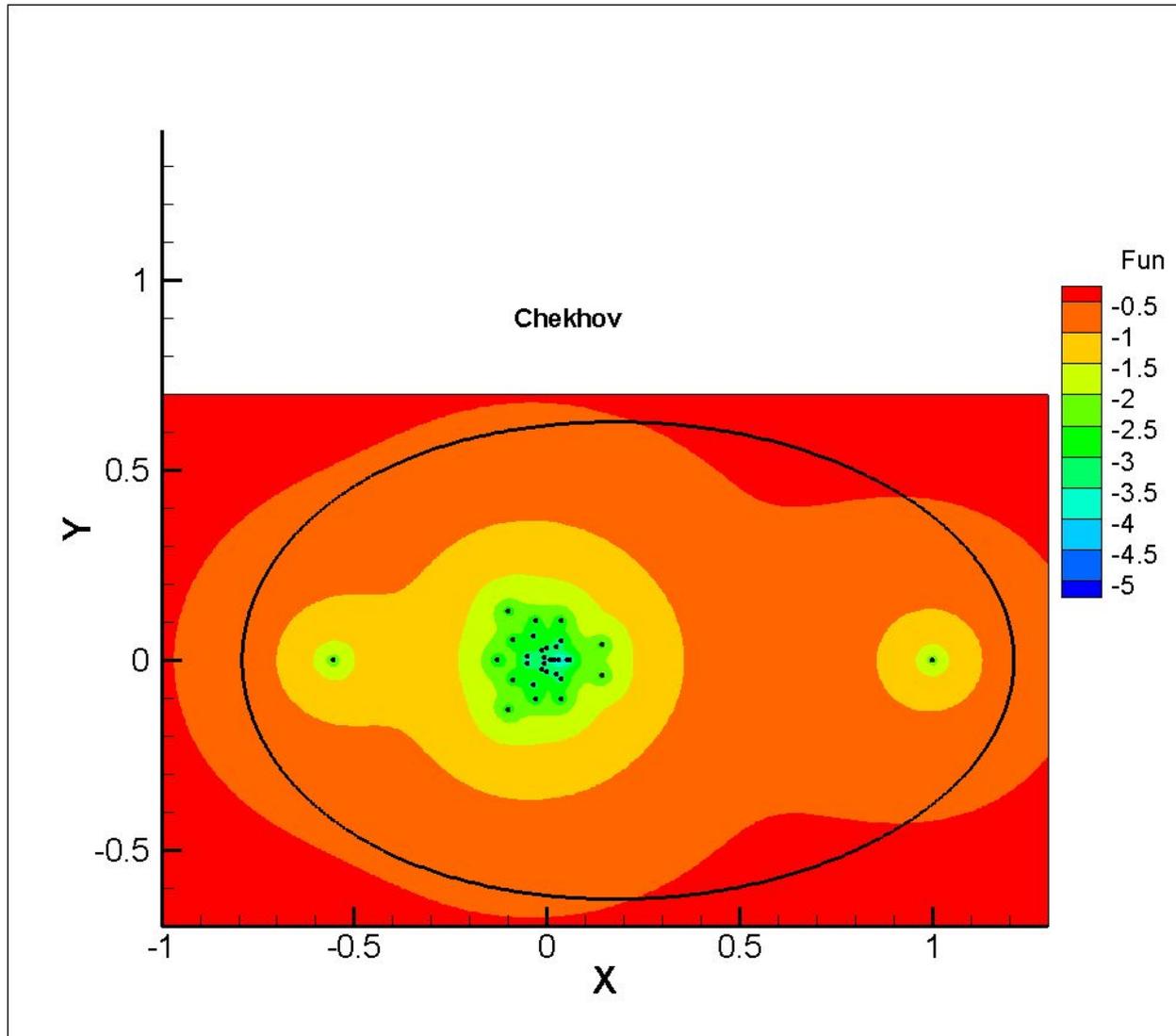
Примеры спектральных портретов писателей



