



# **Физико-технические основы электроэнергетики**

Лекция 4

Профессор Е.Ю.Клименко



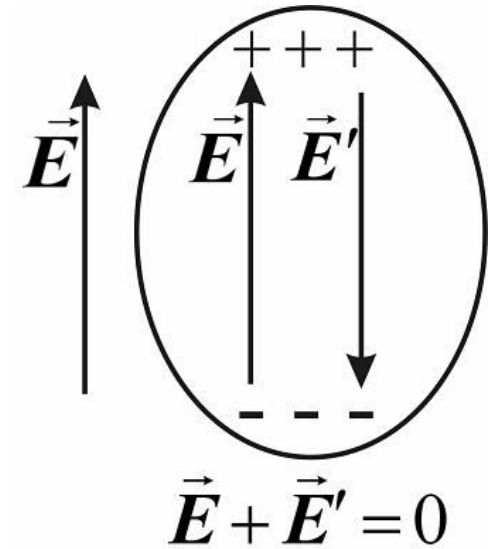
## **Проводники в электрическом поле**

## Электрическое поле внутри проводников

В металле положительные ионы составляют остов кристаллической решетки, в промежутках между ионами находятся «свободные» электроны. Сколь угодно слабое внешнее электростатическое поле вызывает движение этих свободных электронов против направления напряженности поля, т.е. приводит к появлению электрического тока. В результате, в проводнике происходит перераспределение зарядов, которые создают электрическое поле, направленное против внешнего поля и компенсируют его. Перераспределение продолжается до тех пор, пока напряженность электрического поля в проводнике не станет равной нулю. Из

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

следует, что плотность объемных зарядов равна нулю.



Глубина проникания статического поля, т.е. толщина поверхностного слоя зарядов не интересует классическую электродинамику. Она считается нулевой

Электронейтральность внутри проводника устанавливается весьма быстро. Пусть существует начальный заряд  $\rho(0)$ . Из закона сохранения заряда следует

$$0 = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{j} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \sigma \operatorname{div} \mathbf{E} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \sigma \frac{\rho}{\varepsilon_0} = 0$$

Здесь  $\rho$  - плотность заряда, а  $\sigma$  - проводимость

Решение последнего уравнения элементарно:

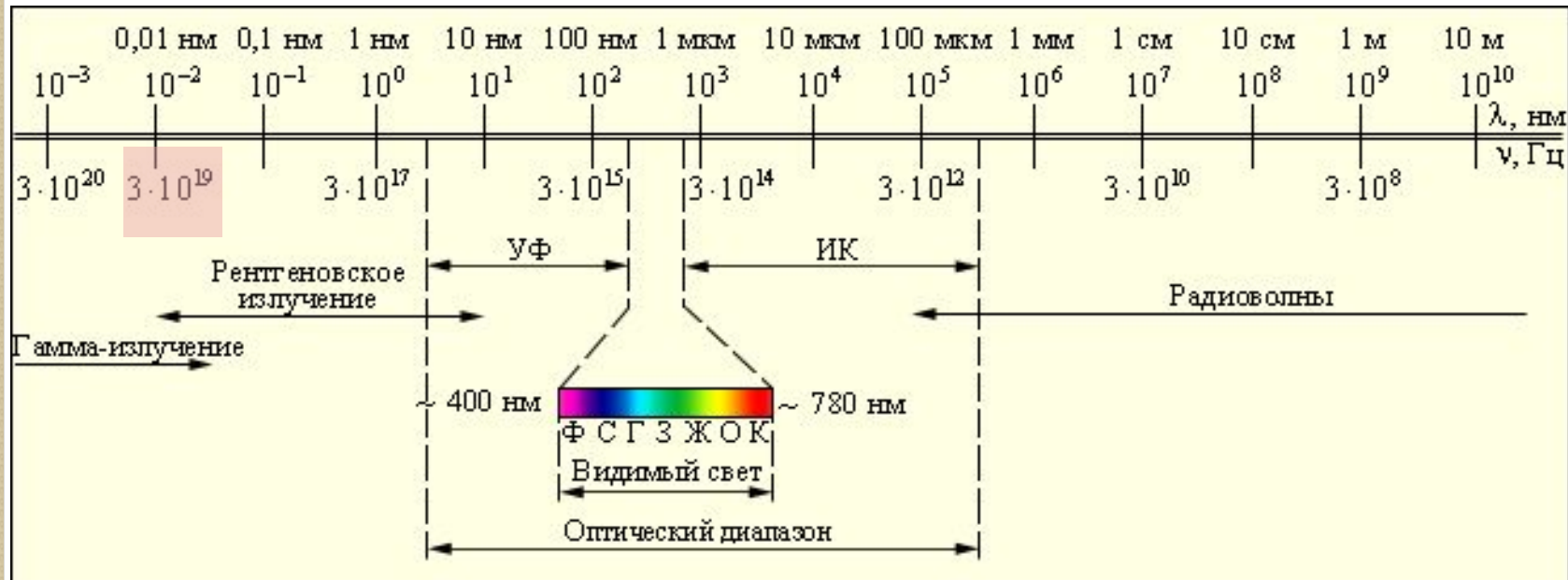
$$\rho(t) = \rho(0) \exp\left(-\frac{\sigma}{\varepsilon_0} t\right) = \rho(0) \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

