СПИН И РАСШИРЕННОЕ СУПЕРВРЕМЯ

Ю. Р. Мусин, МАИ (Москва)

Основные утверждения:

1) Макроскопическое время имеет статистическую природу и в этом смысле подобно температуре.
2) Микроскопическое собственное время фундаментальных частиц (лептонов и кварков) является первичным понятием.
3) Микроскопическое собственное время имеет внутреннюю структуру.
4) Квантово-механический спин – атрибут времени.

Исходные предпосылки:

- Суперсимметрия и суперпространство.
- Суперматематика. Псевдоклассическая механика.
- Суперсимметричный электрон как адекватная физическая модель.
- Композитные модели лептонов и кварков.
- Структура собственного времени и спин

Суперсимметрия и суперпространство

Группа Пуанкаре: $P = T^4 \oplus so(3,1)$;

$so(3,1)$ - *группа Лоренца*

$$\left[\hat{P}_\alpha, \hat{P}_\beta\right] = 0, \qquad \left[\hat{P}_\alpha, \hat{J}_{\beta\gamma}\right] = g_{\alpha\beta}\hat{P}_\gamma - g_{\alpha\gamma}\hat{P}_\beta,$$

$$\left[\hat{J}_{\alpha\beta}, \hat{J}_{\gamma\delta}\right] = g_{\alpha\delta}\hat{J}_{\beta\gamma} + g_{\beta\gamma}\hat{J}_{\alpha\delta} - g_{\alpha\gamma}\hat{J}_{\beta\delta} - g_{\gamma\delta}\hat{J}_{\alpha k}$$

Генераторы: $\hat{P}_\alpha$ – трансляций, $\hat{J}_{\alpha\beta}$ – вращений.

Теорема «no-go» *Коулмена-Мандулы*:

«Не существует нетривиального объединения группы внутренних симметрий с группой Пуанкаре». Но!

Алгебра суперсимметрии SUSY:

$$\left[\hat{P}, \hat{Q}\right] = \left[\hat{P}, \hat{Q}^+\right] = \left\{\hat{Q}, \hat{Q}\right\} = \left\{\hat{Q}^+, \hat{Q}^+\right\} = 0;$$

$$\left\{\hat{Q}, \hat{Q}^+\right\} = \hat{P};$$

$$\hat{Q}\left|\text{Бозон}\right\rangle = \left|\text{Фермион}\right\rangle; \qquad \hat{Q}^\dagger\left|\text{Фермион}\right\rangle = \left|\text{Бозон}\right\rangle.$$

Пространство Минковского

$$\mathbb{R}^4 = \{ct, x, y, z\} = \{x^\mu\}; \quad \mu = \{0,1,2,3\}$$

Суперпространство Минковского

$$\mathbb{R}^{4|4} = \left\{x^\mu, \theta^{\alpha i}, \theta_{\dot{\alpha} j}\right\}; \quad i, j = 1,2,3,4; \quad \alpha = 1,2.$$

SUSY $\rightarrow$ SUGRA $\rightarrow$ Superstring $\rightarrow$ M-theory

Суперматематика

Алгебра Грассмана $\Lambda_n = \left\{1, \xi^i \,\middle|\, i = 1, 2, \ldots, n\right\}$:

$$\left\{\xi^i, \xi^j\right\} = \xi^i \xi^j + \xi^j \xi^i = 0$$

Пример: внешнее умножением 1-форм:

$$e^i \wedge e^j = -e^j \wedge e^i; \quad \Rightarrow \quad \left\{e^i,\, e^j\right\} = 0$$

Суперчисла: $z \in \Lambda_\infty$, $z_B, C_{i_1 i_2 \ldots i_k} \in \mathbb{C}$

$$z = z_B + z_S = z_B + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k!} C_{i_1 i_2 \ldots i_k} \xi^{i_1} \xi^{i_2} \ldots \xi^{i_k};$$

z_B - тело числа, z_S - дух числа

Анализ над алгеброй Грассмана G_n

Грассмановы числа $(\theta_1,\, \theta_2, \ldots\, \theta_n)$; $\left\{\theta_i,\, \theta_j\right\} = 0$

$$f = f^0 + \sum_i f_i^{(1)} \theta_i + \ldots + \sum_{i_1, i_2, \ldots, i_n} f_{i_1 i_2 \ldots i_n}^{(n)} \theta_{i_1} \theta_{i_2} \ldots \theta_{i_n}.$$

