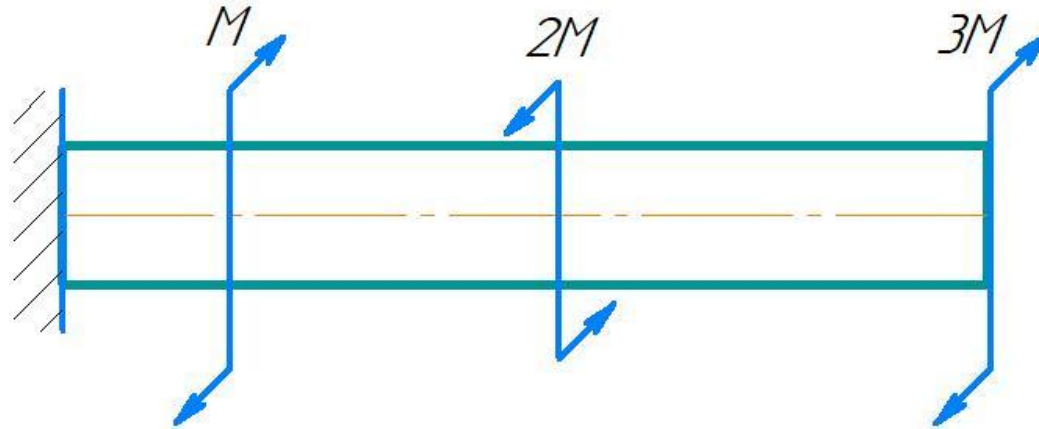


# РАСЧЕТ НА ПРОЧНОСТЬ ПРИ КРУЧЕНИИ

# Задача 1.



Дано:

$$M = 11 \text{ кНм}; \sigma_T = 210 \text{ МПа}; n = 1,1$$

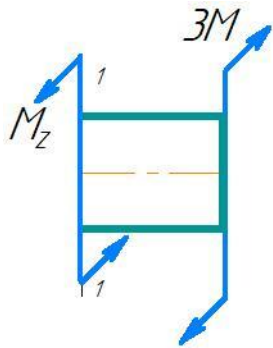
Требуется:

1. Построить эпюру внутренних силовых факторов.
2. Из условия прочности по допускаемым напряжениям найти диаметр бруса.

# 1. Построение эпюры крутящего момента.

Рассмотрим первый отсеченный участок бруса.

## Сечение 1-1



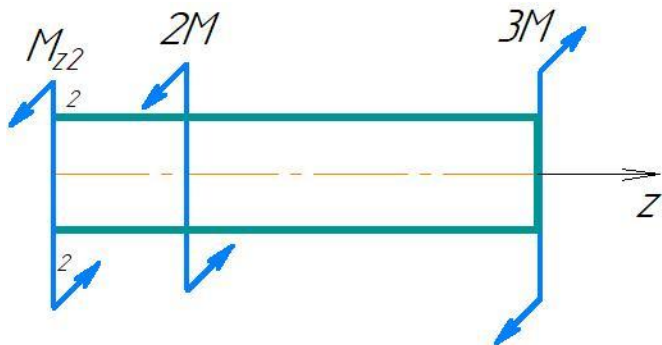
Составим уравнение равновесия моментов относительно продольной оси бруса:

$$- 3M + M_{z1} = 0,$$

$$\text{Откуда } M_{z1} = 3M = 33 \text{ кНм}$$

Рассмотрим второй отсеченный участок.

