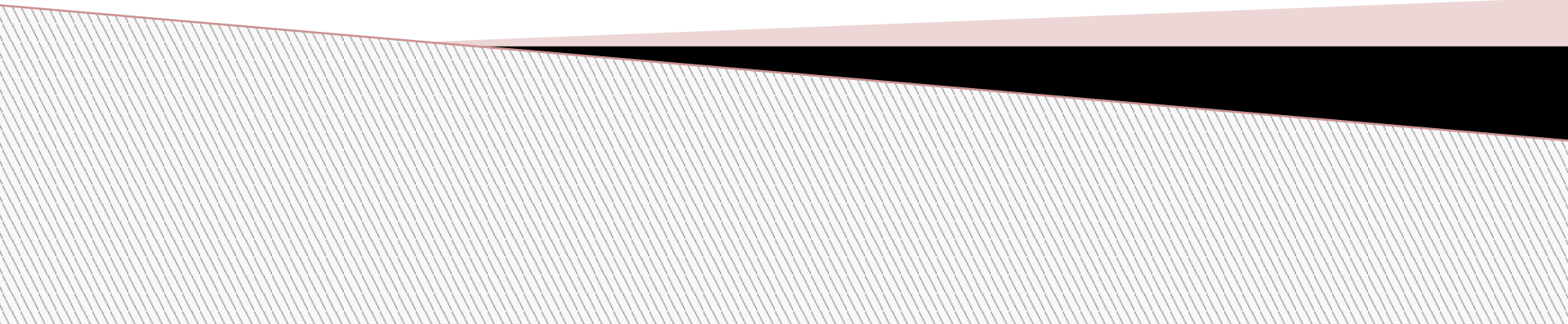
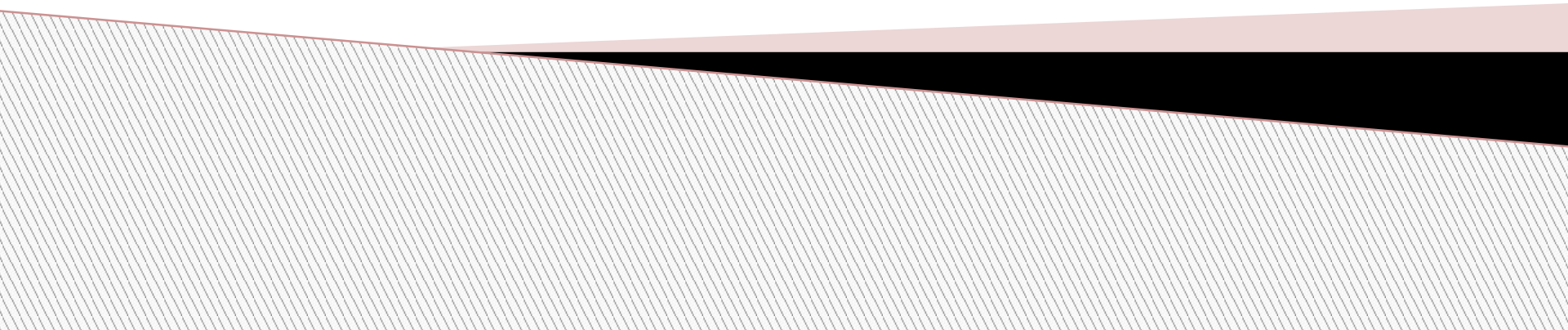


# Статика



***Статикой*** называется раздел механики, в котором излагается общее учение о силах и изучаются условия равновесия материальных тел, находящихся под действием сил



**Абсолютно твердое тело** – это тело, которое ни при каких условиях не может деформироваться и любые две точки данного тела всегда остаются на одном и том же расстоянии друг от друга

Основные физические величины, используемые в статике, —  
сила и момент силы.

**Сила** как величина векторная характеризуется модулем, направлением в пространстве и точкой приложения

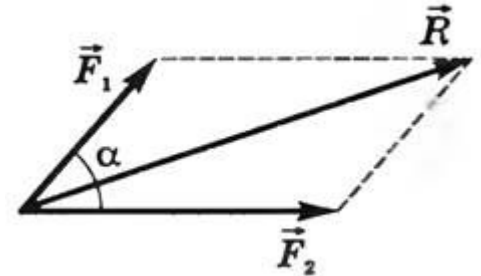
Результат действия силы на материальную точку зависит только от ее модуля и направления

Твердое же тело имеет определенные размеры

Поэтому одинаковые по модулю и направлению силы вызывают различные движения твердого тела в зависимости от точки приложения

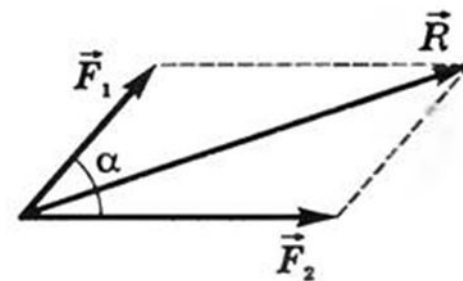
Точку приложения силы можно переносить только вдоль прямой, вдоль которой эта сила действует