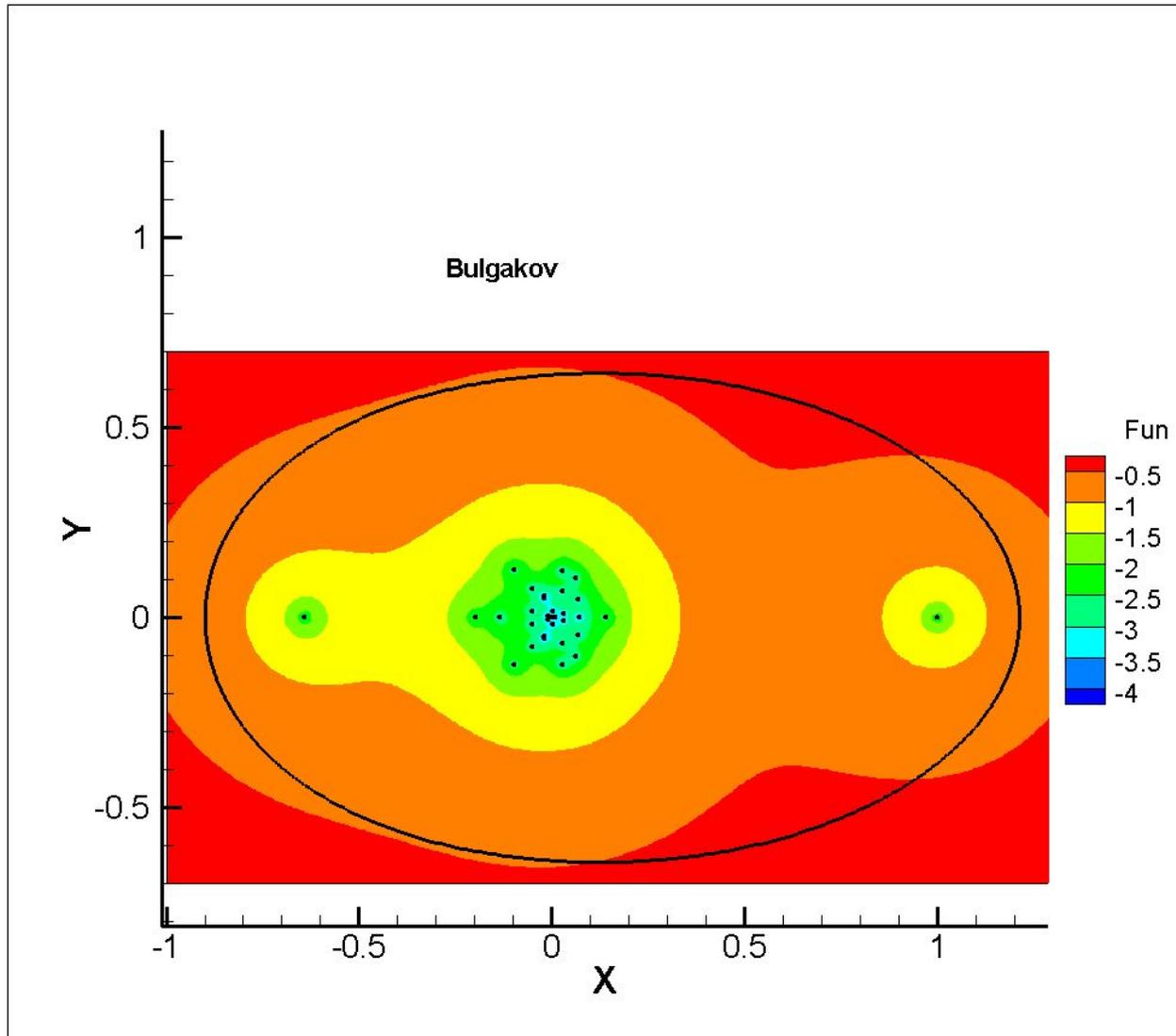
Примеры спектральных портретов писателей



Примеры спектральных портретов писателей



Примеры спектральных портретов писателей

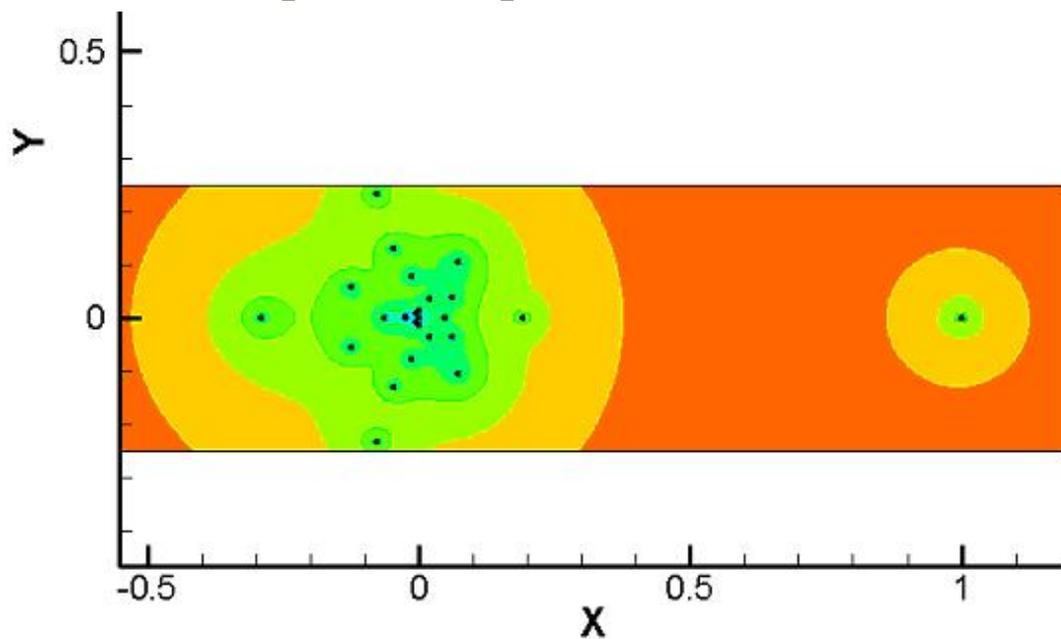


Эффект переводчика и вектор «подсознания»