## Сечение 2-2



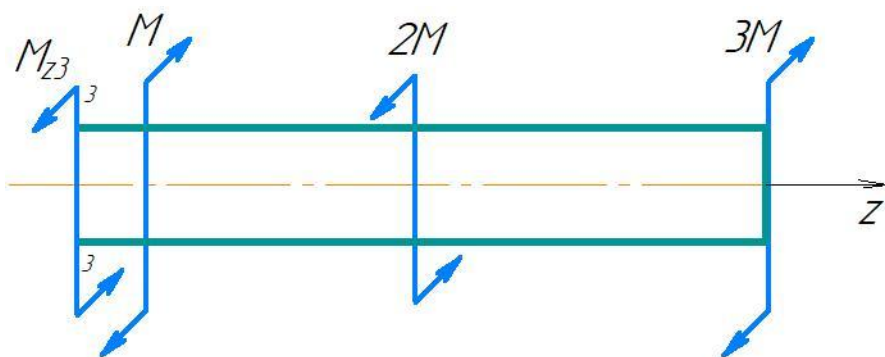
Составим уравнение равновесия моментов относительно продольной оси бруса:

$$- 3M + 2M + M_{z1} = 0,$$

$$\text{Откуда } M_{z1} = 3M - 2M = M = 11 \text{ кНм}$$

Рассмотрим третий отсеченный участок.

