ГРАФЫ ТОПОЛОГИЧЕСКАЯ СОРТИРОВКА

Школа::Кода

Олимпиадное программирование

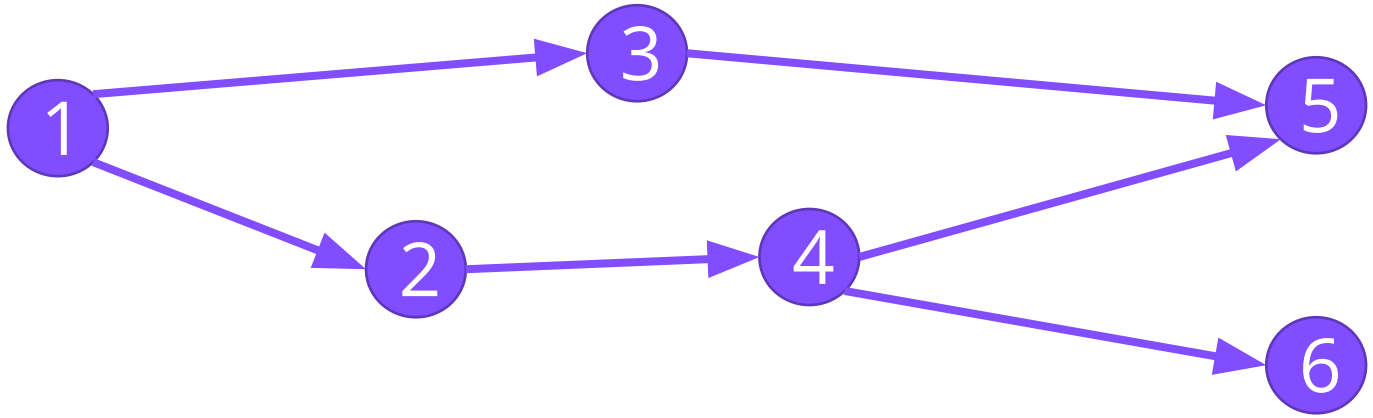
2020-2021 Таганрог

Постановка задачи топологической сортировки

- Дан ориентированный граф. Требуется пронумеровать его вершины таким образом, чтобы каждое ребро вело из вершины с меньшим номером в вершину с большим.
- Иными словами нужно найти топологический порядок вершин, который соответствует порядку, задаваемому рёбрами.
- Топологическая сортировка может быть не единственной.
- Топологическая сортировка существует только для направленных ациклических графов (DAG).

Пример топологической сортировки

Исходный DAG



Возможные результаты топологической сортировки:

1 – 2 – 4 – 6 – 3 – 5

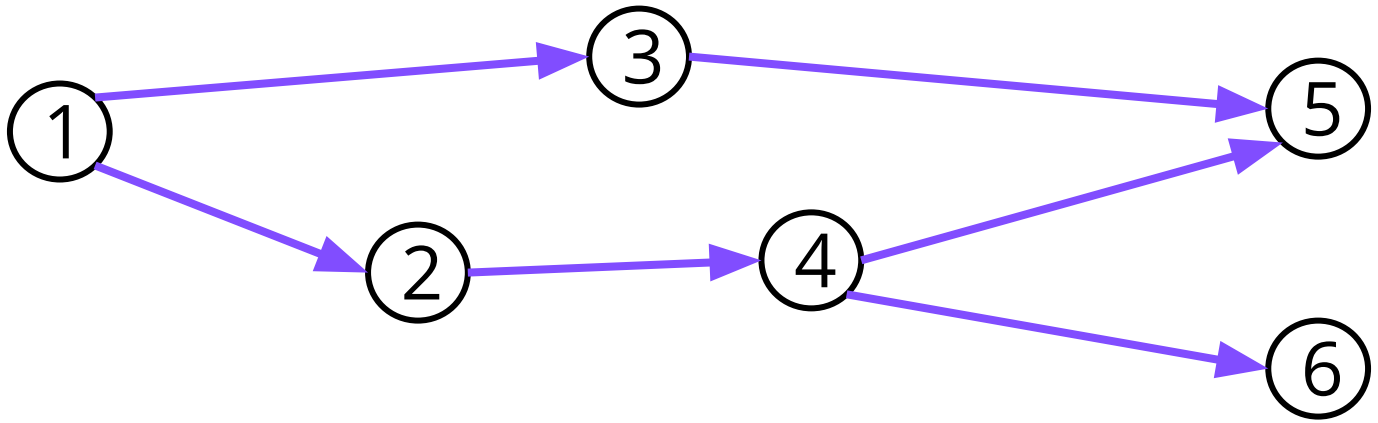
1 – 3 – 2 – 4 – 5 – 6

1 – 3 – 2 – 4 – 6 – 5

Алгоритм

1. Переберём все вершины графа.
2. Если вершина белая, то запустим из неё поиск в глубину.
3. Во время поиска при выходе из вершины будем добавлять её номер в вектор, хранящий результат.
4. После того, как все вершины были посещены, в векторе будет топологическая сортировка в обратном порядке. Её нужно перевернуть.