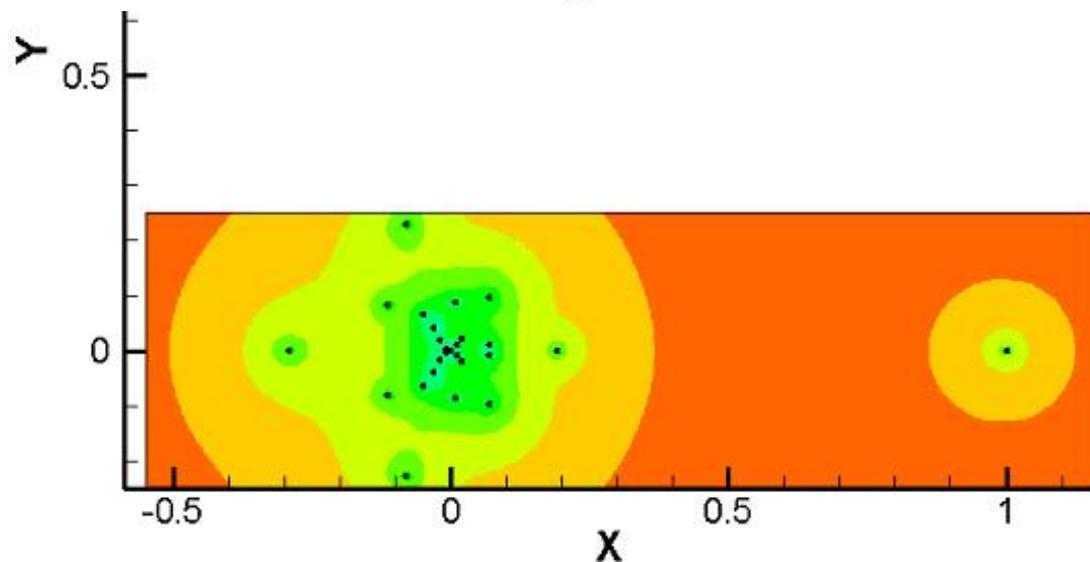


- Кроме с.з. $\lambda = 1$, которому отвечает с.в. 1-ПФР f , оператора $P(1)$ еще одно устойчивое с.з. $\mu \approx -0,56$. Ему отвечает правый с.в. S и левый S^* .
- Оказалось, что $(S^*, Pf) \approx 0$, т.е. векторы S^* и f приближенно образуют главные направления оператора трансляций.
- Вектор S , как и вектор 1-ПФР f , весьма точно идентифицирует автора. Однако в переводах это идентификационное свойство теряется.
- Вывод: изложение можно отличить от сочинения, а переводчик не является соавтором.

Шекспир – оригинальный текст

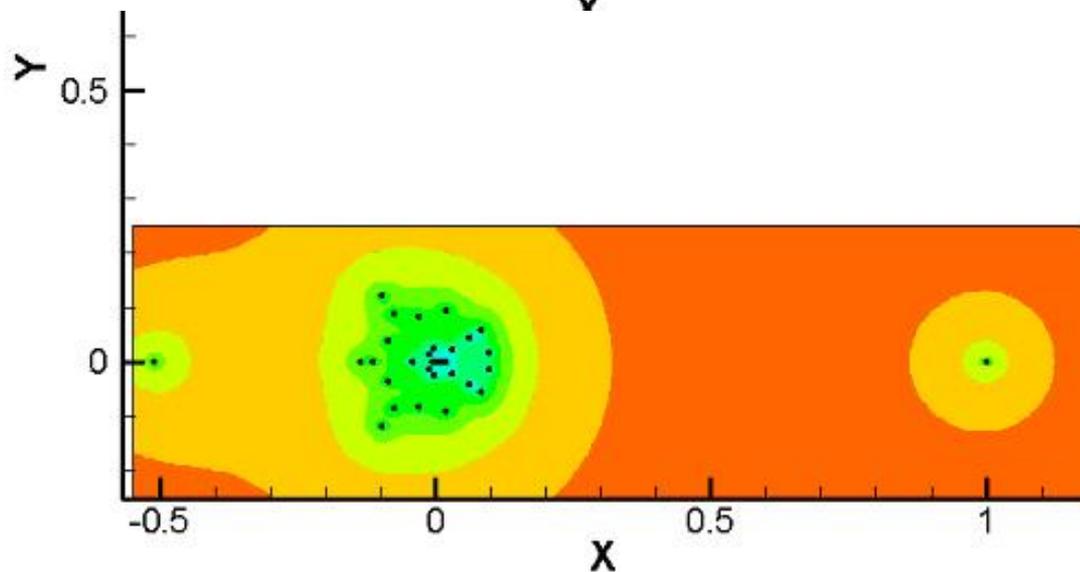
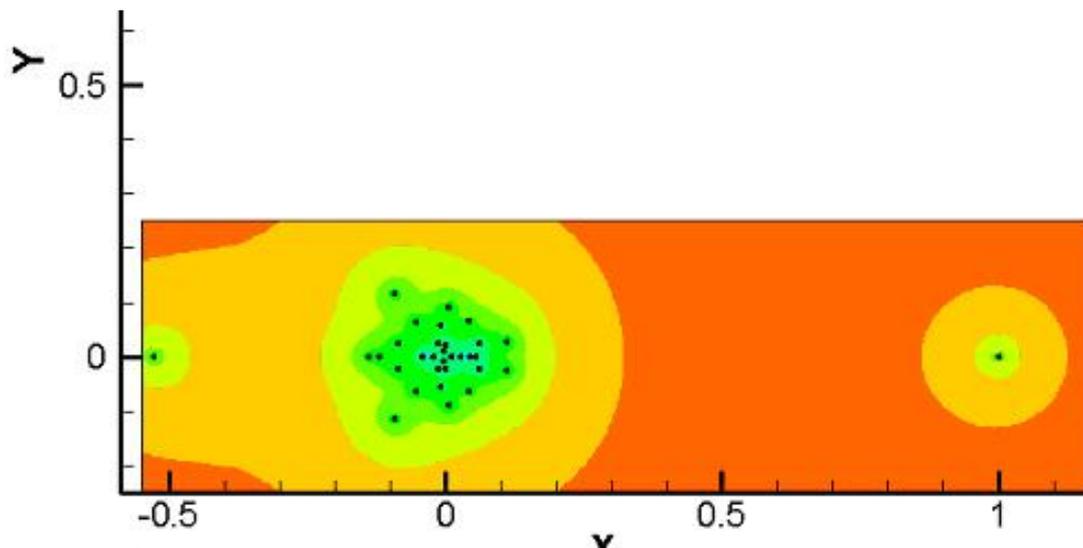