Сила, которая производит на тело такое же действие, как и несколько одновременно действующих на него сил, называется **равнодействующей**



Она равна геометрической сумме этих сил

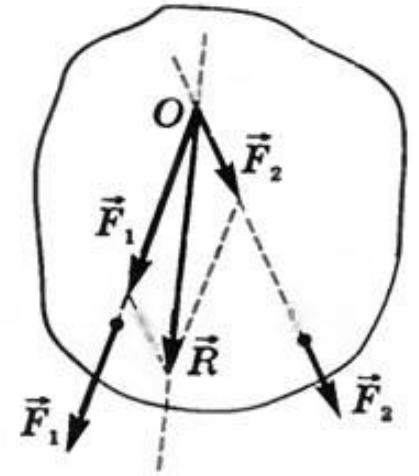
Если к телу приложено две силы в одной точке, то равнодействующую находят по параллелограмму



Модуль равнодействующей двух сил можно определить по теореме косинусов

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 \cdot F_2 \cdot \cos \alpha}$$

Если непараллельные силы приложены в разных точках тела, то для нахождения их равнодействующей эти силы и переносят в точку  $O$  пересечения прямых, вдоль которых они действуют, а затем производят их векторное сложение по правилу параллелограмма



Точкой приложения равнодействующей силы может быть любая точка прямой, вдоль которой она действует

# Условие равновесия тела, не имеющего оси вращения

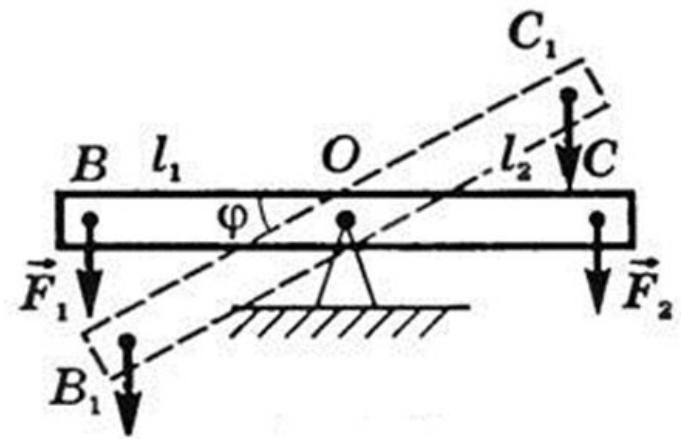
Условие равновесия такого тела, как и условие равновесия материальной точки, вытекает из основного уравнения динамики:

$$\vec{a} = 0, \vec{v} = const, \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = 0$$

**Таким образом,** чтобы невращающееся тело находилось в равновесии, необходимо, чтобы геометрическая сумма сил, действующих на тело, была равна нулю (или алгебраическая сумма проекций этих сил на оси координат была равна нулю)



Выясним условие равновесия тела, которое под действием приложенных к нему сил поступательно не движется, а поворачивается вокруг некоторой закрепленной оси. Например, рассмотрим невесомый стержень  $BC$ , на который действуют силы  $\vec{F}_1, \vec{F}_2$



Повернем его на небольшой угол  $\varphi$  вокруг оси  $O$ . При этом точки приложения сил  $\vec{F}_1$  и  $\vec{F}_2$  совершат перемещение  $BB'_1$  и  $CC'_1$ .

При малом угле поворота  $\varphi$  можно считать, что

$$BB_1 = BO \cdot \varphi = l_1 \cdot \varphi, CC_1 = CO \cdot \varphi = l_2 \cdot \varphi$$

где  $l_1$  и  $l_2$  — плечи сил  $\vec{F}_1$  и  $\vec{F}_2$  соответственно, а угол  $\varphi$  выражают в радианах.

**Плечо силы** — это кратчайшее расстояние от оси вращения до прямой, вдоль которой действует сила.

Эти силы совершают работу:

$$A_1 = F_1 \cdot l_1 \cdot \varphi, A_2 = -F_2 \cdot l_2 \cdot \varphi$$

Произведение силы на ее плечо называют **МОМЕНТОМ СИЛЫ** относительно оси вращения:

$$M = \pm F \cdot l$$

Момент силы характеризует вращательное действие этой силы и во вращательном движении играет ту же роль, что и сила в поступательном движении.

Суммарная работа, совершаемая силами  $F_1$  и  $F_2$ , составляет

$$A = (F_1 \cdot l_1 - F_2 \cdot l_2) \varphi = (M_1 + M_2) \varphi$$

На основании теоремы о кинетической энергии  $\Delta W_k = A$ . При равновесии скорость тела не изменяется, значит

$$\Delta W_k = 0, A = 0$$

Так как  $\varphi \neq 0$ , то  $M_1 + M_2 = 0$ .