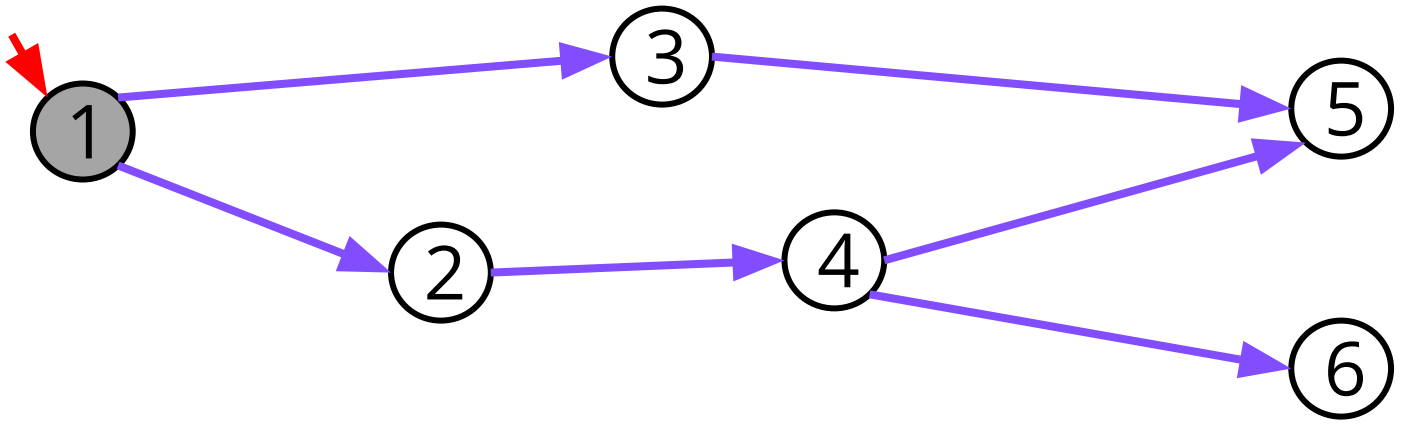
Топологическая сортировка. Шаг 0



Вектор с результатом:

(пусто)

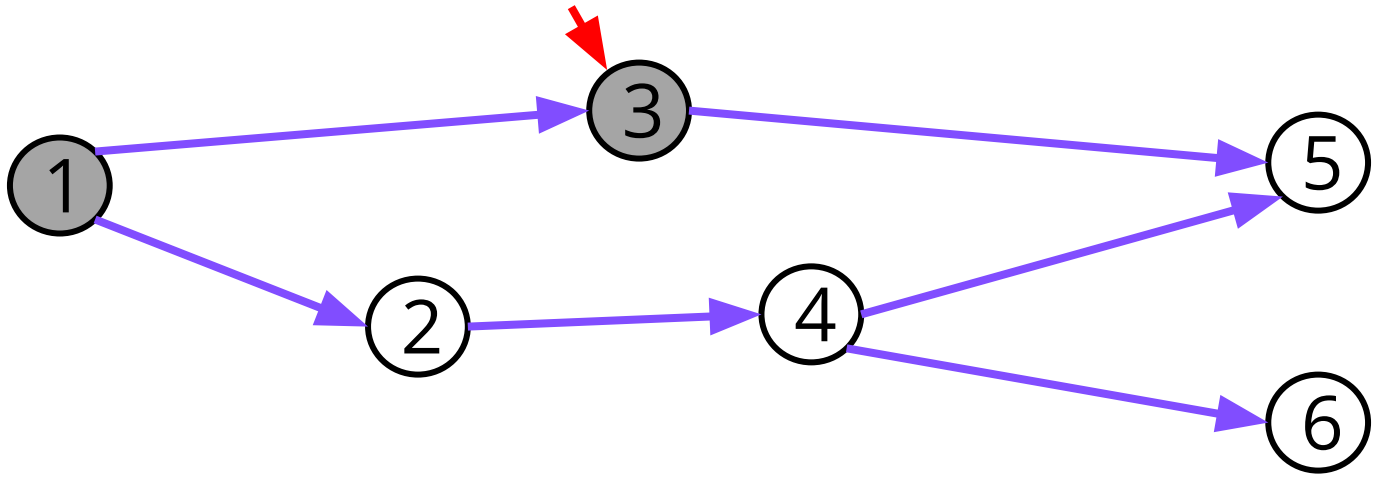
Топологическая сортировка. Шаг 1



Вектор с результатом:

(пусто)

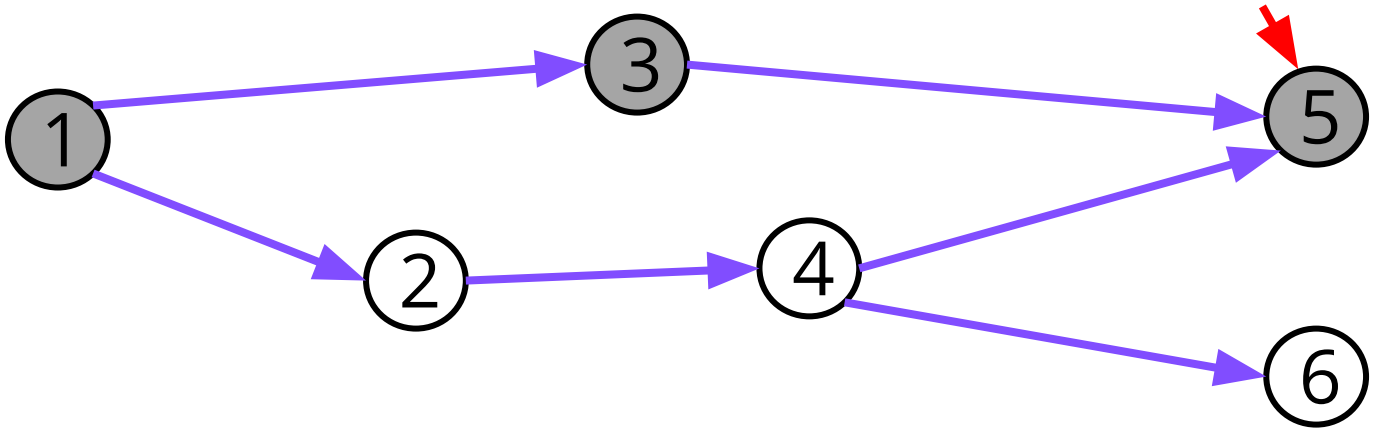
Топологическая сортировка. Шаг 2



Вектор с результатом:

(пусто)

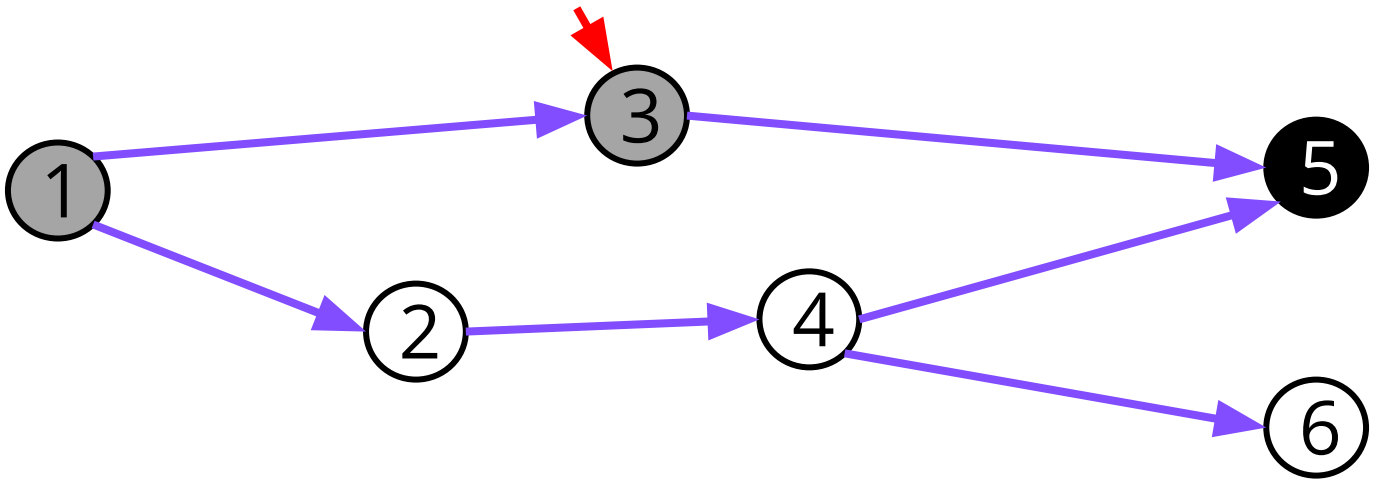
Топологическая сортировка. Шаг 3



Вектор с результатом:

(пусто)