«Гамлет»



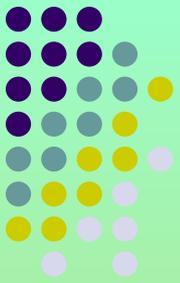
«Много
шума из
ничего»

Шекспир – перевод



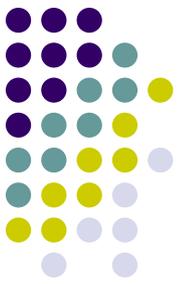
«Гамлет»
(Лозинский)

«Много
шума из
ничего»
(Щепкина-
Куперник)



4. Анализ авторских тандемов и проверка текста на однородность

Горизонтный ряд



- Пусть $x(t)$ – эквидистантный временной ряд, $f(N, t)$ – его ВПФР, построенная к моменту t по выборке объема N .
- Горизонтным рядом $h(t, \tau; \varepsilon)$ для ряда $x(t)$ называется минимальный объем выборки такой, что

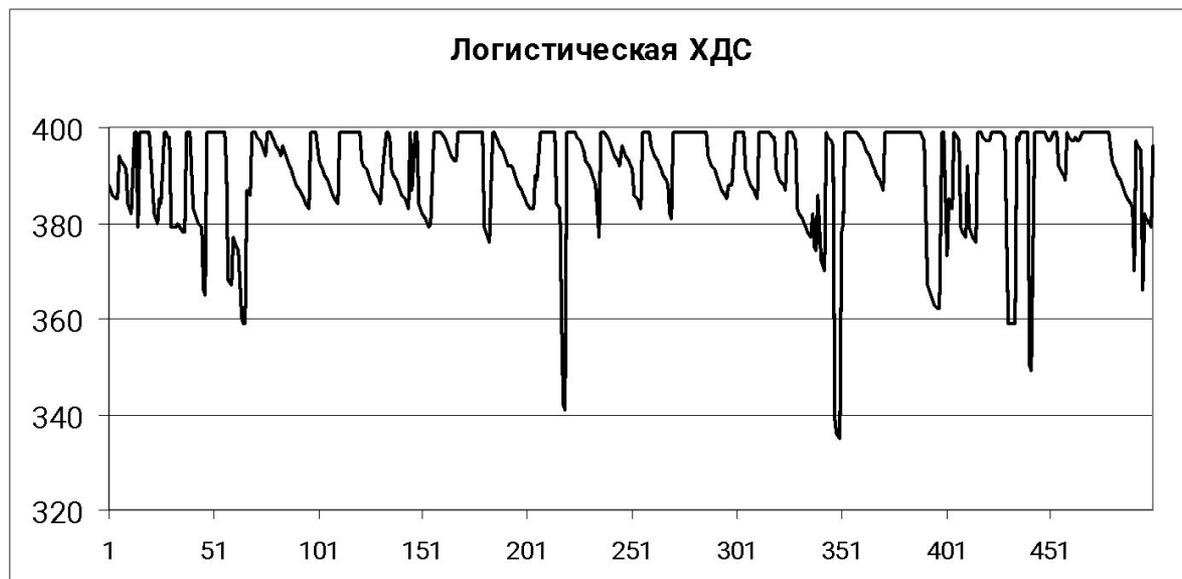
$$\forall N \geq h(t, \tau; \varepsilon), \quad \forall k \in [0; \tau]: \quad \|f(N, t + k) - f(N, t)\| \leq \varepsilon$$