Здесь  $\tau$  - характерное время рассасывания начального заряда.

$$\tau = \varepsilon_0 \cdot \rho = 8.85 \cdot 10^{-12} \cdot 0.18 \cdot 10^{-7} \sim 10^{-19} \text{ с}$$

Здесь  $\rho$  - удельное сопротивление

$$[\varepsilon_0] = \Phi/M = \text{м}^3 \text{кг}^{-1} \text{сек}^4 \text{А}^2, \quad [\rho] = \text{Ом} \cdot \text{м} = \text{м}^3 \text{кг} \text{сек}^3 \text{А}^{-2}$$



Перераспределение зарядов на поверхности проводника при помещении его во внешнее поле называется **электрической индукцией**.

Потенциал проводника одинаков во всем объеме, иначе в нем протекал бы ток. Следовательно поверхность сверхпроводника эквипотенциальна, а электрическое поле нормально к его поверхности. (тангенциальная компонента поля отсутствует на поверхности, поскольку согласно граничному условию она непрерывна, а под поверхностью она нулевая, т.к. там нет поля) .

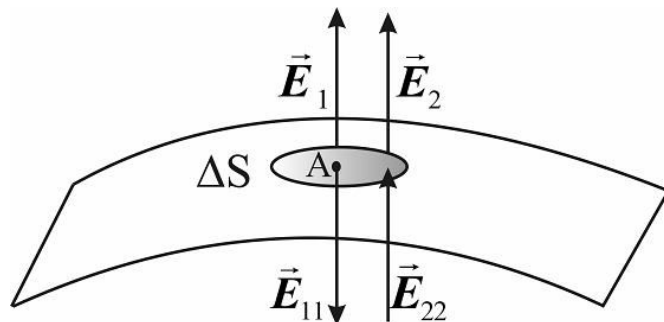
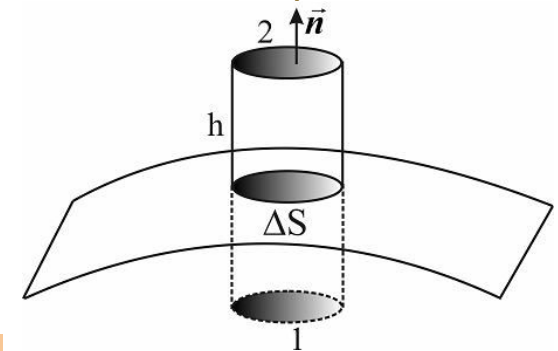
Определим электрическое поле вблизи поверхности:

$$\int_S \varepsilon_0 \mathbf{E} d\mathbf{s} = \varepsilon_0 E_n \Delta S = \sigma \Delta S$$

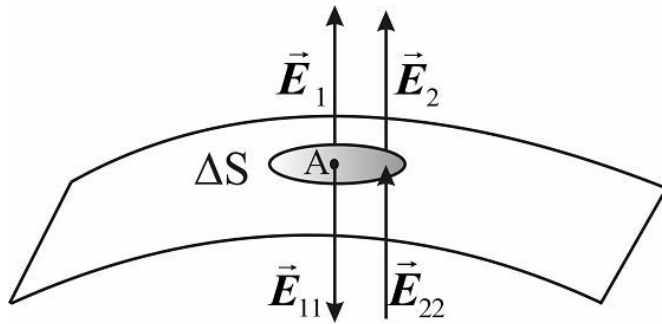
так как нормальная компонента поля не равна нулю только на площадке 2 . Тогда  $|\mathbf{E}| = E_n = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$

Какая часть этого поля создается

самой площадкой, а какая остальной поверхностью и внешними зарядами?