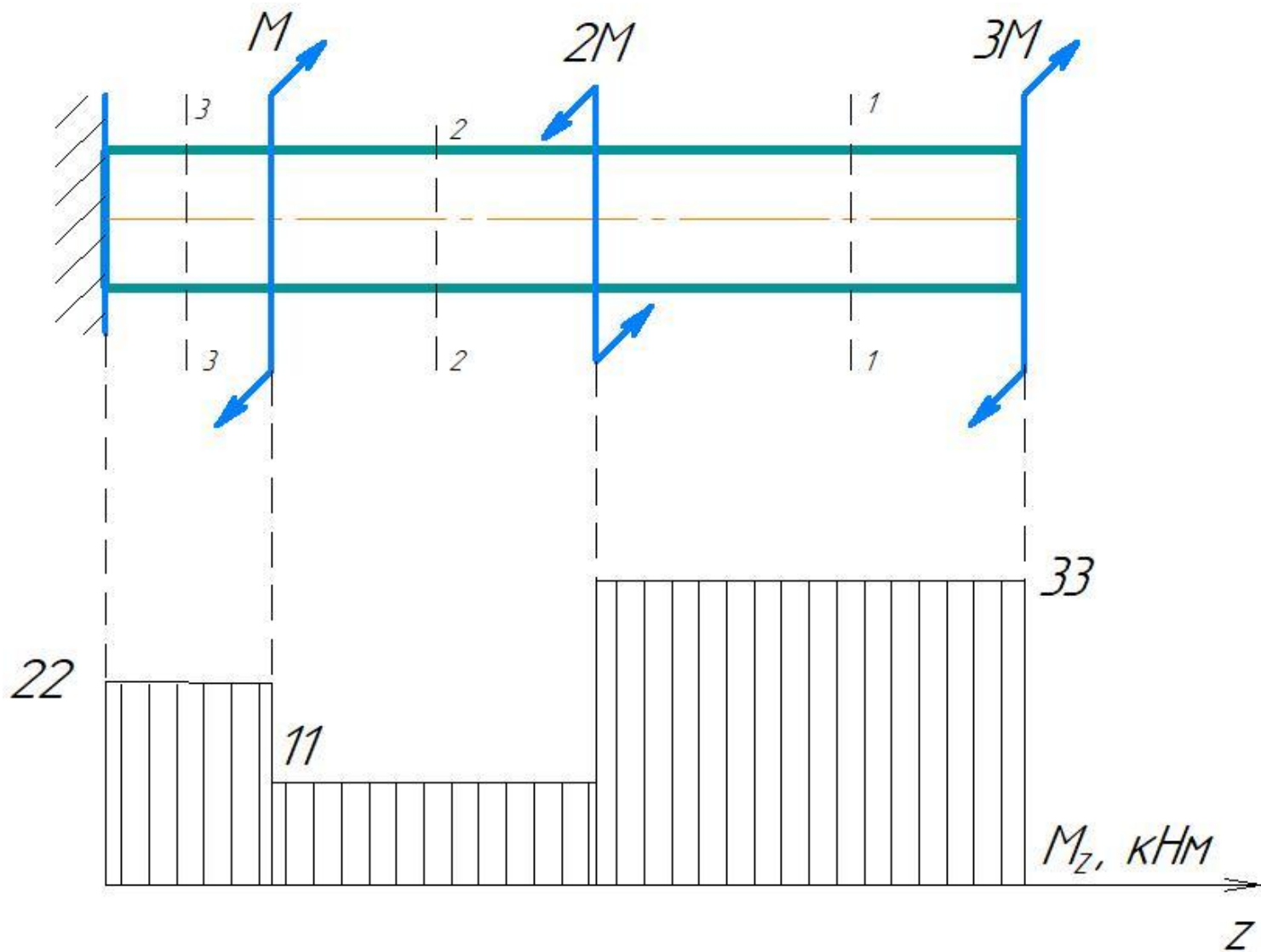
Сечение 3-3



Составим уравнение равновесия моментов относительно продольной оси бруса:

$$-3M + 2M - M + M_{z1} = 0,$$

$$\text{Откуда } M_{z1} = 3M - 2M + M = 2M = 22 \text{ кНм}$$



## 2. Определение минимального диаметра бруса.

Условие прочности при кручении:

$$\tau_{max} = \frac{|M_z^{max}|}{W_\rho} \leq [\tau],$$

где  $\tau_{max}$  - наибольшее касательное напряжение, возникающее в материале бруса;

$|M_z^{max}| = 33 \text{ кНм}$  – наибольший по модулю крутящий момент в сечениях бруса;  $W_\rho = \frac{\pi d^3}{16}$  - полярный момент сопротивления сечения бруса;  $[\tau]$ - допускаемое касательное напряжение материала бруса.

$[\tau] = \frac{[\sigma]}{2}$ , где допускаемое нормальное напряжение  $[\sigma] = \frac{\sigma_T}{n}$ .

$$[\tau] = \frac{\sigma_T}{2n} = \frac{210}{2 \cdot 1,1} = 95,5 \text{ МПа}$$

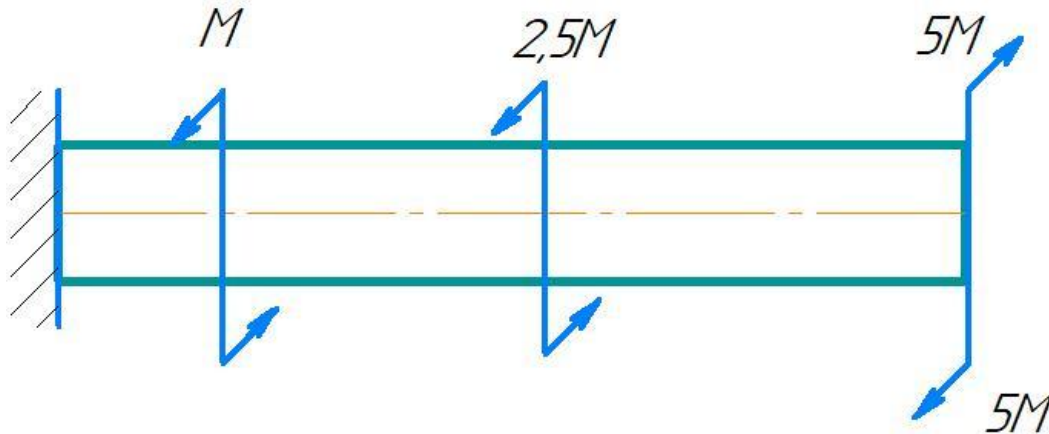
Итак, условие прочности будет иметь вид:

$$\frac{|M_Z^{max}| \cdot 16}{\pi d^3} \leq [\tau],$$

откуда

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{|M_Z^{max}| \cdot 16}{\pi [\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{33 \cdot 10^3 \cdot 16}{3,14 \cdot 95,5 \cdot 10^6}} = \mathbf{0,121\text{ м}}$$

## Задача 2.



Дано:

$$d = 55 \text{ мм}; \sigma_T = 220 \text{ МПа}; n = 1,2$$

Требуется:

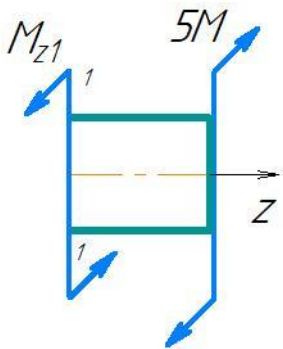
1. Построить эпюру внутренних силовых факторов.
2. Из условия прочности по допускаемым напряжениям найти предельно допустимый крутящий момент.