$$h_{\max} = \min\{2; [2\tau / \varepsilon]\}$$

Примеры горизонтальных рядов



Сдвиг ВПФР
на $\tau = 10$
при уровне
 $\epsilon = 0,05$

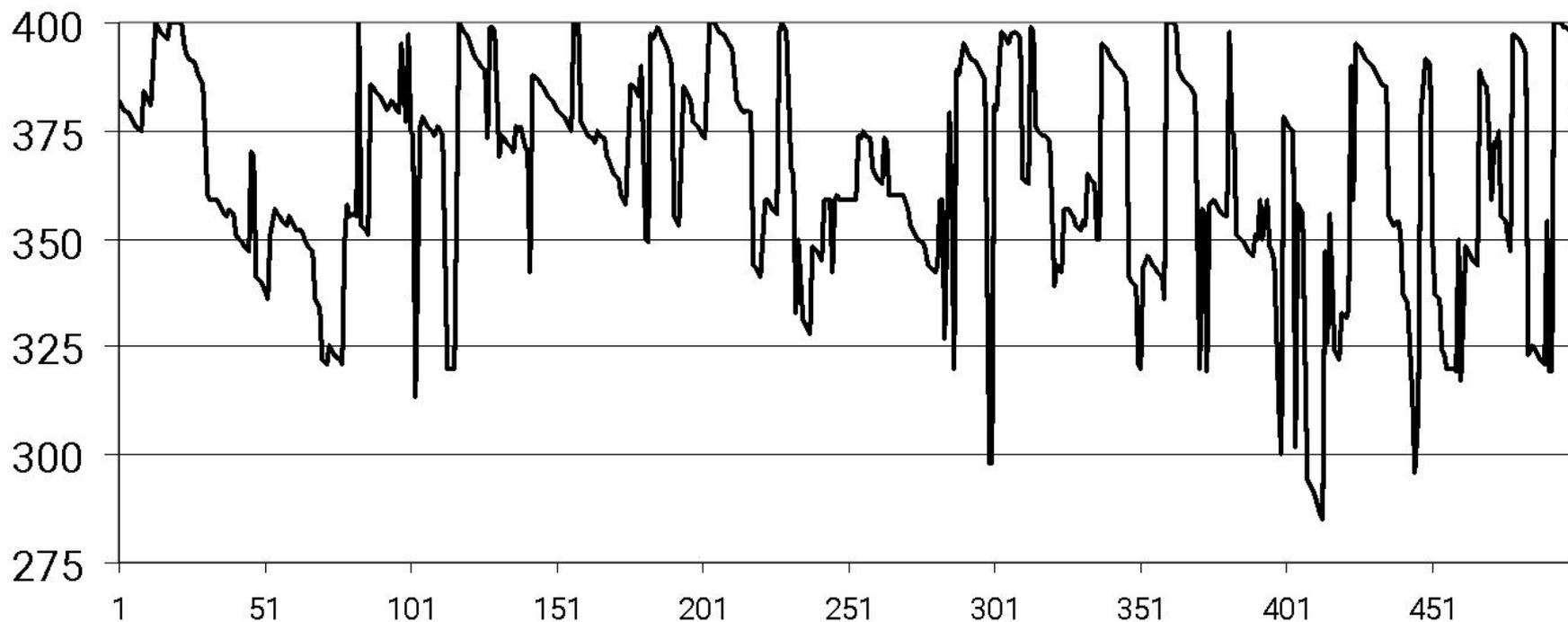


Значения h ,
близкие к
предельным,
означают
хаос, а
уменьшение
означает
взаимосвязь
элементов

Горизонтный ряд как индикатор разладки ($\tau = 10$, $\varepsilon = 0,05$)



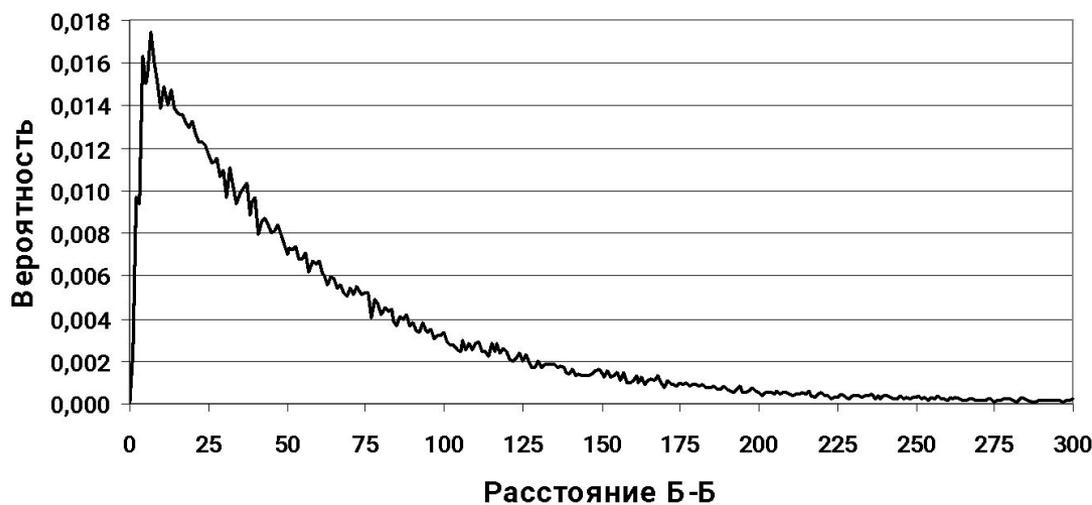
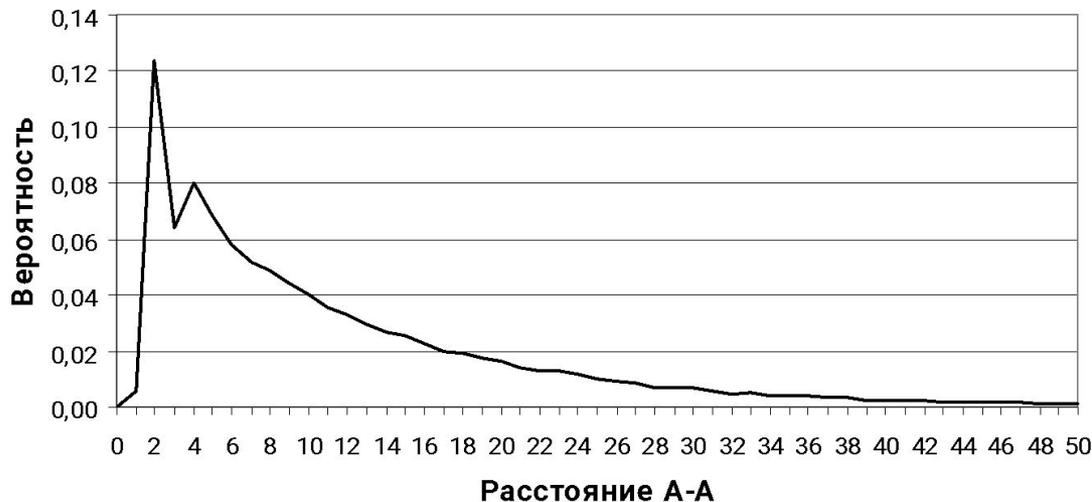
Нестационарный ряд CLO