Таким образом, для того чтобы тело с закрепленной осью вращения находилось в равновесии, необходимо, чтобы алгебраическая сумма моментов сил, приложенных к телу, относительно этой оси была равна нулю, т.е.

$$\sum_{i=1}^n M_i = 0$$

# Условия равновесия твердого тела

В общем случае, если тело под действием приложенных к нему сил может и поворачиваться, и двигаться поступательно, то для того, чтобы оно находилось в равновесии, необходимо выполнение двух условий:

1. Геометрическая сумма приложенных к телу сил должна быть равна нулю

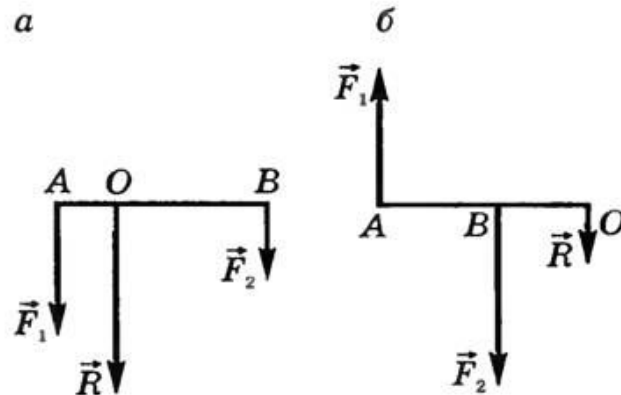
$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = 0$$

2. Алгебраическая сумма моментов этих сил относительно любой оси должна быть равна нулю

$$\sum_{i=1}^n M_i = 0$$

# Сложение параллельных сил. Центр тяжести

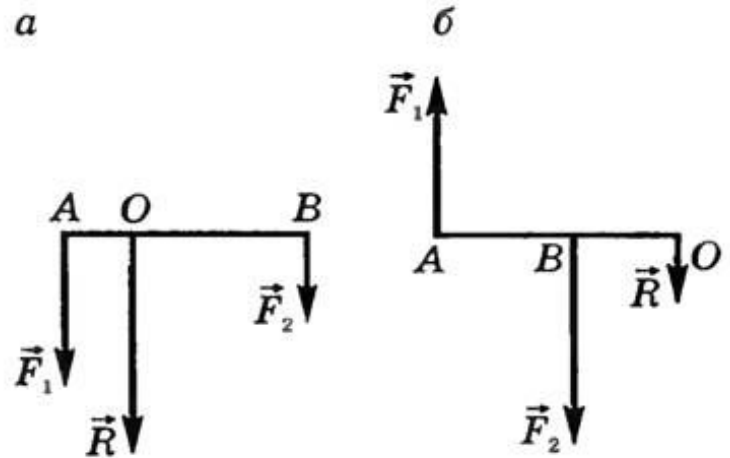
Равнодействующая двух параллельных одинаково направленных сил (рис. 1, а) равна сумме их модулей, параллельна им и направлена в ту же сторону, а линия действия равнодействующей делит отрезок, соединяющий точки приложения слагаемых сил, на участки, обратно пропорциональные силам



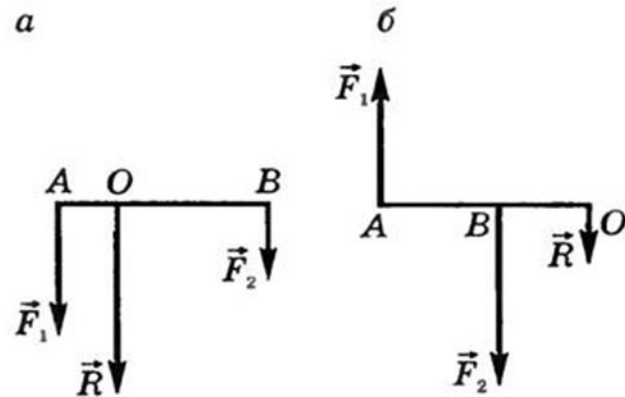
$$R = F_1 + F_2, \frac{OB}{OA} = \frac{F_1}{F_2}$$

# Сложение параллельных сил. Центр тяжести

Это можно доказать: если в предполагаемой точке  $O$  приложения равнодействующей мысленно поставить опору, то реакция опоры скомпенсирует равнодействующую, система сил окажется уравновешенной, и можно воспользоваться первым и вторым условием равновесия



Равнодействующая двух антипараллельных сил (рис.1 , б) равна по модулю разности их модулей, параллельна им, направлена в сторону большей силы, а точка приложения равнодействующей лежит на продолжении линии, соединяющей точки приложения слагаемых сил на расстояниях от них, обратно пропорциональных силам:



$$R = F_2 - F_1, \frac{OB}{OA} = \frac{F_1}{F_2}, R \uparrow \uparrow F_2$$



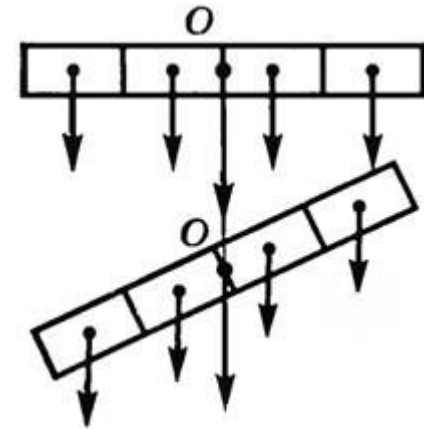
Две равные по модулю и противоположные по направлению силы, приложенные к телу в разных точках, образуют пару сил.

