

СПИН И РАСШИРЕННОЕ СУПЕРВРЕМЯ

Ю. Р. Мусин, МАИ (Москва)

Основные утверждения:

- 1) Макроскопическое время имеет статистическую природу и в этом смысле подобно температуре.
- 2) Микроскопическое собственное время фундаментальных частиц (лептонов и кварков) является первичным понятием.
- 3) Микроскопическое собственное время имеет внутреннюю структуру.
- 4) Квантово-механический спин – атрибут времени.

Исходные предпосылки:

- Суперсимметрия и суперпространство.
- Суперматематика. Псевдоклассическая механика.
- Суперсимметричный электрон как адекватная физическая модель.
- Композитные модели лептонов и кварков.
- Структура собственного времени и спин

Суперсимметрия и суперпространство

Группа Пуанкаре: $P = T^4 \oplus so(3,1)$;

$so(3,1)$ - группа Лоренца

$$[\hat{P}_\alpha, \hat{P}_\beta] = 0, \quad [\hat{P}_\alpha, \hat{J}_{\beta\gamma}] = g_{\alpha\beta} \hat{P}_\gamma - g_{\alpha\gamma} \hat{P}_\beta,$$

$$[\hat{J}_{\alpha\beta}, \hat{J}_{\gamma\delta}] = g_{\alpha\delta} \hat{J}_{\beta\gamma} + g_{\beta\gamma} \hat{J}_{\alpha\delta} - g_{\alpha\gamma} \hat{J}_{\beta\delta} - g_{\gamma\delta} \hat{J}_{\alpha\beta}$$

Генераторы: \hat{P}_α – трансляций, $\hat{J}_{\alpha\beta}$ – вращений.

Теорема «no-go» Коулмена-Мандулы:

«Не существует нетривиального объединения группы внутренних симметрий с группой Пуанкаре». Но!

Алгебра суперсимметрии SUSY:

$$[\hat{P}, \hat{Q}] = [\hat{P}, \hat{Q}^+] = \{\hat{Q}, \hat{Q}\} = \{\hat{Q}^+, \hat{Q}^+\} = 0;$$

$$\{\hat{Q}, \hat{Q}^+\} = \hat{P};$$

$$\hat{Q}|Бозон\rangle = |\text{Фермион}\rangle; \quad \hat{Q}^+|\text{Фермион}\rangle = |Бозон\rangle.$$

Пространство Минковского

$$\mathbb{R}^4 = \{ct, x, y, z\} = \{x^\mu\}; \quad \mu = \{0, 1, 2, 3\}$$

Суперпространство Минковского

$$\mathbb{R}^{4|4} = \{x^\mu, \theta^{\alpha i}, \theta_{\alpha j}\}; \quad i, j = 1, 2, 3, 4; \quad \alpha = 1, 2.$$

SUSY → SUGRA → Superstring → M-theory

Суперматематика

Алгебра Грассмана $\Lambda_n = \{1, \xi^i \mid i = 1, 2, \dots, n\}$:

$$\{\xi^i, \xi^j\} = \xi^i \xi^j + \xi^j \xi^i = 0$$

Пример: внешнее умножением 1-форм:

$$e^i \wedge e^j = -e^j \wedge e^i; \Rightarrow \{e^i, e^j\} = 0$$

Суперчисла: $z \in \Lambda_\infty, z_B, C_{i_1 i_2 \dots i_k} \in \mathbb{C}$

$$z = z_B + z_S = z_B + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k!} C_{i_1 i_2 \dots i_k} \xi^{i_1} \xi^{i_2} \dots \xi^{i_k};$$

z_B - тело числа, z_S - дух числа

Анализ над алгеброй Грассмана G_n

Грассмановы числа $(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n)$; $\{\theta_i, \theta_j\} = 0$

$$f = f^0 + \sum_i f_i^{(1)} \theta_i + \dots + \sum_{i_1 i_2 \dots i_n} f_{i_1 i_2 \dots i_n}^{(n)} \theta_{i_1} \theta_{i_2} \dots \theta_{i_n}.$$