Рассмотрим эти части  $\sigma$  отдельно. Заряд на  $\Delta S$  создал бы  $E_n = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$  так как поток проходил бы через оба основания цилиндра. Остальные заряды должны компенсировать поле внутри проводника



Рассмотрим эти части отдельно  
 Заряд на  $\Delta S$  создал бы  $|E_1| = E_n = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$   
 так как поток проходит только через  
 оба основания цилиндра.

Остальные заряды должны

скомпенсировать поле внутри проводника.  $E_{22} = -E_{11}$

Их поле проходит через отверстие в поверхности и поэтому непрерывно.

$$E_{2n} = E_{1n} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

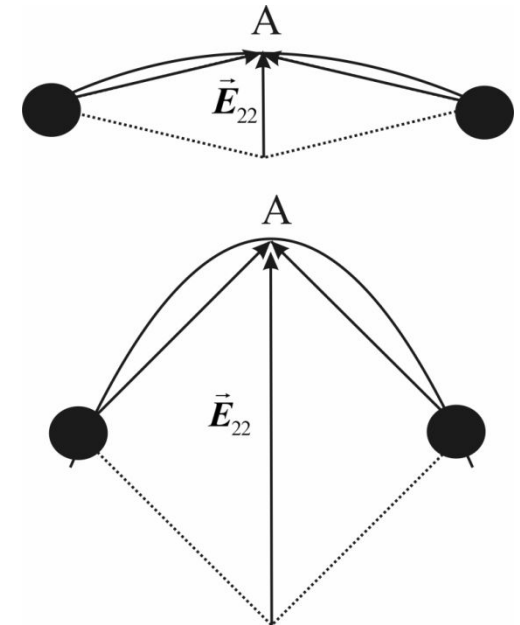
Таким образом, половина полного поля вблизи поверхности проводника создается элементом его поверхности, а вторая половина всеми другими зарядами.

Сила, действующая на единицу поверхности проводника со стороны внешних зарядов и поверхностных зарядов:

$$f = \sigma E_2 = \frac{\sigma^2}{2\epsilon_0} n$$

# Поверхностная плотность зарядов на искривленных поверхностях проводников

Плотность заряда на поверхности проводника неоднородна. Рассмотрим вклад зарядов, ближайших к точке  $A$  в поле в этой точке. Если поверхность имеет большой радиус кривизны, то создаваемая ими нормальная компонента поля невелика, соответственно плотность заряда, который должен компенсировать эту компоненту внутри проводника, невелика. Если же радиус кривизны в точке  $A$  мал, то вклад ближайших зарядов велик. Велика и плотность зарядов в точке  $A$  и электрическое поле в этой точке.



Пусть два шара разного диаметра  $2a < 2b$  соединены друг с другом и заряжены некоторым суммарным зарядом. Как заряд распределится между ними? Поскольку шары имеют одинаковый потенциал

$$\frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q_a}{a} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q_b}{b} \quad \frac{q_a}{q_b} = \frac{a}{b}$$

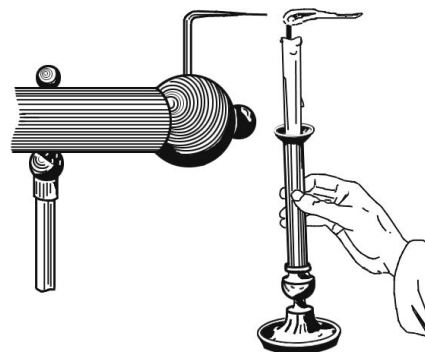
Электрические поля на их поверхностях:

$$E_a = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q_a}{a^2} \quad \text{и} \quad E_b = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q_a}{b^2}$$

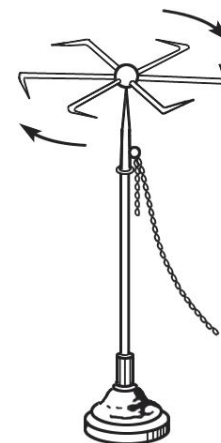
Электрическое поле тем больше, чем меньше радиус кривизны:

$$\frac{E_a}{E_b} = \frac{b}{a}$$

С острия из-за большой напряженности поля  $E$  происходит утечка зарядов и ионизация воздуха. Ионы уносят электрический заряд, образуется как бы «электрический ветер» («огни Святого Эльма» на мачтах парусников). Молниеотводы.