# 1. Построение эпюры крутящего момента.

Рассмотрим первый отсеченный участок бруса.

## Сечение 1-1



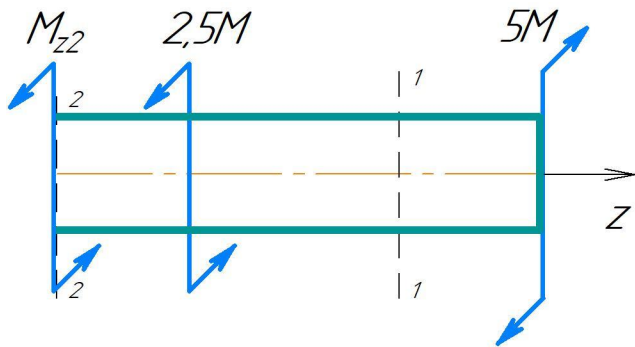
Составим уравнение равновесия моментов относительно продольной оси бруса:

$$-5M + M_{z1} = 0,$$

$$\text{Откуда } M_{z1} = 5M$$

Рассмотрим второй отсеченный участок.

## Сечение 2-2

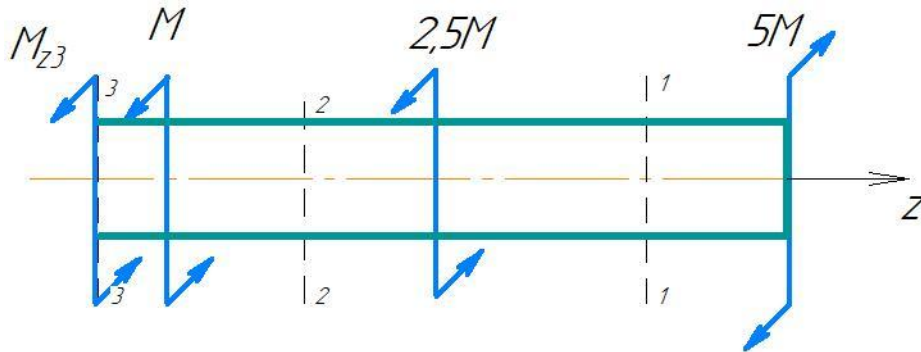


Составим уравнение равновесия моментов относительно продольной оси бруса:

$$-5M + 2,5M + M_{z1} = 0,$$

$$\text{Откуда } M_{z1} = 5M - 2,5M = 2,5M$$

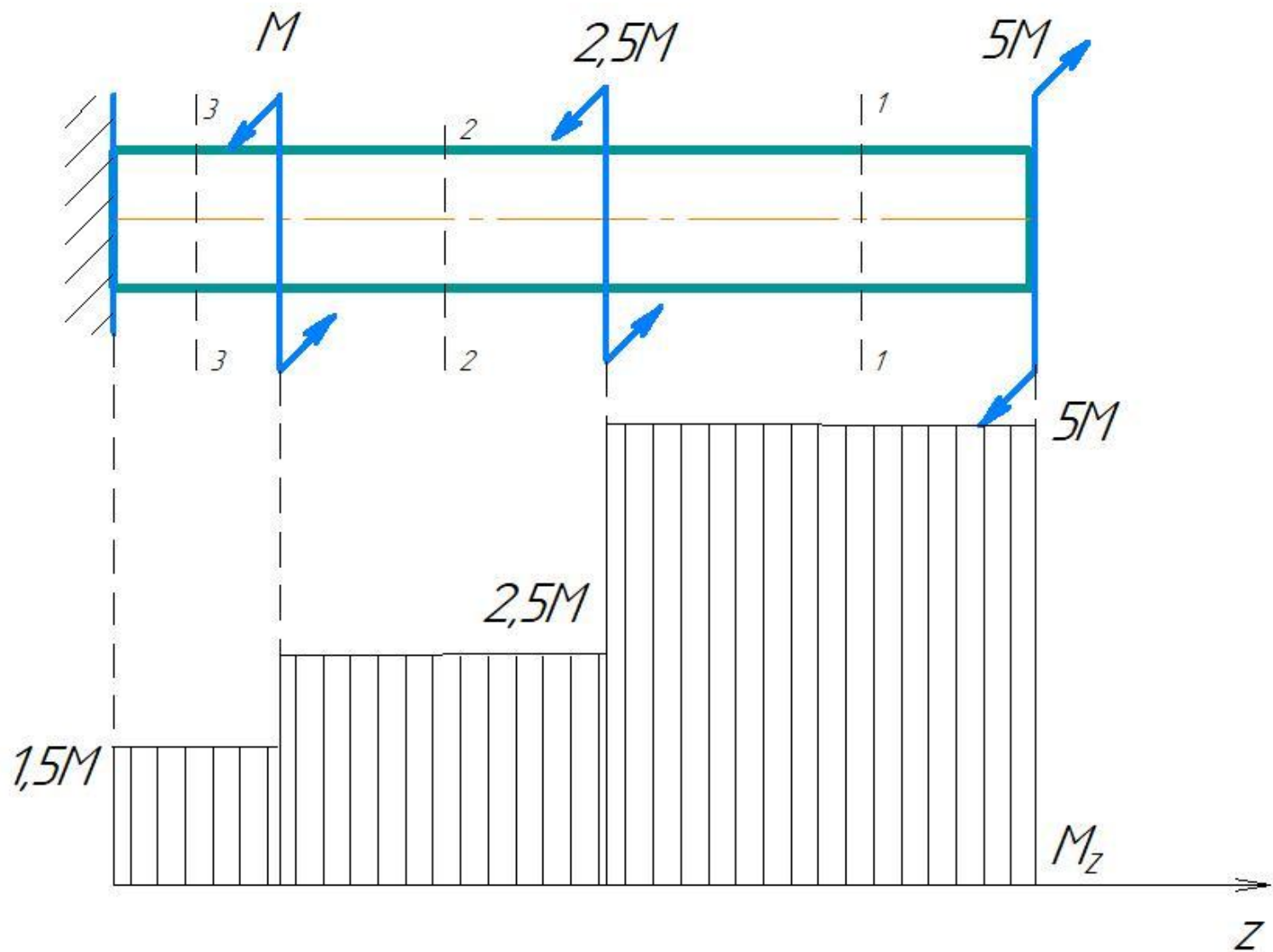
Рассмотрим третий отсеченный участок.  
Сечение 3-3



Составим уравнение равновесия моментов относительно продольной оси бруса:

$$-5M + 2,5M + M + M_{z1} = 0,$$

$$\text{Откуда } M_{z1} = 5M - 2,5M - M = 1,5M$$



2. Определение максимального крутящего момента.

Условие прочности при кручении:

$$\tau_{max} = \frac{|M_z^{max}|}{W_\rho} \leq [\tau],$$

где  $|M_z^{max}| = 5M$  – из эпюры крутящего момента;

$W_\rho = \frac{\pi d^3}{16}$  - для круглого поперечного сечения бруса;