Распределения горизонтных рядов для $\tau = 10$, $\varepsilon = 0,05$



Распределение расстояний между одинаковыми буквами



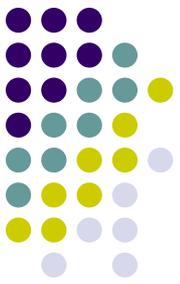
$$\ln L(i) = 1,2 - 0,4 \ln f(i)$$

$$B_i(l) = \frac{(\lambda_i l)^{\nu_i}}{\Gamma(\nu_i + 1)} e^{-\lambda_i l}$$

$$\lambda_i \approx \frac{1}{4 + \frac{1}{f(i)} + \frac{5}{2} \ln f(i)},$$

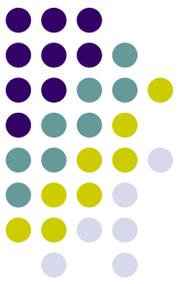
$$\nu_i = \frac{\lambda_i}{f(i)} - 1 \approx 1/4$$

Распределение горизонтного ряда для расстояний «b-b» ($\tau = 10$, $\varepsilon = 0,05$)

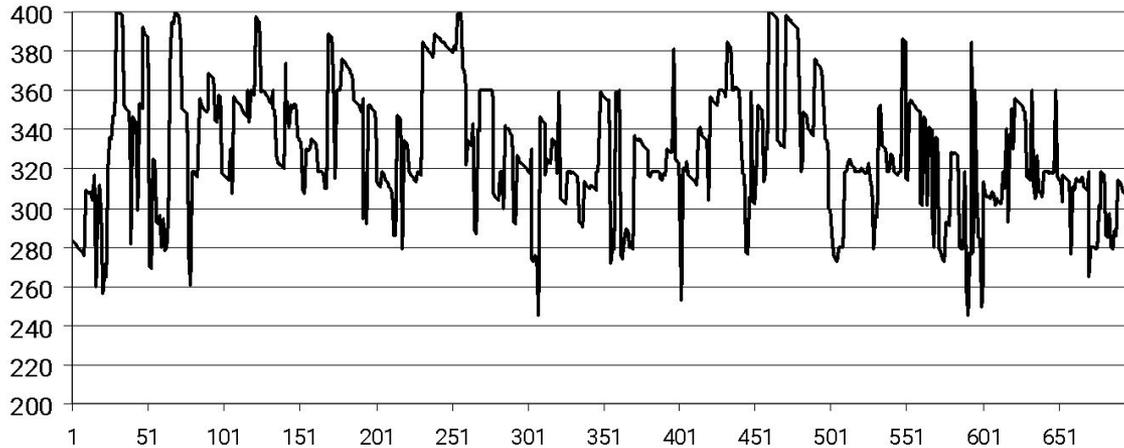


Для всех букв распределение горизонтного ряда одинаково. Оно похоже на распределение для нелинейно коррелированных многомерных ХДС.

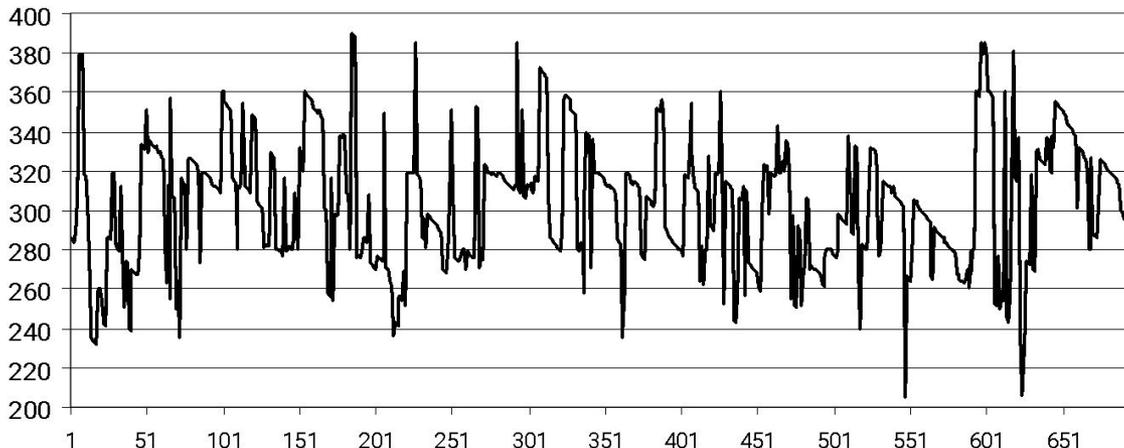
Горизонтные ряды расстояний между гласными для моно и тандема



тандем (Стругацкие)



моно (Тургенев)