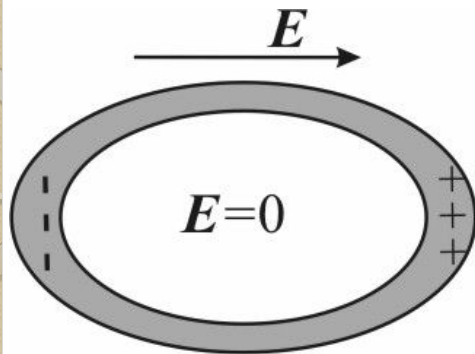
сдувание пламени свечи электрическим ветром



колесо Франклина

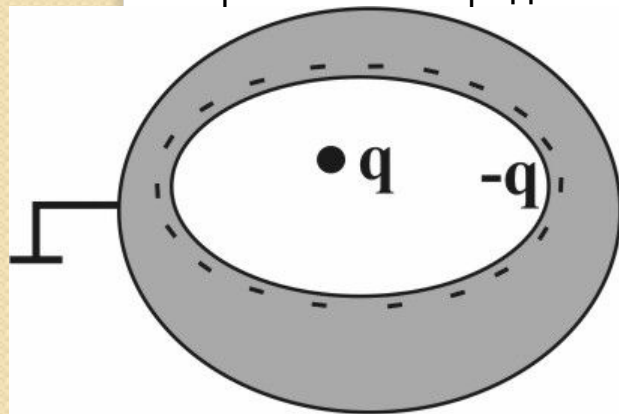
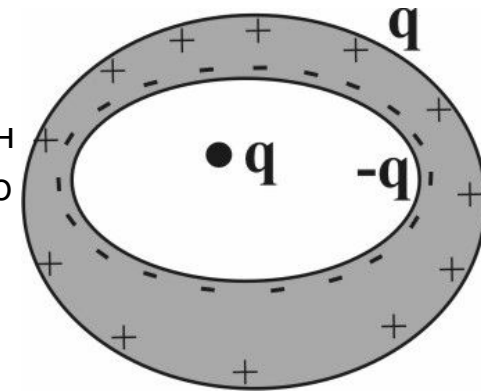


# Проводящие экраны



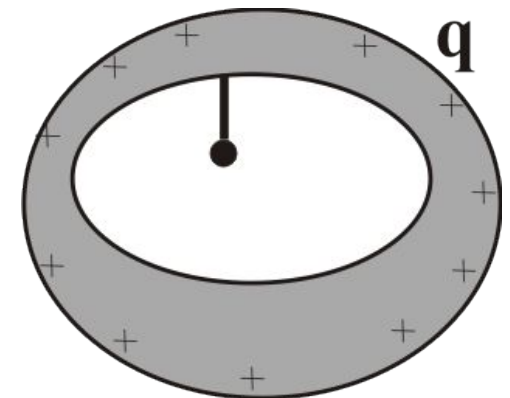
Металлическая оболочка во внешнем поле ведет себя, как сплошной кусок металла. Поле внутри равно нулю.

Если внутрь оболочки внести заряд, то он будет скомпенсирован противоположным зарядом на внутренней стороне оболочки, но на наружной возникнет равный ему по величине и знаку поверхностный заряд



Если оболочку заземлить, то заряды с поверхности уйдут, и снаружи наличие заряда почувствовать не будет