Производная

$$\frac{\partial \theta_i}{\partial \theta_j} = \delta_{ij},$$

Интеграл по Березину

$$\int \theta_i d\theta_i = 1, \quad \int d\theta_i = 0.$$

Алгебра Березина $Б_{n,m}$

$$f(x, \theta) = \sum_{k=1}^{n} \sum_{i_1 \ldots i_k} f_{i_1 \ldots i_k}^{(\mathrm{k})}(x) \theta_{i_1 \ldots i_k}; \quad x \in \mathbb{R}^m, \quad \theta_p \in G_n.$$

Чётные элементы - бозонные степени свободы,

Нечётные элементы- фермионные степени свободы.

Псевдоклассическая механика над $Б_{n,m}$

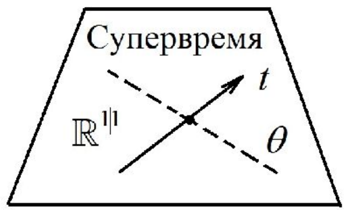
$$\frac{\partial_{\text{п}} L}{\partial q_F^i} - \frac{d}{dt}\frac{\partial_{\text{п}} L}{\partial \dot{q}_F^i} = 0,\ i = 1,\ldots,n;\, q_F^i - \textit{фермионные координаты}$$

$$\frac{\partial_{\text{п}} L}{\partial q^\alpha} - \frac{d}{dt}\frac{\partial_{\text{п}} L}{\partial \dot{q}^\alpha} = 0,\ \alpha = 1,\ldots,m.\ q^\alpha - \textit{бозонные координаты}$$

Квантовая механика $\xrightarrow{\hbar \to 0}$ Псевдоклассическая механика

Механика – это теория поля, на одномерном пространстве – прямой, параметризуемой собственным временем.

Плоское супервремя $\mathbb{R}^{1|1} = (t, \theta)$



t - четное (бозонное) время

θ - нечетное (грассманово) время

$$ds = dt - i\theta d\theta,$$

$$S: \begin{cases} t \to t' = t + i\varepsilon\theta \\ \theta \to \theta' = \theta + \varepsilon \end{cases}$$

$$\Phi(t,\theta): \mathbb{R}^{1|1} \to \mathbb{R}, \qquad \Phi(t,\theta) = x(t) + i\theta\psi(t)$$

$$\hat{Q} = \left.\frac{dS[\Phi]}{d\varepsilon}\right|_{\varepsilon=0} = \frac{\partial}{\partial\theta} + i\theta\frac{\partial}{\partial t}; \quad \hat{H} = \left.\frac{dT[\Phi]}{d\alpha}\right|_{\alpha=0} = i\frac{\partial}{\partial t}.$$

$$\left\{\hat{Q},\hat{Q}\right\} = 2\hat{Q}^2 = 2\hat{H}; \qquad \left[\hat{H},\hat{Q}\right] = \hat{Q}^2\hat{Q} - \hat{Q}\hat{Q}^2 = 0.$$

Ковариантная производная: $\quad \hat{D} = \dfrac{\partial}{\partial\theta} - i\theta\dfrac{\partial}{\partial t}.$

Псевдоклассическая модель электрона

Ди-Векиа, Равндел (1967)

$$X^{\mu}(t,\theta):\ \mathbb{R}^{1|1} \to \mathbb{R}, \quad X^{\mu}(t,\theta) = x^{\mu}(t) + i\theta\psi^{\mu}(t)$$

$$S = \int dt \int d\theta \left(\frac{1}{2}\eta_{\mu\nu}\hat{D}X^{\mu} \cdot \hat{D}\hat{D}X^{\nu}\right)$$

$$L = \frac{1}{2}\eta_{\mu\nu}(\dot{x}^{\mu}\dot{x}^{\nu} + i\psi^{\mu}\dot{\psi}^{\nu})$$

Уравнения Баргманна-Мишеля-Телегди в ЭМ-поле

$$\ddot{x}_{\mu} - qF_{\mu\nu}\dot{x}^{\nu} - \frac{q}{2}S^{\lambda\nu}\partial_{\mu}F_{\lambda\nu} = 0$$

$$\dot{S}^{\mu\nu} = qF^{\mu\lambda}S_{\lambda}^{\cdot\nu} - qF^{\nu\lambda}S_{\lambda}^{\cdot\mu}.$$