Производная

$$\frac{\partial \theta_i}{\partial \theta_j} = \delta_{ij},$$

Интеграл по Березину

$$\int \theta_i d\theta_i = 1, \quad \int d\theta_i = 0.$$

Алгебра Березина $B_{n,m}$

$$f(x, \theta) = \sum_{k=1}^n \sum_{i_1 \dots i_k} f_{i_1 \dots i_k}^{(k)}(x) \theta_{i_1} \dots \theta_{i_k}; \quad x \in \mathbb{R}^m, \quad \theta_p \in G_n.$$

Чётные элементы - бозонные степени свободы,

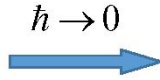
Нечётные элементы- фермионные степени свободы.

Псевдоклассическая механика над $B_{n,m}$

$$\frac{\partial_{\Pi} L}{\partial q_F^i} - \frac{d}{dt} \frac{\partial_{\Pi} L}{\partial \dot{q}_F^i} = 0, \quad i = 1, \dots, n; q_F^i - \text{фермионные координаты}$$

$$\frac{\partial_{\Pi} L}{\partial q^{\alpha}} - \frac{d}{dt} \frac{\partial_{\Pi} L}{\partial \dot{q}^{\alpha}} = 0, \quad \alpha = 1, \dots, m. \quad q^{\alpha} - \text{бозонные координаты}$$

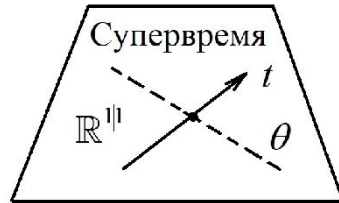
Квантовая
механика



Псевдоклассическая
механика

Механика – это теория поля, на одномерном пространстве – прямой, параметризуемой собственным временем.

Плоское супервремя $\mathbb{R}^{1|1} = (t, \theta)$



t - четное (бозонное) время

θ - нечетное (грассманово) время

$$ds = dt - i\theta d\theta,$$

$$S: \begin{cases} t \rightarrow t' = t + i\varepsilon\theta \\ \theta \rightarrow \theta' = \theta + \varepsilon \end{cases}$$

$$\Phi(t, \theta): \mathbb{R}^{1|1} \rightarrow \mathbb{R},$$

$$\Phi(t, \theta) = x(t) + i\theta\psi(t)$$

$$\hat{Q} = \left. \frac{dS[\Phi]}{d\varepsilon} \right|_{\varepsilon=0} = \frac{\partial}{\partial \theta} + i\theta \frac{\partial}{\partial t}; \quad \hat{H} = \left. \frac{dT[\Phi]}{d\alpha} \right|_{\alpha=0} = i \frac{\partial}{\partial t}.$$

$$\{\hat{Q}, \hat{Q}\} = 2\hat{Q}^2 = 2\hat{H}; \quad [\hat{H}, \hat{Q}] = \hat{Q}^2 \hat{Q} - \hat{Q} \hat{Q}^2 = 0.$$

Ковариантная производная: $\hat{D} = \frac{\partial}{\partial \theta} - i\theta \frac{\partial}{\partial t}.$

Псевдоклассическая модель электрона

Ди-Векиа, Равндел (1967)

$$X^\mu(t, \theta): \mathbb{R}^{\mathbb{H}} \rightarrow \mathbb{R}, \quad X^\mu(t, \theta) = x^\mu(t) + i\theta\psi^\mu(t)$$

$$S = \int dt \int d\theta \left(\frac{1}{2} \eta_{\mu\nu} \hat{D}X^\mu \cdot \hat{D}X^\nu \right)$$

$$L = \frac{1}{2} \eta_{\mu\nu} (\dot{x}^\mu \dot{x}^\nu + i\psi^\mu \dot{\psi}^\nu)$$

Уравнения Баргманна-Мишеля-Телегди в ЭМ-поле

$$\ddot{x}_\mu - qF_{\mu\nu} \dot{x}^\nu - \frac{q}{2} S^{\lambda\nu} \partial_\mu F_{\lambda\nu} = 0$$

$$\dot{S}^{\mu\nu} = qF^{\mu\lambda} S_\lambda^{\nu} - qF^{\nu\lambda} S_\lambda^{\mu}.$$