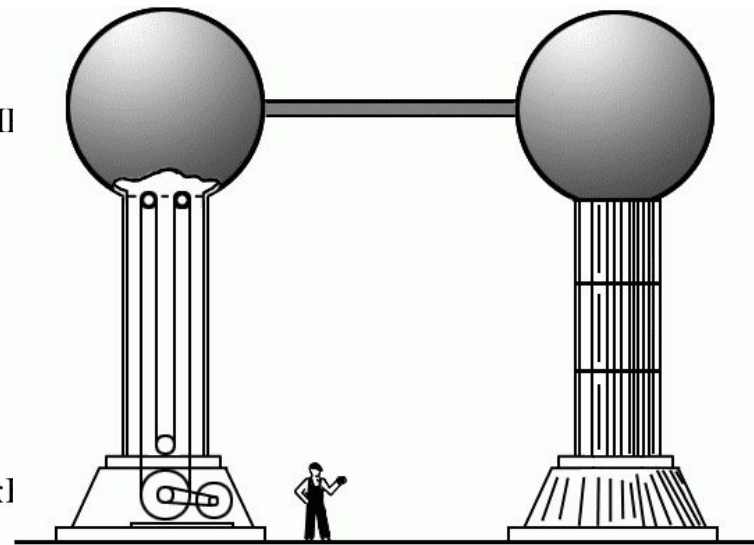
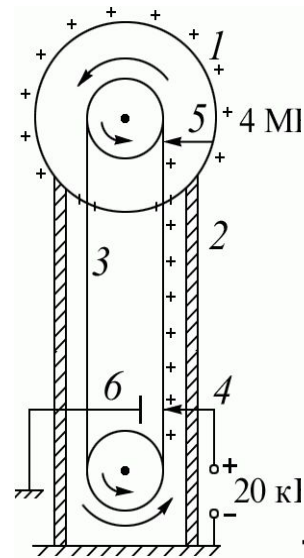
Если заряд соединить с внутренней поверхностью, то внутренний поверхностный заряд и внесенный заряд взаимно уничтожатся, а наружная поверхность останется заряженной. Это принцип генератора Ван де Граафа.



# Генератор Ван де Граафа (ускоритель ионов)

В нижней части лента заряжается в тлеющем разряде от источника 20 кВ. Заряд переносится вверх и там переносится на сферу.

В канале между двумя сферами, заряженными противоположными зарядами ускоряют ионы.



Ван де Грааф Роберт  
(1901 – 1967)

## Энергия электростатического поля проводников

Рассмотрим группу заряженных проводников в пустом пространстве  $U = \frac{\epsilon_0}{2} \int E^2 dV$  интеграл по всему пространству, кроме объема проводников, где  $E=0$ .

Это выражение можно преобразовать:

$$U = -\frac{\epsilon_0}{2} \int \mathbf{E} \cdot \text{grad} \varphi dV = -\frac{\epsilon_0}{2} \int \text{div}(\varphi \mathbf{E}) dV + \frac{\epsilon_0}{2} \int \varphi \text{div} \mathbf{E} dV =$$

$$\frac{\epsilon_0}{2} \sum_a \varphi_a \oint E_n dS_a = \frac{1}{2} \sum_a q_a \varphi_a = \frac{1}{2} \sum_a \sum_b C_{ab} \varphi_b$$

= 0, т.к. нет других зарядов

т.к. заряд а-того проводника линейно зависит от всех потенциалов

$$q_a = \sum_b C_{ab} \varphi_b$$

$C_{aa}$  коэффициент емкости - физическая величина, численно равная заряду, который необходимо сообщить проводнику для того, чтобы изменить его потенциал на единицу

$C_{ab}$   $a \neq b$  коэффициенты электростатической индукции.

# Конденсаторы

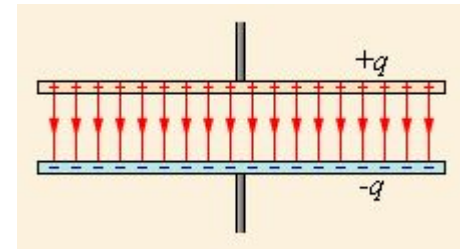
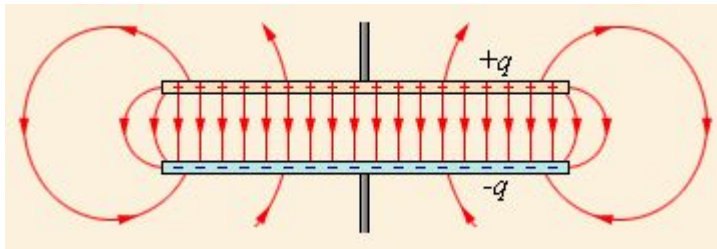
Рассмотрим емкость одиночных проводников.