Уравнения Матиссона-Папапетру в ОТО

$$\ddot{x}^{\mu} + \Gamma^{\mu}_{\alpha\beta}\dot{x}^{\alpha}\dot{x}^{\beta} = -R^{\mu}_{\cdot\nu\alpha\beta}\dot{x}^{\nu}S^{\alpha\beta}$$

$$\dot{S}^{\mu\nu} + \Gamma^{\mu}_{\alpha\beta}\dot{x}^{\beta}S^{\alpha\nu} + \Gamma^{\nu}_{\alpha\beta}\dot{x}^{\beta}S^{\mu\nu} = 0.$$

Некоторые результаты применения данной модели.

- Мусин Ю.Р., Козориз В.И. Суперсимметричный электрон в кулоновском поле, ТМФ т 123, №1, 2000, с. 75-80 (Аналитические решения)
- Мусин Ю.Р., Козориз В.И. Проблема рассеяния для классической частицы со спином в кулоновском поле, ТМФ, т 138 , №2, 2004, с 338-348 (Сечение рассеяния Мотта)
- Мусин Ю.Р., Чередов В.В. Электрон со спином в поле шварцильдовской черной дыры, Тезисы докладов ГР-8 (Численное моделирование)

Композитные модели лептонов и кварков

$$S = \frac{1}{2}\int ds \int d\tau E^{kl} g_{\mu\nu} DX_k^{\mu} DDX_l^{\nu},$$

$$E^{kl} g_{\mu\nu} DX_k^{\mu} DDX_l^{\nu} = g_{\mu\nu} DY^{\mu} DDY^{\nu}$$

$$(E_{kl}) = \begin{pmatrix} 1 & a & (F(N)-1))a \\ a & a^2 & (F(N)-1))a^2 \\ (F(N)-1))a & (F(N)-1))a^2 & (F(N)-1))^2 a^2 \end{pmatrix}$$

Формула Барута

$$m(N) = m_0(1 + aF(N)); \quad F(N) = \sum_{k=0}^{N-1} k^4; \quad \alpha \approx 1/137$$

Массы лептонов и кварков (МэВ)

Частица	Расчетные значения	Экспериментальные значения
Электрон	0,510998910(13)	
Мюон	105,549	105.658367(4)
Таон	1786,155	1776,82(16)
u-кварк	0,685	1,8-3,0
d-кварк	6,46	4,5-5,3
s-кварк	141	90-100
c-кварк	1 336	1 250-1 300
b-кварк	4646	4 630-4 690
t-кварк	171 523	172 500-173 920
u-кварк	0,685	1,8-3,0

$m_0 = m_e$; $m_u = 0{,}685$ Мэв; $m_d = 6{,}46$ Мэв; $a = 3/2\alpha$

«Загадка радиуса протона» 4% или в 3,5 раза.

(2010) 0,8802 ± 0,0080 фм ↔ 0,8775 ± 0,0051фм

Расширенное супервремя

$$\mathbb{R}^{1|n} = \left\{ t, \theta^1, ..., \theta^n \middle| t \in \mathbb{R}_c; \quad \theta^k \in \mathbb{R}_a; k = 1, ..., n \right\}.$$

1-форма метрики

$$\omega = dt - i \sum_{k=1}^{n} \theta^k d\theta^k; \qquad \omega = \omega^*.$$

Преобразования сохраняющие метрику

$$\begin{cases} t' = t + \alpha \\ \theta'^k = \theta^k \end{cases} \quad \begin{cases} t' = t + i \sum_{k=1}^{n} \varepsilon^k \theta^k \\ \theta^{k'} = \theta^k + \varepsilon^k \end{cases} \quad \begin{cases} t' = t \\ \theta^{k'} = \theta^k \cos\varphi + \theta^l \sin\varphi \\ \theta^{l'} = -\theta^k \sin\varphi + \theta^l \cos\varphi \end{cases}$$

Алгебра суперсимметрии SUSY

$$\left\{ \hat{Q}_k, \hat{Q}_l \right\} = 2\delta_{kl} \hat{H} \qquad \left[\hat{Q}_k, \hat{\Lambda}_{kj} \right] = \hat{Q}_j$$

$$\left[\hat{H}, \hat{H} \right] = \left[\hat{H}, \hat{Q}_k \right] = \left[\hat{H}, \hat{\Lambda}_{kj} \right] = 0$$