Уравнения Матиссона-Папапетру в ОТО

$$\ddot{x}^\mu + \Gamma_{\alpha\beta}^\mu \dot{x}^\alpha \dot{x}^\beta = -R_{\nu\alpha\beta}^\mu \dot{x}^\nu S^{\alpha\beta}$$

$$\dot{S}^{\mu\nu} + \Gamma_{\alpha\beta}^\mu \dot{x}^\beta S^{\alpha\nu} + \Gamma_{\alpha\beta}^\nu \dot{x}^\beta S^{\mu\alpha} = 0.$$

Некоторые результаты применения данной модели.

- Мусин Ю.Р., Козориз В.И. Суперсимметричный электрон в кулоновском поле, ТМФ т 123, №1, 2000, с. 75-80 (Аналитические решения)
- Мусин Ю.Р., Козориз В.И. Проблема рассеяния для классической частицы со спином в кулоновском поле, ТМФ, т 138, №2, 2004, с 338-348 (Сечение рассеяния Мотта)
- Мусин Ю.Р., Чередов В.В. Электрон со спином в поле шварцшильдовской черной дыры, Тезисы докладов ГР-8 (Численное моделирование)

Композитные модели лептонов и кварков

$$S = \frac{1}{2} \int ds \int d\tau E^{kl} g_{\mu\nu} DX_k^\mu DDX_l^\nu,$$

$$E^{kl} g_{\mu\nu} DX_k^\mu DDX_l^\nu = g_{\mu\nu} DY^\mu DDY^\nu$$

$$(E_{kl}) = \begin{pmatrix} 1 & a & (F(N)-1)a \\ a & a^2 & (F(N)-1)a^2 \\ (F(N)-1)a & (F(N)-1)a^2 & (F(N)-1)^2 a^2 \end{pmatrix}$$

Формула Барута

$$m(N) = m_0(1 + aF(N)); \quad F(N) = \sum_{k=0}^{N-1} k^4; \quad \alpha \approx 1/137$$

Массы лептонов и кварков (МэВ)

Частица	Расчетные значения	Экспериментальные значения
Электрон	0,510998910(13)	
Мюон	105,549	105.658367(4)
Таон	1786,155	1776,82(16)
u-кварк	0,685	1,8-3,0
d-кварк	6,46	4,5-5,3
s-кварк	141	90-100
c-кварк	1 336	1 250-1 300
b-кварк	4646	4 630-4 690
t-кварк	171 523	172 500-173 920
u-кварк	0,685	1,8-3,0

$$m_0 = m_e; \quad m_u = 0,685 \text{ МэВ}; \quad m_d = 6,46 \text{ МэВ}; \quad a = 3/2\alpha$$

«Загадка радиуса протона» 4% или в 3,5 раза.

$$(2010) \quad 0,8802 \pm 0,0080 \text{ фм} \leftrightarrow 0,8775 \pm 0,0051 \text{ фм}$$

Расширенное супервремя

$$\mathbb{R}^{1|n} = \left\{ t, \theta^1, \dots, \theta^n \mid t \in \mathbb{R}_c; \theta^k \in \mathbb{R}_a; k = 1, \dots, n \right\}.$$

1-форма метрики

$$\omega = dt - i \sum_{k=1}^n \theta^k d\theta^k; \quad \omega = \omega^*.$$

Преобразования сохраняющие метрику

$$\begin{cases} t' = t + \alpha \\ \theta^{k'} = \theta^k \end{cases} \begin{cases} t' = t + i \sum_{k=1}^n \varepsilon^k \theta^k \\ \theta^{k'} = \theta^k + \varepsilon^k \end{cases} \begin{cases} t' = t \\ \theta^{k'} = \theta^k \cos \varphi + \theta^l \sin \varphi \\ \theta^{l'} = -\theta^k \sin \varphi + \theta^l \cos \varphi \end{cases}$$

Алгебра суперсимметрии SUSY

$$\begin{aligned} \{\hat{Q}_k, \hat{Q}_l\} &= 2\delta_{kl} \hat{H} & [\hat{Q}_k, \hat{\Lambda}_{kj}] &= \hat{Q}_j \\ [\hat{H}, \hat{H}] &= [\hat{H}, \hat{Q}_k] = [\hat{H}, \hat{\Lambda}_{kj}] &= 0 \end{aligned}$$