допускаемое касательное напряжение материала бруса

$$[\tau] = \frac{\sigma_T}{2n} = \frac{220}{2 \cdot 1,2} = 91,7 \text{ МПа}$$

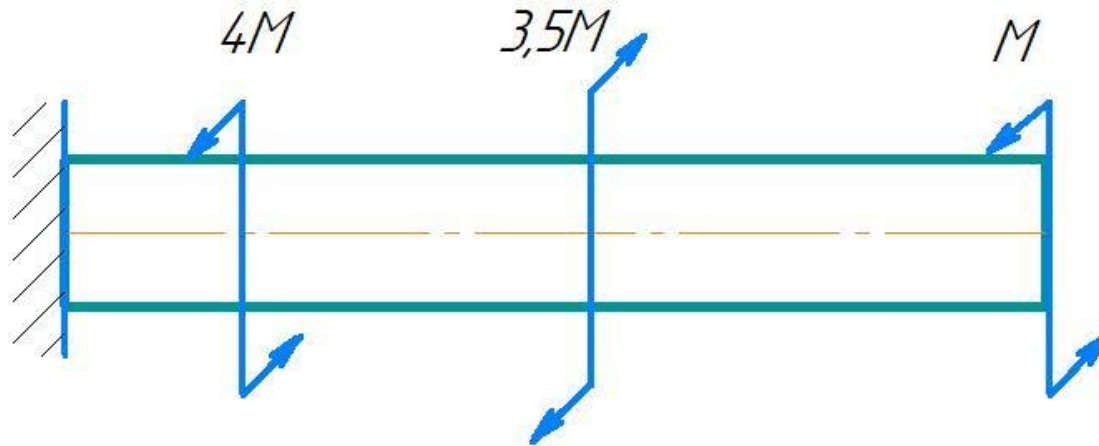
Итак, условие прочности будет иметь вид:

$$\frac{5M \cdot 16}{\pi d^3} \leq [\tau],$$

откуда

$$M \leq \frac{\pi d^3 [\tau]}{5 \cdot 16} = \frac{3,14 \cdot (55 \cdot 10^{-3})^3 \cdot 91,7 \cdot 10^6}{5 \cdot 16} = 598,82 \text{ Нм}$$

### Задача 3.



Дано:

$d = 65$  мм;  $\sigma_T = 230$  МПа;  $n = 1,4$ ;  $M = 12$  кНм

Требуется:

1. Построить эпюру внутренних силовых факторов.
2. Из условия прочности по допускаемым напряжениям определить будет ли обеспечена прочность бруса.

## 1. Построение эпюры крутящего момента.

Рассмотрим первый отсеченный участок бруса.

### Сечение 1-1

Уравнение равновесия моментов относительно продольной оси бруса:

$$M - M_{z1} = 0,$$

$$\text{Откуда } M_{z1} = M = 12 \text{ кНм.}$$

Рассмотрим второй отсеченный участок бруса.

### Сечение 2-2

Уравнение равновесия моментов относительно продольной оси бруса:

$$M - 3,5M - M_{z2} = 0,$$

$$\text{Откуда } M_{z2} = M - 3,5M = -2,5M = -30 \text{ кНм}$$

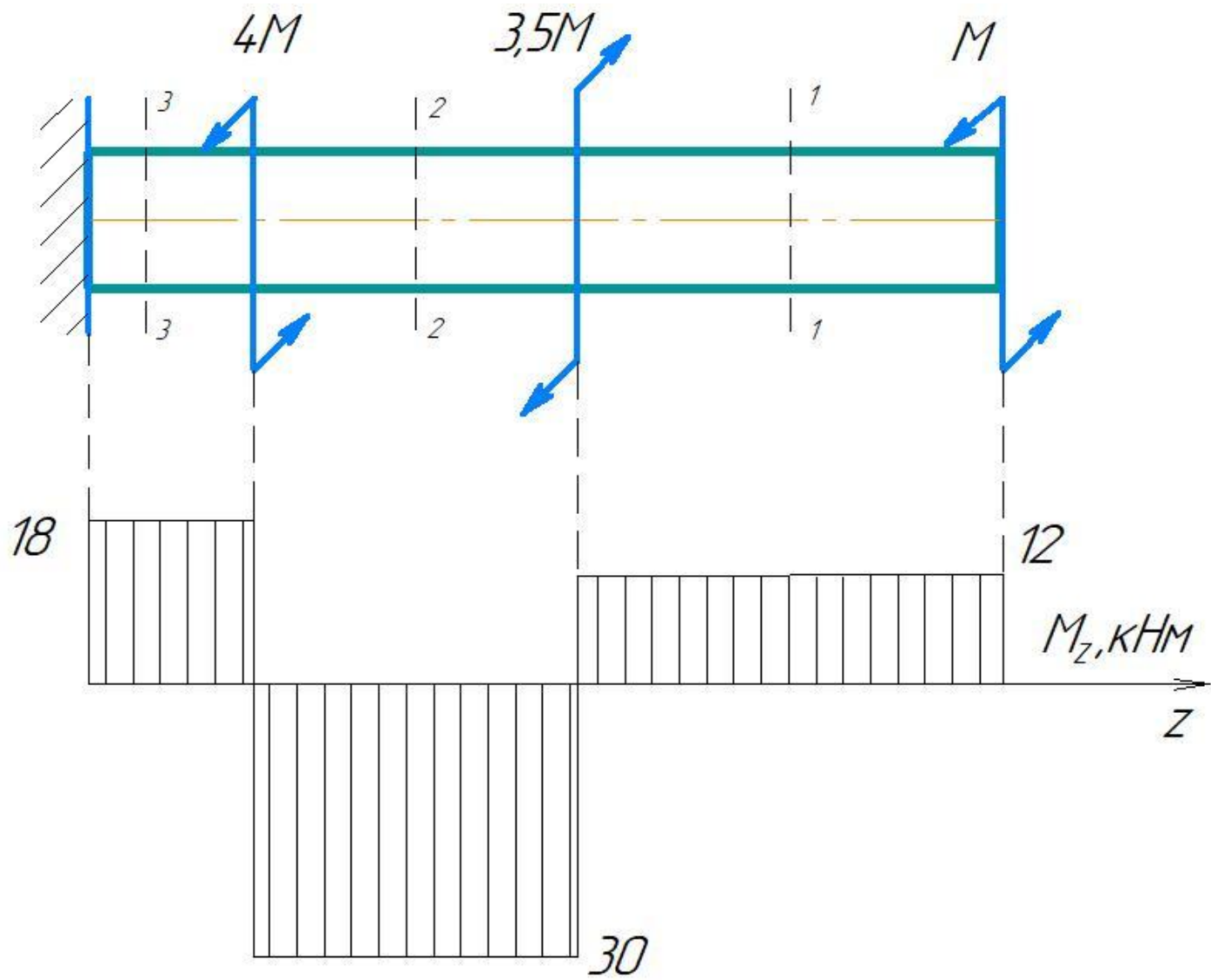
Рассмотрим третий отсеченный участок бруса.

### Сечение 3-3

Уравнение равновесия моментов относительно продольной оси бруса:

$$M - 3,5M + 4M - M_{z3} = 0,$$

$$\text{Откуда } M_{z3} = M - 3,5M + 4M = 1,5M = 18 \text{ кНм}$$



Определение максимального крутящего момента.

Условие прочности при кручении:

$$\tau_{max} = \frac{|M_Z^{max}|}{W_\rho} \leq [\tau],$$

где  $|M_Z^{max}| = 30 \text{ кНм}$  – из эпюры крутящего момента;

$W_\rho = \frac{\pi d^3}{16}$  - для круглого поперечного сечения бруса;  
допускаемое касательное напряжение материала бруса

$$[\tau] = \frac{\sigma_T}{2n} = \frac{230}{2 \cdot 1,4} = 82,14 \text{ МПа}$$

Итак, условие прочности будет иметь вид:

$$\frac{|M_Z^{max}| \cdot 16}{\pi d^3} \leq [\tau],$$

следовательно

$$\frac{30 \cdot 10^3 \cdot 16}{3,14 \cdot (65 \cdot 10^{-3})^3} \leq 82,14 \text{ МПа}$$

$556 \text{ МПа} > 82,14 \text{ МПа}$  – прочность бруса не обеспечена.