Емкость шара: Ранее мы получили  $\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R} \longrightarrow C = \frac{q}{\varphi} = 4\pi\epsilon\epsilon_0 R$

Емкость Земли  $C = 4\pi \cdot 8.82 \cdot 10^{-12} \text{Ф/м} \cdot 6 \cdot 10^6 \text{м} = 6.65 \cdot 10^{-4} \text{Ф} \sim 700 \text{мкФ}$

Емкость уединенных проводников мала!

Рассмотрим плоский конденсатор: Пластины заряжены зарядами  $+q$  и  $-q$



Если пренебречь краевым эффектом, Вне пластин  $E = 0$ ,

Между пластинами  $E = E_1 + E_2 = \frac{\sigma}{\epsilon\epsilon_0}$

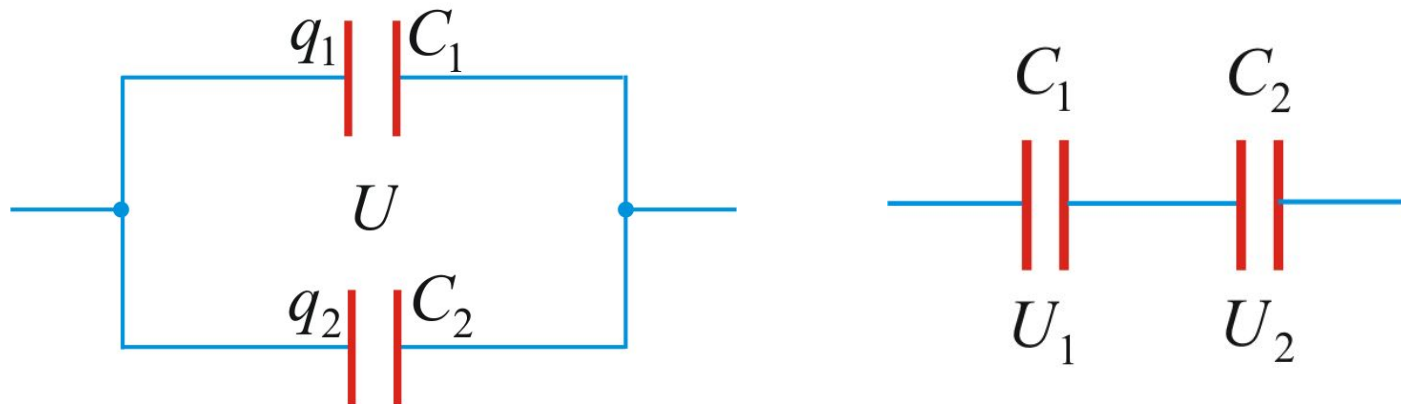
Емкость конденсатора:  $C = \frac{q}{\Delta\varphi} = \frac{\sigma S}{Ed} = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d}$