Обобщенное действие:

$n = 1$ - электрон, $n = 2$ - фотон $(m = 0)$

$$S = \frac{1}{2} \int dt \prod_{k=1}^{n} d\theta^k \dot{X}^\mu \sum_{k=1}^{n} \hat{D}_k X_\mu$$

Уравнения движения:

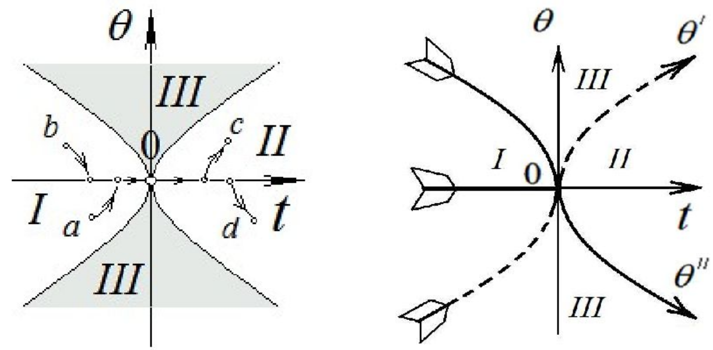
$$\ddot{x}^\mu = 0; \quad \ddot{\psi}_k{}^\mu = 0; \quad \dot{A}^\mu = 0. S = 1/2$$

Первые интегралы

$$J^{\mu\nu} = L^{\mu\nu} + S^{\mu\nu}; \; L^{\mu\nu} = x^\mu \dot{x}^\nu - x^\nu \dot{x}^\mu; \; S^{\mu\nu} = -i \sum_{k=1}^{n} \psi_k{}^\mu \psi_k{}^\nu.$$

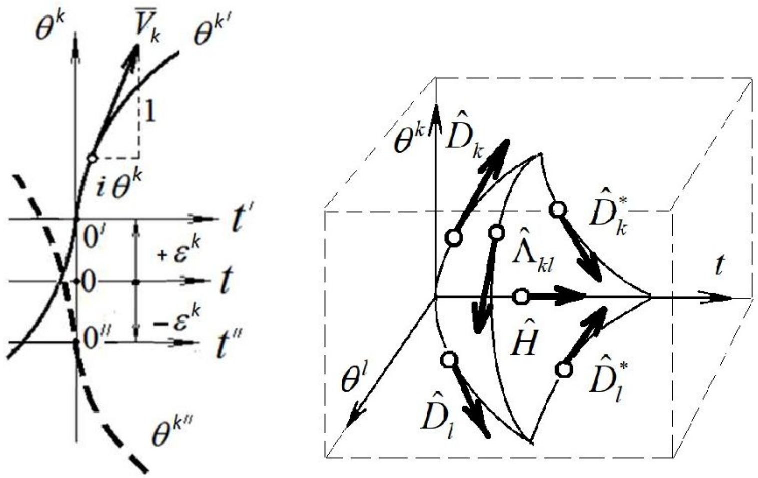
Структура супервремени

Плоское супервремя спинорных частиц $S = 1/2$



Существуют только три поколения
и только при $n = 1$ (лептоны,кварки)

Расширенное супервремя $n \geq 2$



Акаузальные аномалии $n \geq 5$ для частиц при $S \geq 5/2$

Стрелы времени

- Термодинамическая стрела (рост энтропии)
- Нарушение CP-инвариантности (каон, B-мезон)

«Странные связи» понятий температуры и времени

- Только косвенное измерение
- Виковский поворот: $t = -i\tau$

Квантовая физика $\exp(-iHt)$ $\xrightarrow{\text{Аналитическое продолжение}}$ **Статистическая физика** $\exp(-H/T)$

Температура является эквивалентом циклического мнимого времени

- Температура и координатное время

τ_i - собственное время i – той частицы

t - координатное время, T - температур

$$d\tau_i = dt\sqrt{1 - V_i^2/c^2}; \qquad T = \frac{m}{3k}\left\langle V^2 \right\rangle = \frac{m}{3k}\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} V_i^2$$

$$\boxed{dt = \sqrt{\frac{\left\langle d\tau^2 \right\rangle}{1 - 3kT/mc^2}}}$$

Температура и время– эмерджентные явления.

Спин – атрибут супервремени