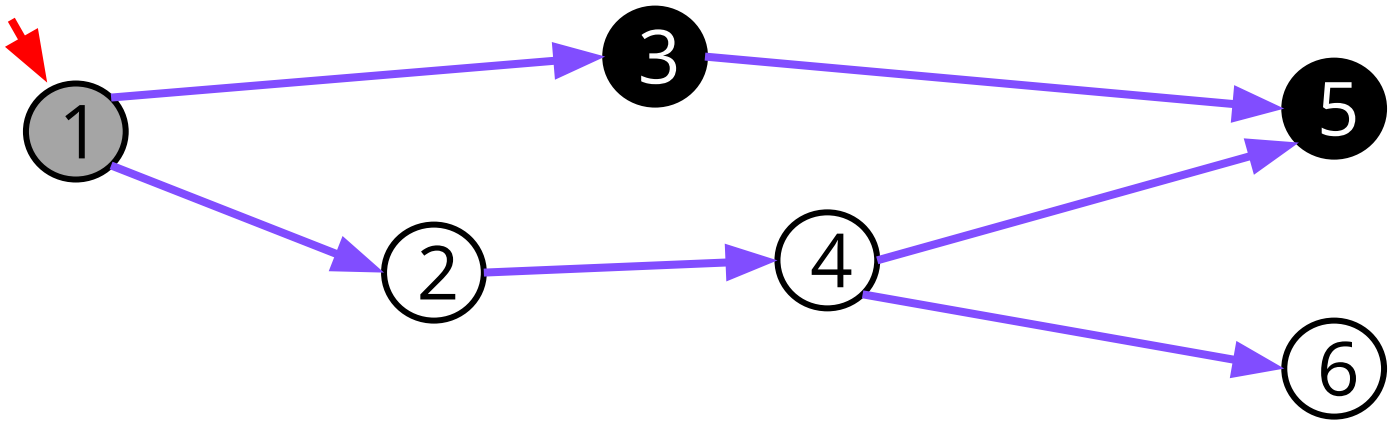
Топологическая сортировка. Шаг 4



Вектор с результатом:

5

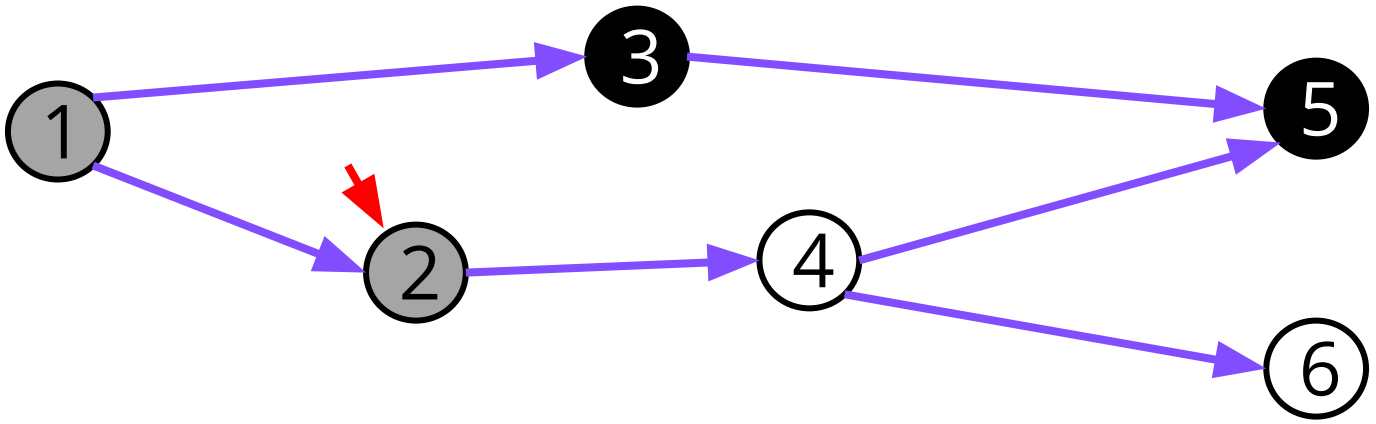
Топологическая сортировка. Шаг 5



Вектор с результатом:

5 – 3

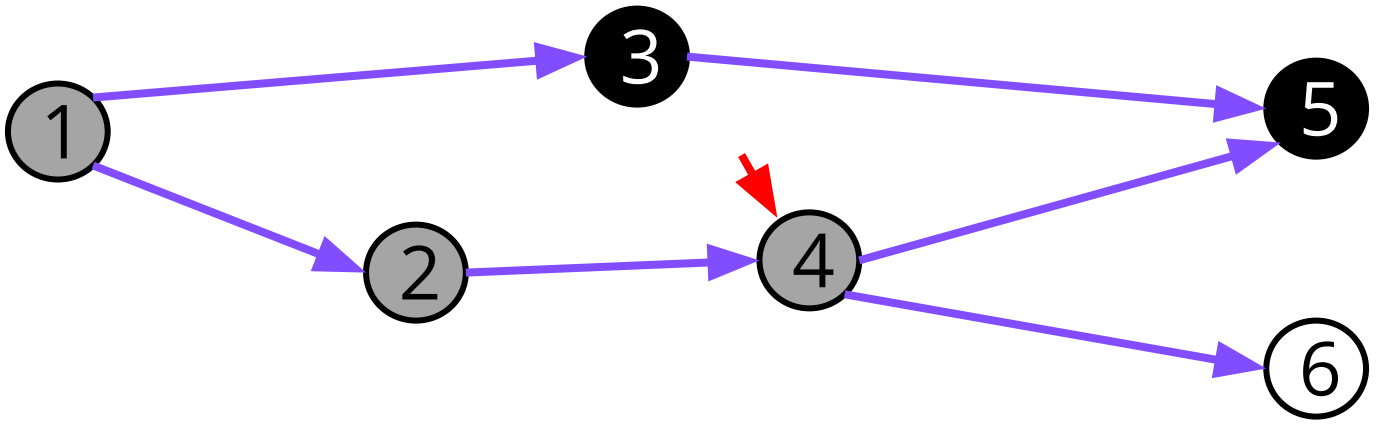
Топологическая сортировка. Шаг 6



Вектор с результатом:

5 – 3

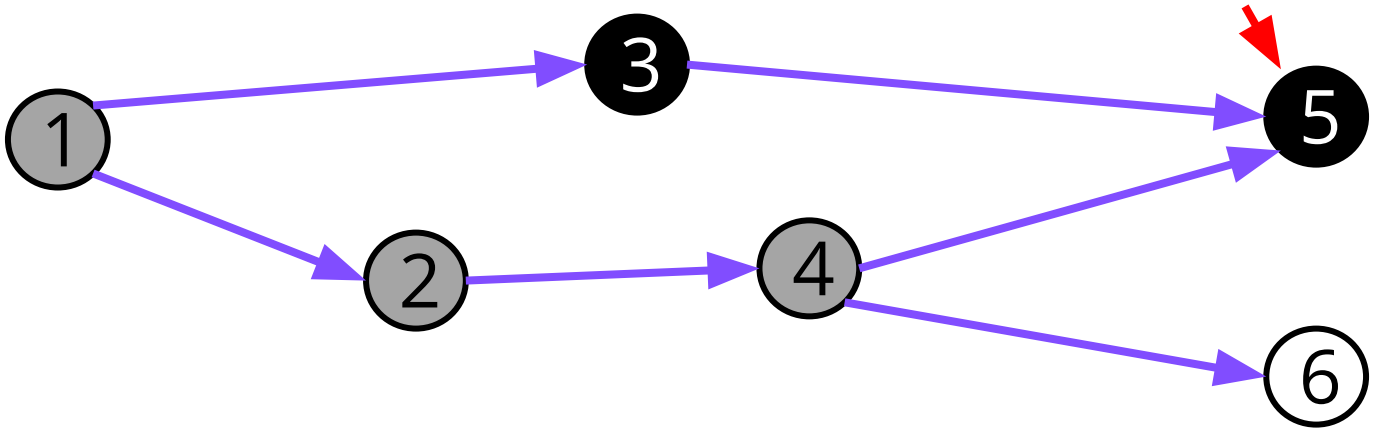
Топологическая сортировка. Шаг 7



Вектор с результатом:

5 – 3

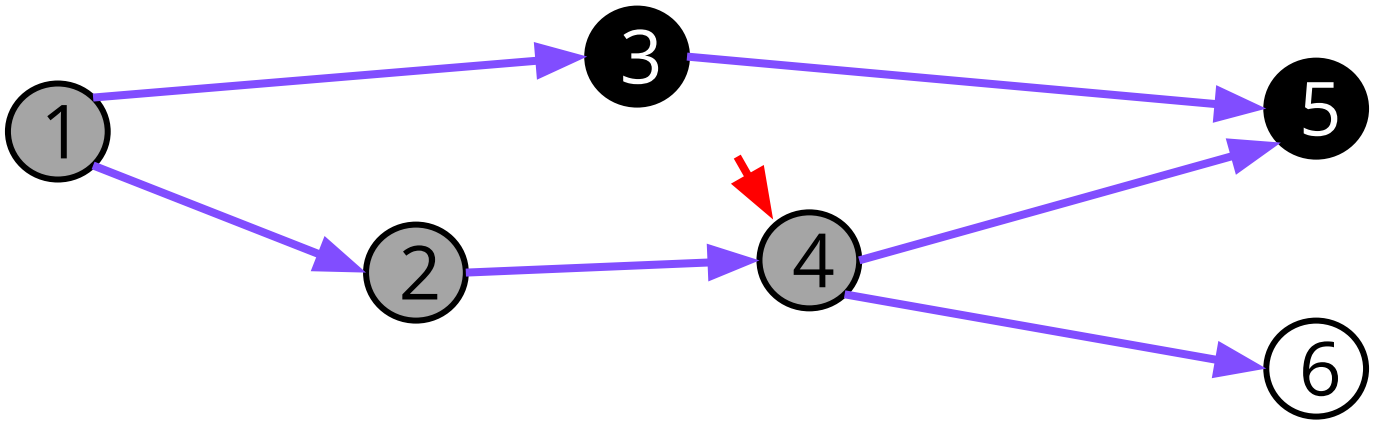
Топологическая сортировка. Шаг 8



Вектор с результатом:

5 – 3

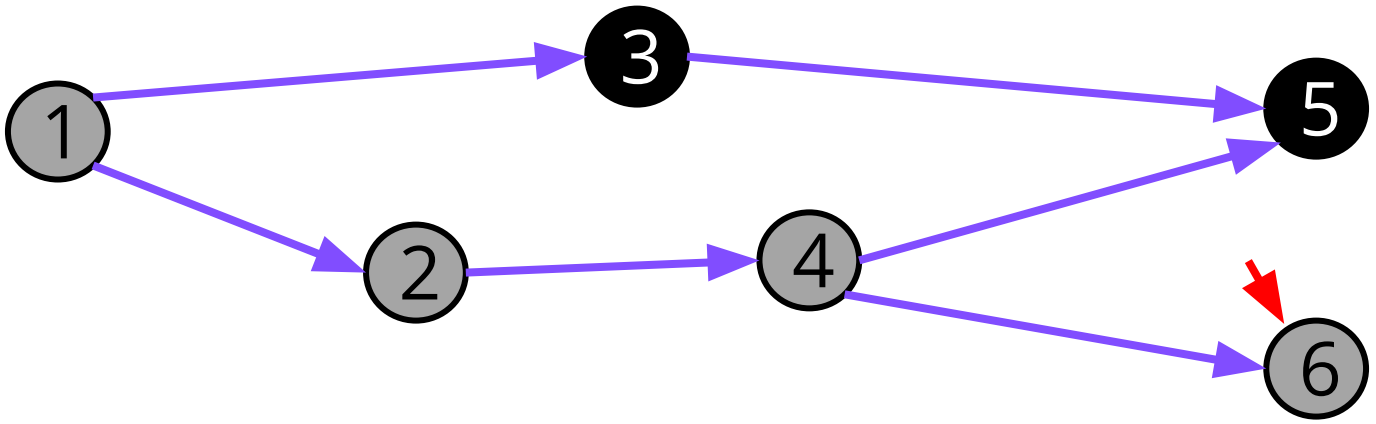
Топологическая сортировка. Шаг 9



Вектор с результатом:

5 – 3

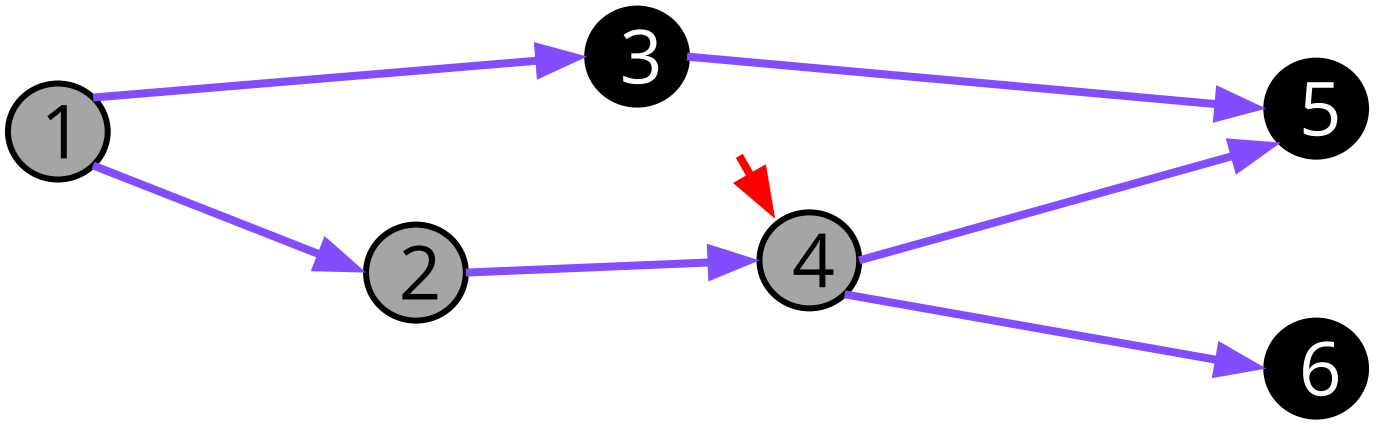
Топологическая сортировка. Шаг 10



Вектор с результатом:

5 – 3

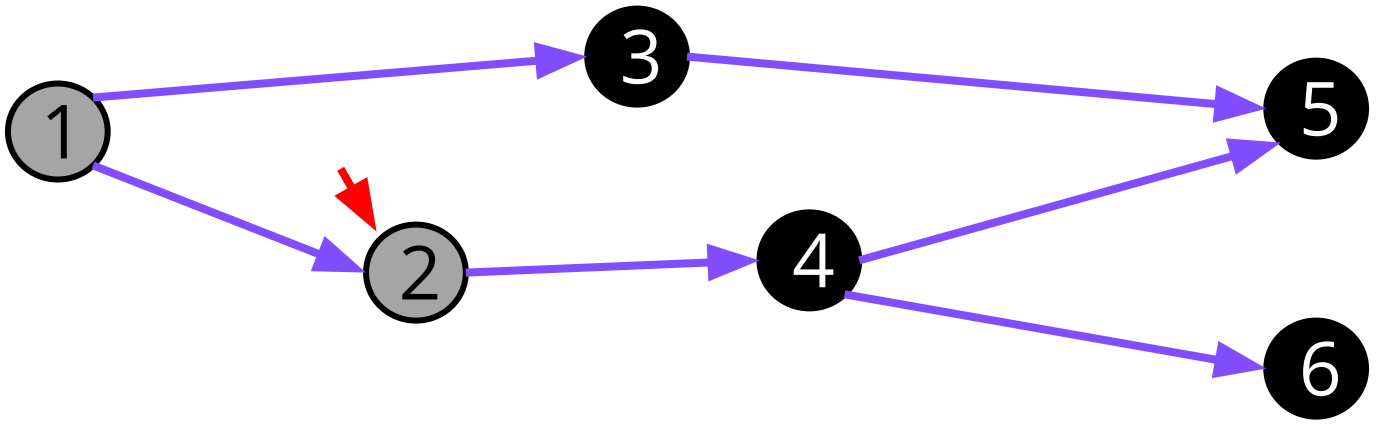
Топологическая сортировка. Шаг 11



Вектор с результатом:

5 – 3 – 6

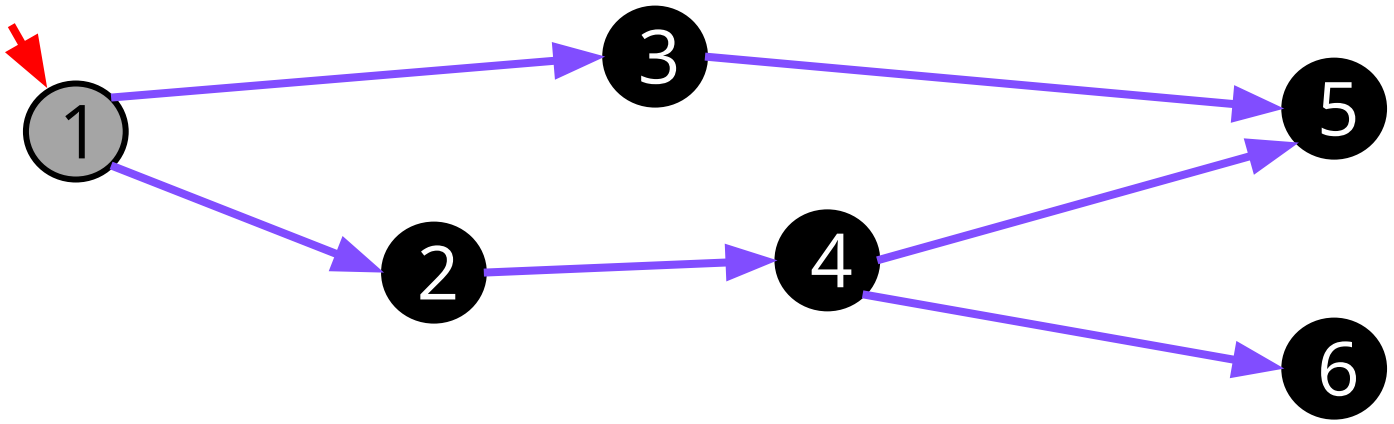
Топологическая сортировка. Шаг 12



Вектор с результатом:

5 – 3 – 6 – 4

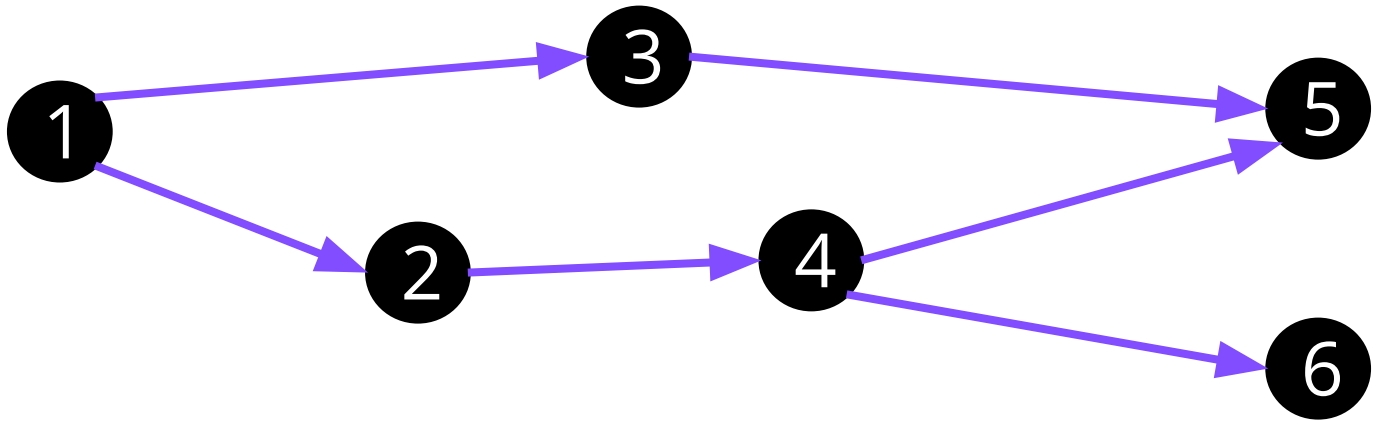
Топологическая сортировка. Шаг 13



Вектор с результатом:

5 – 3 – 6 – 4 – 2

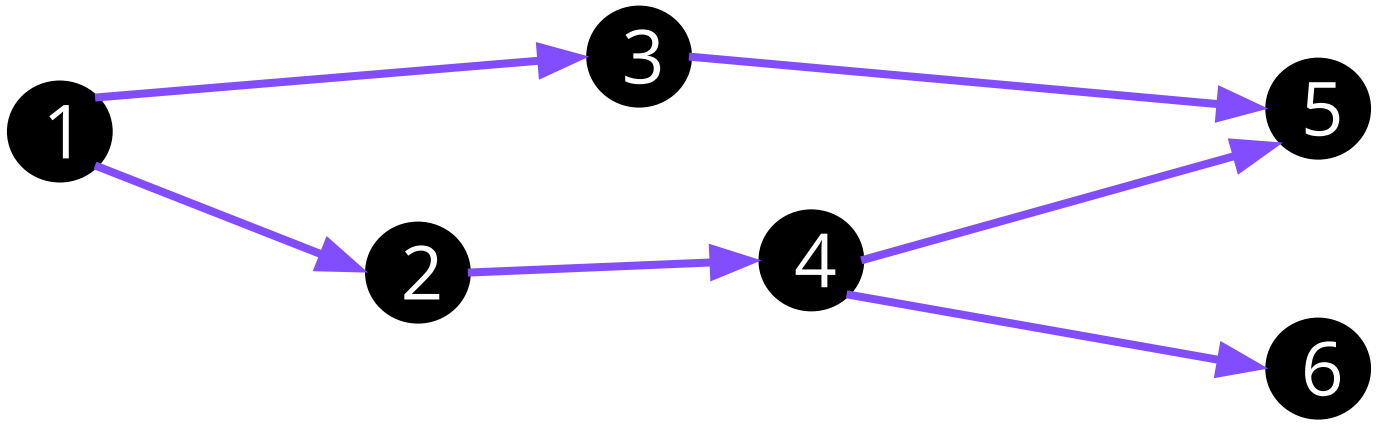
Топологическая сортировка. Шаг 14



Вектор с результатом:

5 – 3 – 6 – 4 – 2 – 1

Топологическая сортировка. Шаг 15



Вектор с результатом:

1 – 2 – 4 – 6 – 3 – 5

Реализация

```
struct Node
{
    vector<int> to;
    int color = 0;
};
vector<Node> g;

vector<int> ts;
void dfs(int v)
{
    if (g[v].color)
        return;
    g[v].color = 1;
    for (int i = 0; i < g[v].to.size(); ++i)
        dfs(g[v].to[i]);
    ts.push_back(v);
}
```

```
int main()
{
    int n, m;
    cin >> n >> m;
    g.resize(n);
    for (int i = 0; i < m; ++i)
    {
        int u, v;
        cin >> u >> v;
        --u; --v;
        g[u].to.push_back(v);
    }
    for (int i = 0; i < n; ++i)
        if (g[i].color == 0)
            dfs(i);
    reverse(ts.begin(), ts.end());

    return 0;
}
```