## Для самостоятельного изучения

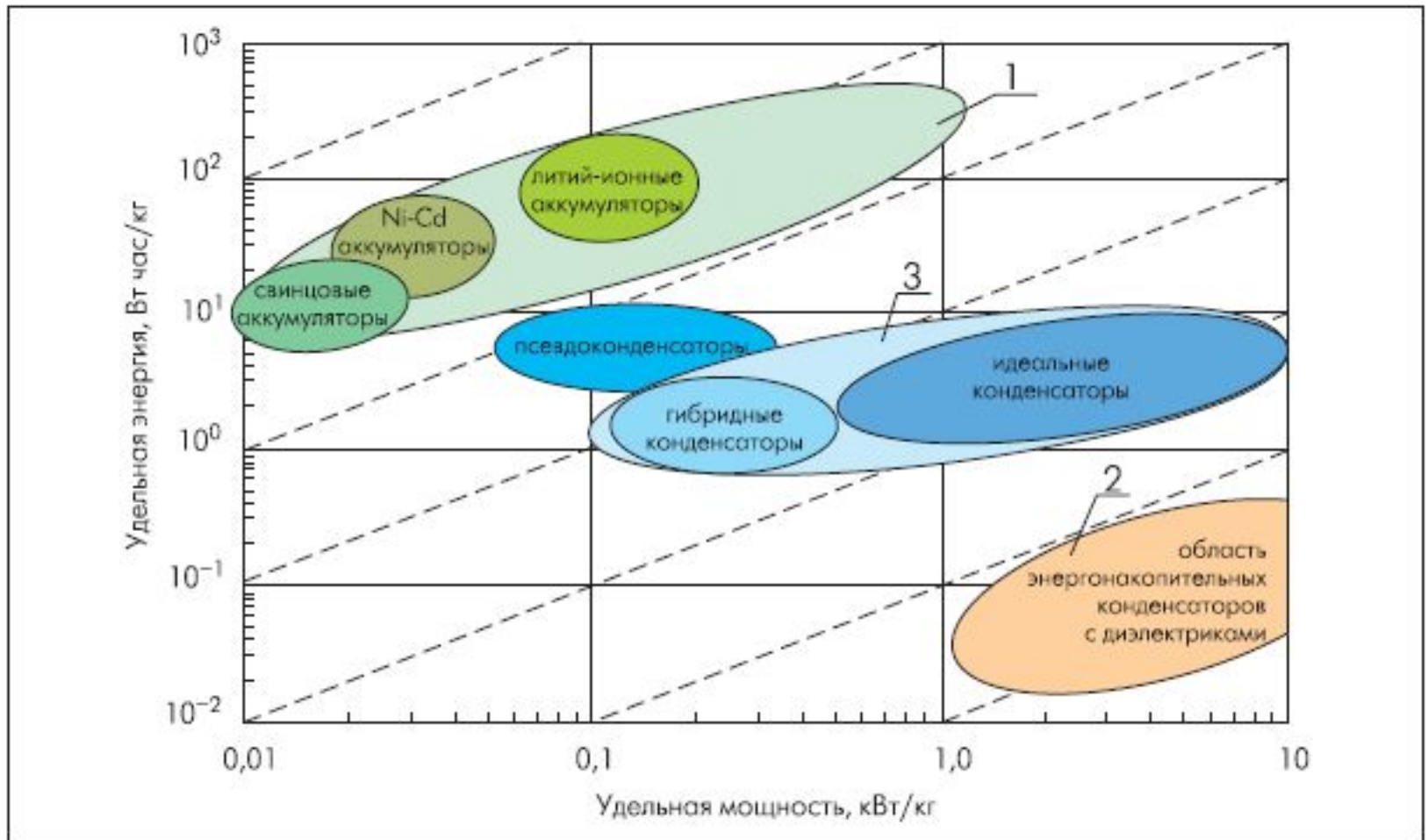
Емкости шарового и цилиндрического конденсаторов



Емкости параллельно и последовательно соединенных конденсаторов



# Современные типы конденсаторов

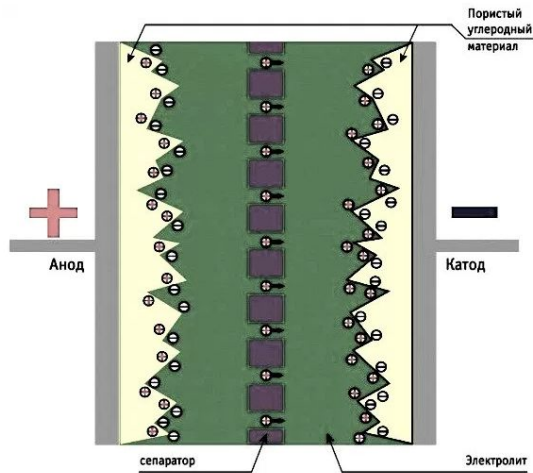


# Электролитический конденсатор



Большая емкость достигается за счет увеличения  $S$  и уменьшения  $d$ . В *электролитических конденсаторах* диэлектриком служит слой окиси  $Al_2O_3$  на поверхности алюминиевой фольги (анод). Катодом служит электролит, пропитывающий бумажную ленту. При такой полярности пленка окиси не разрушается. При изменении полярности повреждается слой окиси, возникает короткое замыкание, электролит испаряется и конденсатор взрывается. Поверхность увеличивают за счет использования пористых анодов, получаемых прессованием порошков, например тантала.

# Суперконденсаторы



На границе электролита и электронного проводника возникает двойной электрический слой. Диэлектрика нет, но сольватированные ионы не могут проникнуть в проводник, а чтобы электроны могли выйти в электролит, нужно приложить напряжение (потенциал выхода). Толщина изолирующего слоя порядка размера иона ( $2 \cdot 10^{-10}$  м),  $\epsilon = 4.5$ ,  $\Delta\phi =$  от 0.5 до 1.5 В. Электродом служат активированные углеродные материалы с удельной поверхностью  $1 \cdot 10^6$  кв.м/кг.