Под действием пары сил тело не движется поступательно, а только вращается вокруг оси, проходящей через центр масс данного тела.

**Центр тяжести**  $O$  такая точка приложения равнодействующей сил тяжести, действующих на все части тела, которая не изменяет своего положения при любых поворотах тела

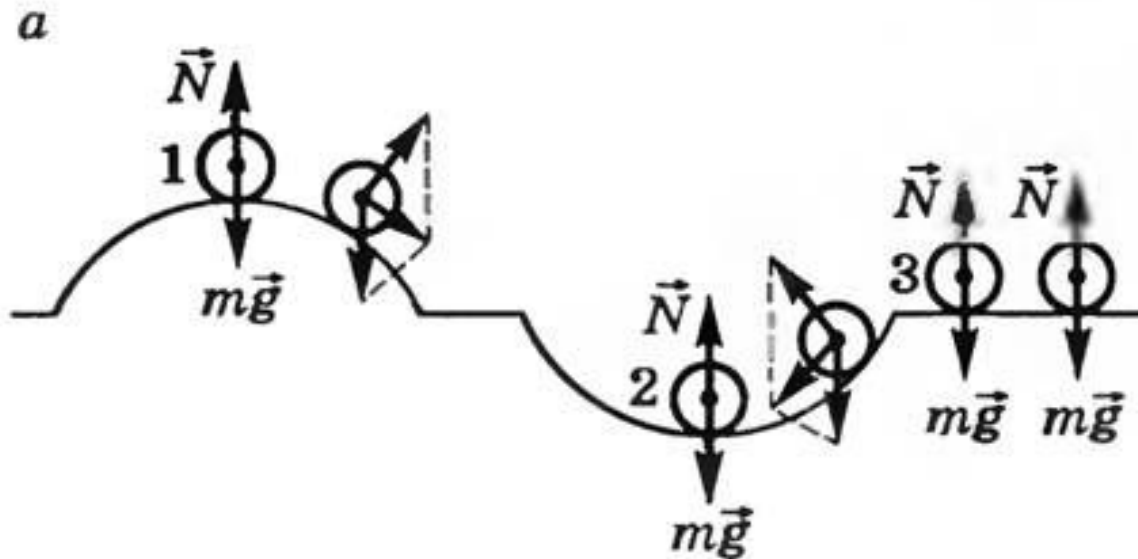
Относительно центра тяжести алгебраическая сумма моментов сил тяжести всех частей тела равна нулю

Опытным путем положение центра тяжести плоских тел определяют как точку пересечения вертикальных линий, полученных при подвешивании тела в одной, а затем в другой точках



# Виды равновесия

Различают устойчивое, неустойчивое и безразличное равновесие

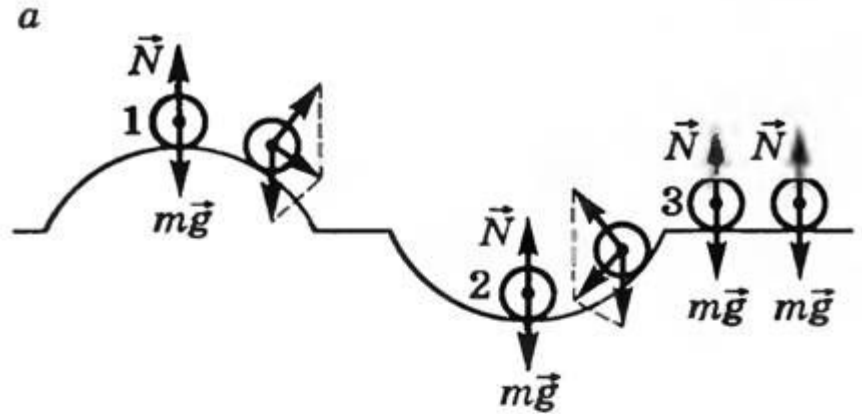


# Устойчивое равновесие

Равновесие тела называют **устойчивым**, если при отклонении от него возникают силы, возвращающие тело в положение равновесия (рис. а, положение 2)

В устойчивом равновесии центр тяжести тела занимает наинизшее из всех близких положений

Положение устойчивого равновесия связано с минимумом потенциальной энергии по отношению ко всем близким соседним положениям тела