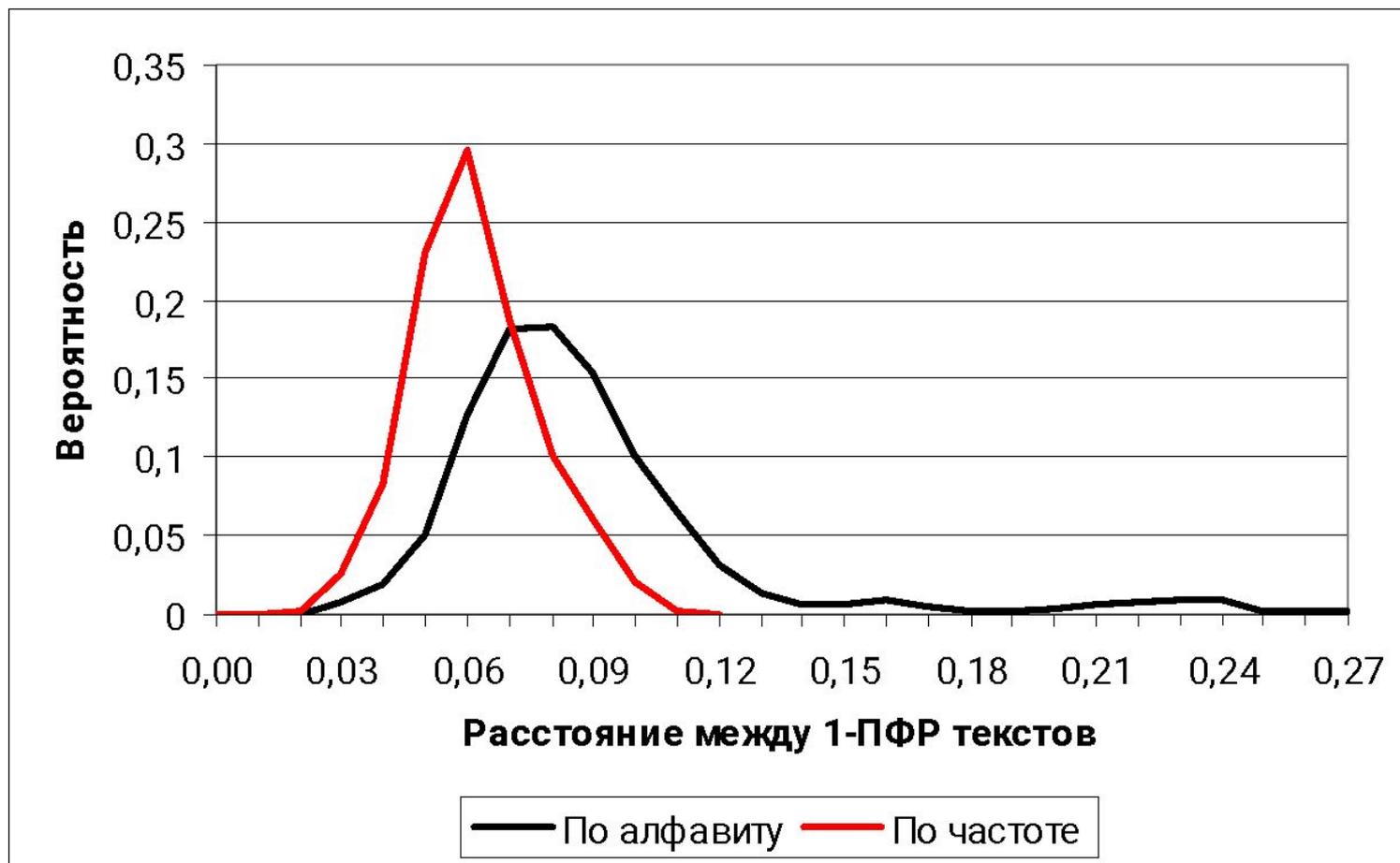


**У моно-писателей
горизонтный ряд
не достигает
последней
полосы шириной
в горизонт, а у
тандемов есть
места
максимальных
рассогласований**



5. Упорядоченность букв по частоте встречаемости в европейских языках

Расстояния между текстами при различном упорядочении

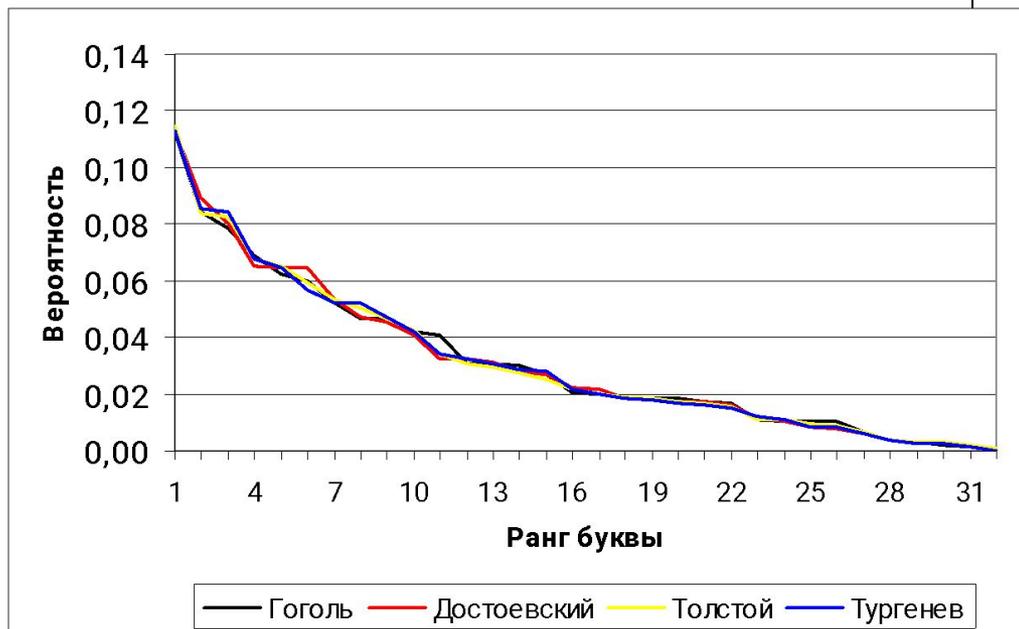


Распределение букв по частоте в алфавите из $n=32$ знаков



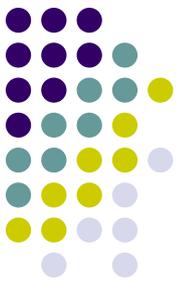
- С детерминацией 0,97

$$f(k) = a - b \ln(k)$$



Ранг буквы	Гоголь	Достоевский	Толстой	Тургенев
1	О	О	О	О
2	Е	Е	А	Е
3	А	А	Е	А
4	И	И	И	Н
5	Т	Н	Н	И
6	Н	Т	Т	Т