Обобщенное действие:

$n = 1$ - электрон, $n = 2$ - фотон ($m = 0$)

$$S = \frac{1}{2} \int dt \prod_{k=1}^n d\theta^k \dot{X}^\mu \sum_{k=1}^n \hat{D}_k X_\mu$$

Уравнения движения:

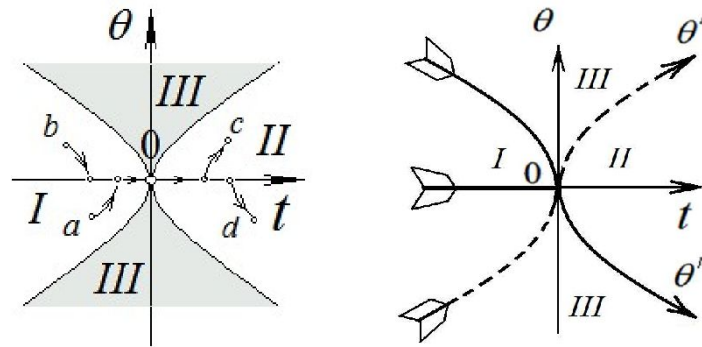
$$\ddot{x}^\mu = 0; \quad \ddot{\psi}_k^\mu = 0; \quad \dot{A}^\mu = 0. S = 1/2$$

Первые интегралы

$$J^{\mu\nu} = L^{\mu\nu} + S^{\mu\nu}; \quad L^{\mu\nu} = x^\mu \dot{x}^\nu - x^\nu \dot{x}^\mu; \quad S^{\mu\nu} = -i \sum_{k=1}^n \psi_k^\mu \psi_k^\nu.$$

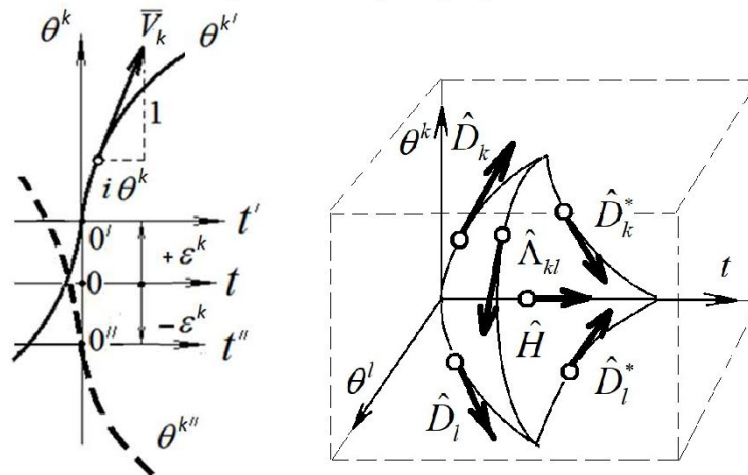
Структура супервремени

Плоское супервремя спинорных частиц $S = 1/2$



*Существуют только три поколения
и только при $n=1$ (лептоны, кварки)*

Расширенное супервремя $n \geq 2$



Акаузальные аномалии $n \geq 5$ для частиц при $S \geq 5/2$

Стрелы времени

- Термодинамическая стрела (рост энтропии)
- Нарушение CP-инвариантности (каон, В-мезон)

«Странные связи» понятий температуры и времени

- Только косвенное измерение
- Виковский поворот: $t = -i\tau$



Температура является эквивалентом циклического мнимого времени

- Температура и координатное время

τ_i - собственное время i -той частицы

t - координатное время, T - температур

$$d\tau_i = dt \sqrt{1 - V_i^2/c^2}; \quad T = \frac{m}{3k} \langle V^2 \rangle = \frac{m}{3k} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N V_i^2$$

$$dt = \sqrt{\frac{\langle d\tau^2 \rangle}{1 - 3kT/mc^2}}$$

Температура и время – эмерджентные явления.

Спин – атрибут супервремени