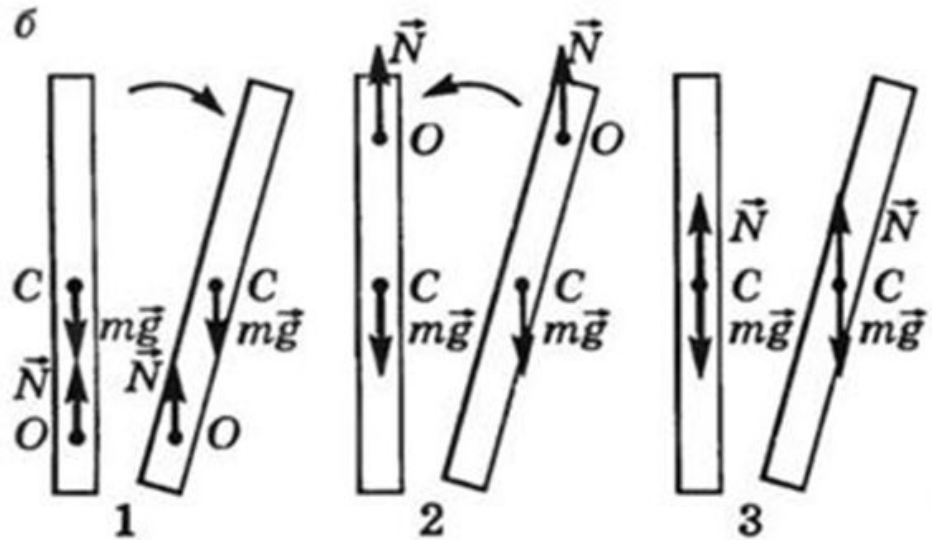


Равновесие тела называют **неустойчивым**, если при самом незначительном отклонении от него равнодействующая действующих на тело сил вызывает дальнейшее отклонение тела от положения равновесия (рис. а, положение 1)

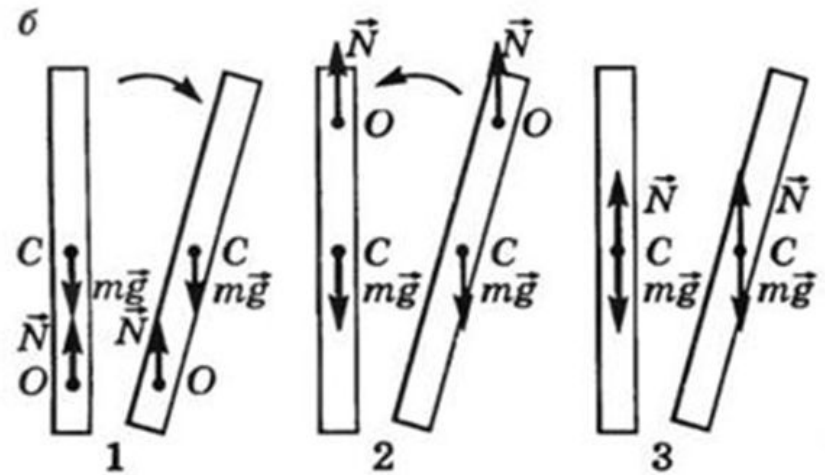
В положении неустойчивого равновесия высота центра тяжести максимальна и потенциальная энергия максимальна по отношению к другим близким положениям тела

Равновесие, при котором смещение тела в любом направлении не вызывает изменения действующих на него сил и равновесие тела сохраняется, называют **безразличным** (рис. а, положение 3)

Тело, имеющее ось вращения находится в равновесии, если вертикальная прямая, проходящая через центр тяжести тела, проходит через ось вращения



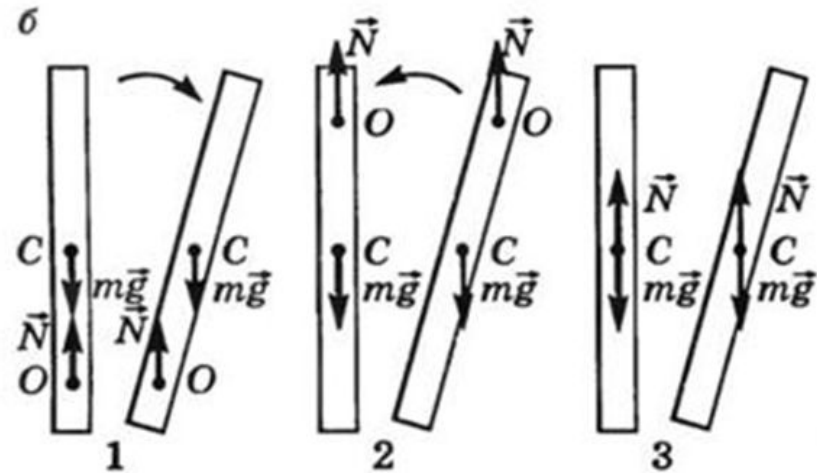
Если центр тяжести  $C$  выше оси вращения (рис. б; 1), то при любом отклонении от положения равновесия потенциальная энергия уменьшается и момент силы тяжести относительно оси  $O$  отклоняет тело дальше от положения равновесия