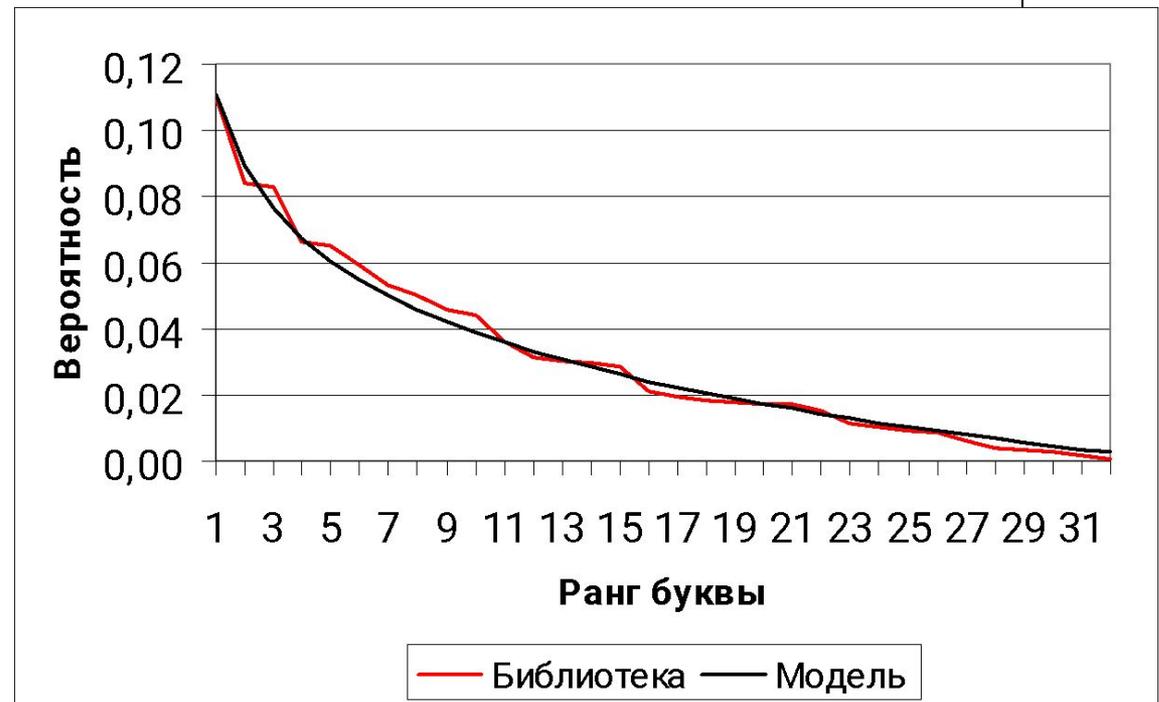
Распределение букв по частоте в текстах на русском языке



Минимальная интегральная ошибка приближения, равная 0,05, получается при $o=0$ в модели:

$$f(k) = \frac{1}{n} \left(1 + \frac{1}{n+o} \ln \frac{n!}{k^n} \right),$$

$$o = const = 0$$



- Эта зависимость выполнена и для старославянских текстов ($n=43$), и для русской литературы XIX века ($n=37$). Для русских текстов в транслите ($n=23$ символа) $o=+9$.

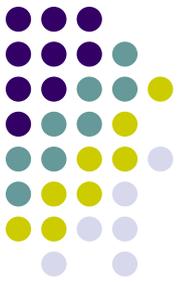
Избыточность и недостаточность алфавитов европейских языков



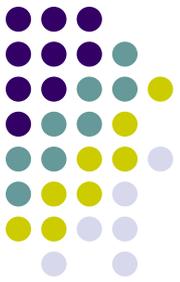
- Параметр o трактуем как оценку избыточности ($o < 0$) или недостаточности ($o > 0$) алфавита по отношению к звуковому ряду. В текстах на всех языках без огласовки $n = 20$, $o = 0$.

Языки	Число символов	Параметры оптимальной модели
Русский	$n=33$	$n=32, o= 0$
Болгарский	$n=30$	$n=30, o= -4$
Чешский	$n=42$	$n=30, o= +1$
Польский	$n=32$	$n=32, o= +3$
Шведский	$n=29$	$n=25, o= +1$
Датский	$n=29$	$n=28, o= -5$
Немецкий	$n=30$	$n=26, o= -4$
Английский	$n=26$	$n=26, o= 0$
Итальянский	$n=26$	$n=26, o= -4$
Испанский	$n=27$	$n=26, o= -4$
Французский	$n=42$	$n=26, o= -4$

Основные результаты



- 3-ПФР представляет ту текстовую структуру, расстояние в которой позволяет с высокой точностью опознавать автора
- Построен индикатор однородности текста (горизонтный ряд), позволяющий анализировать небольшие фрагменты на предмет количества возможных соавторов
- Изучен спектр оператора эволюции 1-ПФР и показана авторская устойчивость спектральных портретов. Пара главных направлений позволяет определить, собственный ли это текст автора, или изложение чужих мыслей
- Найдено универсальное полуэмпирическое распределение букв по частоте встречаемости в европейских языках, позволяющее оценить фонетическую адекватность алфавита



СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