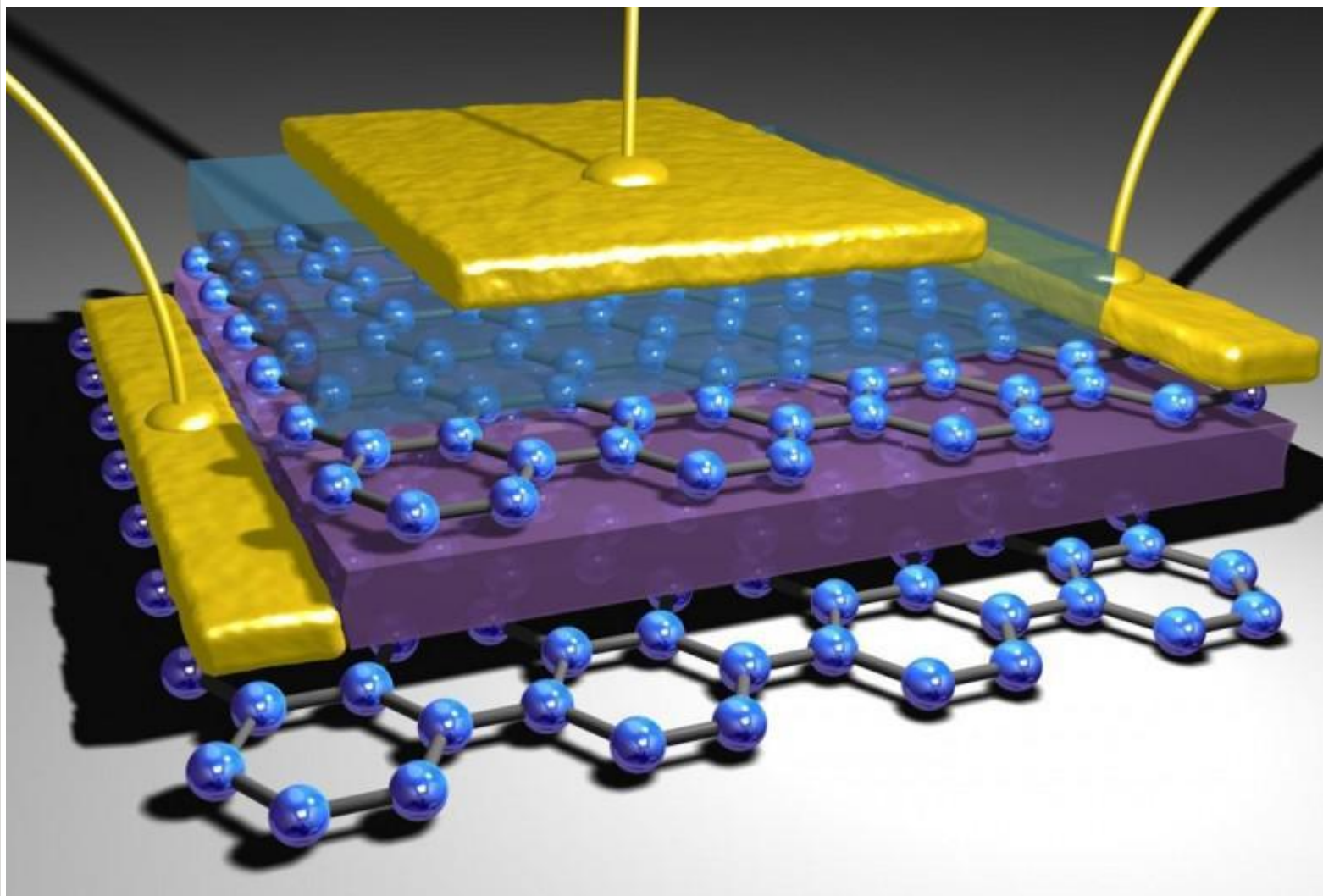
Уд. Емкость  $0.2$  Ф/кв.м.



Рис. 1. Суперконденсатор DH5U308W60138TH фирмы SAMWHA ELECTRIC



## Графеновый суперконденсатор емкостью 10 тысяч (!) Фарад



*Sunvault Energy Inc.*, совместно с *Edison Power Company*



**Спасибо за внимание**