Это неустойчивое положение равновесия

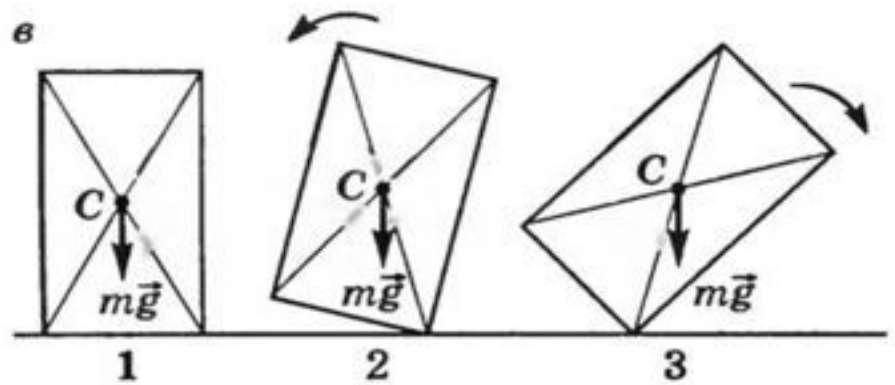
Если центр тяжести находится ниже оси вращения (рис. б; 2), то равновесие устойчивое

Если центр тяжести и ось вращения совпадают (рис. б; 3), то положение равновесия безразличное

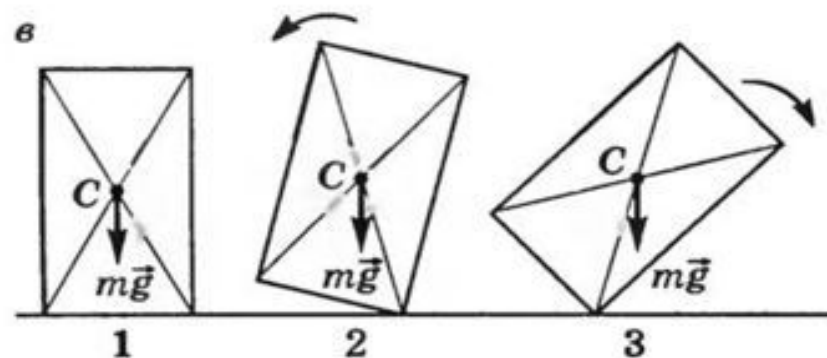




Тело, имеющее площадь опоры, находится в равновесии, если вертикальная прямая, проходящая через центр тяжести тела не выходит за пределы площади опоры этого тела, т.е. за пределы контура образованного точками соприкосновения тела с опорой



Равновесие в этом случае зависит не только от расстояния между центром тяжести и опорой (т.е. от его потенциальной энергии в гравитационном поле Земли), но и от расположения и размеров площади опоры этого тела. При заданной массе и площади опоры устойчивость тела тем выше, чем ниже расположен его центр тяжести, т.е. чем меньше угол между прямой, соединяющей центр тяжести тела и крайнюю точку соприкосновения площади опоры с горизонтальной плоскостью.



# Простейшие механизмы

Простые механизмы — это устройства, в которых работа совершается только за счет механической энергии.

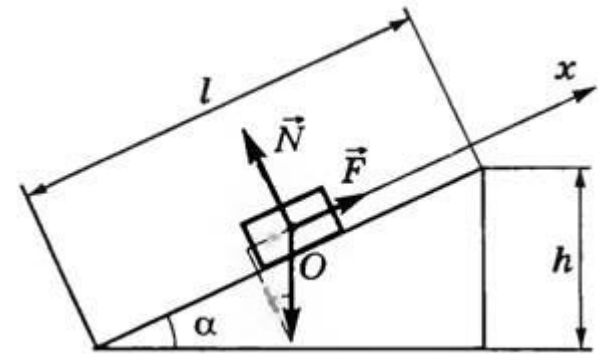
Простые механизмы (рычаг, наклонная плоскость, блок и др.) служат для преобразования силы, их применяют при совершении работы в тех случаях, когда надо действием одной силы уравновесить другую силу.

## Наклонная плоскость

Ее используют в тех случаях, когда надо поднять тяжелый груз на некоторую высоту

Рассмотрим гладкую наклонную плоскость

Рассчитаем силу  $F$ , которую надо приложить к телу массой  $m$ , чтобы поднять его равномерно на высоту  $h$



Запишем основное уравнение динамики

$$\vec{F} + \vec{N} + m\vec{g} = 0$$

Спроецируем это равенство на ось  $Ox$

$$F - mg \cdot \sin \alpha = 0$$

Отсюда искомая сила

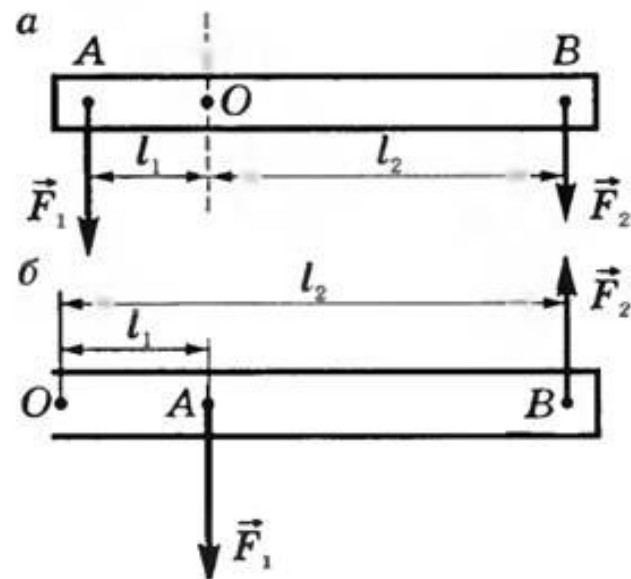
$$F = mg \cdot \sin \alpha = mg \cdot \frac{h}{l} \Rightarrow \frac{mg}{F} = \frac{l}{h}$$

т.е для равномерного поднятия груза с помощью наклонной плоскости необходимо приложить силу, во столько раз меньшую силы тяжести груза, во сколько раз длина наклонной плоскости больше ее высоты.

## Рычаг

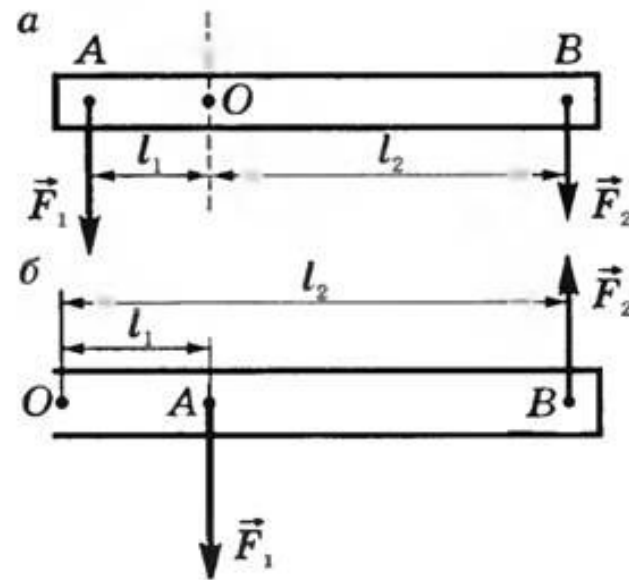
Рычагом называют имеющее неподвижную ось вращения твердое тело, на которое действуют силы, стремящиеся повернуть его вокруг этой оси. Различают рычаги первого и второго рода.

Рычагом *первого рода* называют рычаг, ось вращения  $O$  которого расположена между точками  $A$  и  $B$  приложения сил, а сами силы направлены в одну сторону (рис. а). Это коромысло равноплечих весов, железнодорожный шлагбаум, ножницы и др.



Рычаг *второго рода* — рычаг, ось вращения  $O$  которого расположена по одну сторону от точек приложения сил, а сами силы направлены противоположно друг другу (рис. б).

Это гаечные ключи, щипцы для раскалывания орехов, двери и др. Условие равновесия рычага вытекает из правила моментов  $M_1 = M_2$ . Так как  $M_1 = F_1 l_1$  и  $M_2 = F_2 l_2$ , где  $l_1$  и  $l_2$  — плечи сил, действующих на рычаг, то



$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{l_2}{l_1} \quad \text{условие равновесия рычага}$$

При равновесии рычага под действием двух сил модули этих сил обратно пропорциональны их плечам.

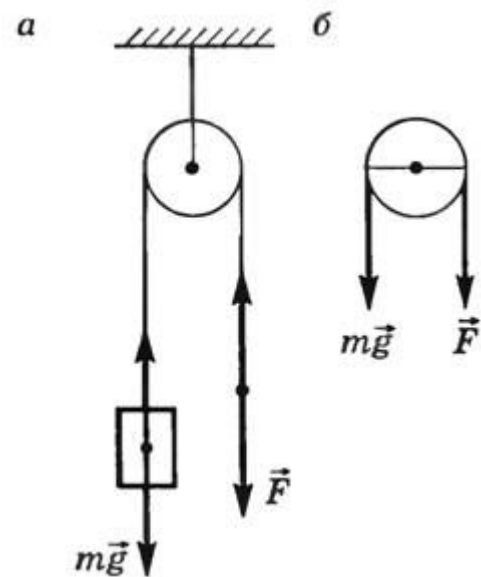
С помощью рычага можно получить выигрыш в силе, т.е. меньшей силой можно уравновесить большую силу.



## Блок

Блоки используют для поднятия грузов. Блок представляет собой колесо с желобом, укрепленное в обойме. По желобу блока пропускают веревку, трос или цепь.

**Неподвижным** называют такой блок, ось которого закреплена и при подъеме грузов она не поднимается и не опускается (рис. а, б).



Неподвижный блок можно рассматривать как равноплечий рычаг, у которого плечи приложенных сил равны радиусу колеса

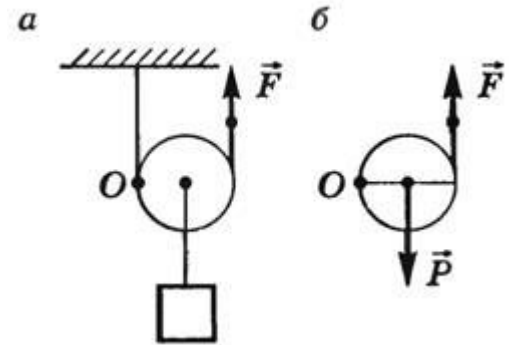
Следовательно, из правила моментов  $mgr = Fr$  вытекает, что неподвижный блок выигрыша в силе не дает ( $F = mg$ )

Он позволяет менять направление действия силы

На рис. а, б  
изображен **подвижный блок** (ось блока поднимается и опускается вместе с грузом).  
Такой блок поворачивается около  
мгновенной оси  $O$ .

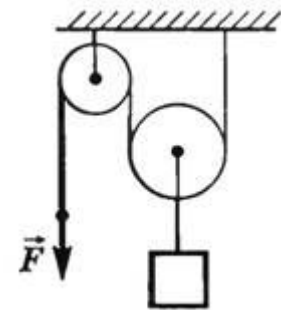
Правило моментов для него будет  
иметь вид

$$mg \cdot r = F \cdot 2r \Rightarrow F = \frac{mg}{2}$$



Таким образом, подвижный блок дает выигрыш в силе в два раза. Обычно на практике применяют комбинацию неподвижного блока с подвижным.

Неподвижный блок применяется только для удобства. Он, изменяя направление действия силы, позволяет, например, поднимать груз, стоя на земле.



# Равенство работ при использовании простых механизмов

Мы видим, что с помощью простых механизмов можно получить выигрыш в силе. А дают ли простые механизмы выигрыш в работе?

Рассчитаем работу, которую совершает сила  $F$  при подъеме груза с помощью наклонной плоскости

$$A_F = F \cdot l$$

Подставим найденные значения силы

$$F = mg \cdot \frac{h}{l} \quad \text{и получим}$$

$$A_F = mg \cdot \frac{h}{l} \cdot l = mgh$$

Таким образом, работа  $A_F$  равна работе, которую нужно совершить, чтобы равномерно поднять груз на высоту  $h$ , не используя наклонной плоскости.

Не дает выигрыша в работе и рычаг.

Действительно, если уравновешенный рычаг привести в движение, то точки приложения сил  $F_1$  и  $F_2$  за одно и то же время совершат разные перемещения  $\Delta r_1$   $\Delta r_2$ .

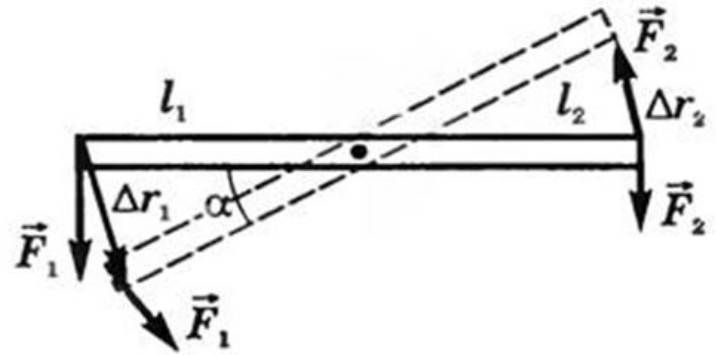
При этом (считаем угол  $\alpha$  поворота рычага небольшим)

$$\Delta r_1 = l_1 \alpha, \Delta r_2 = l_2 \alpha$$

Следовательно, эти силы совершат работу

$$A_1 = F_1 \Delta r_1 = F_1 l_1 \alpha \text{ и } A_2 = F_2 \Delta r_2 = F_2 l_2 \alpha.$$

Так как  $F_1 l_1 = F_2 l_2$ , то  $A_1 = A_2$ .



При использовании неподвижного блока мы видим, что приложенные силы  $F$  и  $mg$  равны и пути, пройденные точками приложения сил при подъеме груза, тоже одинаковы, а значит, одинаковы и работы.

$$A_2 = F \cdot 2h = \frac{mg}{2} \cdot 2h = mgh$$

Чтобы при помощи подвижного блока поднять груз на высоту  $h$ , необходимо конец веревки, к которому приложена сила  $F$ , переместить на  $2h$ .

Следовательно,  $A_1 = mgh$



Таким образом, получая выигрыш в силе в два раза, проигрывают в два раза в перемещении, следовательно, и подвижный блок выигрыша в работе не дает.

Еще древние ученые сформулировали правило ("золотое правило механики"), применяемое ко всем механизмам: во сколько раз выигрываем в силе, во столько раз проигрываем в расстоянии.

При рассмотрении простых механизмов мы не учитываем трение, а также вес самих механизмов.

В реальных условиях это необходимо учитывать.

Поэтому часть работы совершается силой  $F$  на перемещение отдельных частей механизма и против силы трения. Работа же по подъему груза  $A_p$  (полезная работа) будет меньше полной работы  $A$  (работы, которую совершает сила  $F$ ).

Эффективность работы механизма характеризуют коэффициентом полезного действия (КПД механизма)

Коэффициент полезного действия — физическая величина, равная отношению полезной работы  $A_p$  ко всей затраченной работе  $A$ :

$$\eta = \frac{A_p}{A} \cdot 100\%$$

**Спасибо за внимание!**

