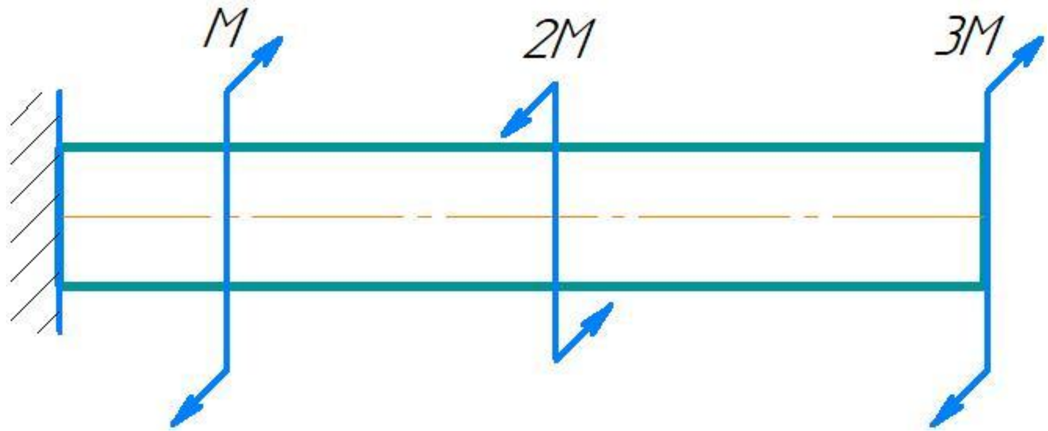
РАСЧЕТ НА ПРОЧНОСТЬ ПРИ КРУЧЕНИИ

Задача 1.



Дано:

M = 11 кНм; $\sigma_т$ = 210 МПа; n = 1,1

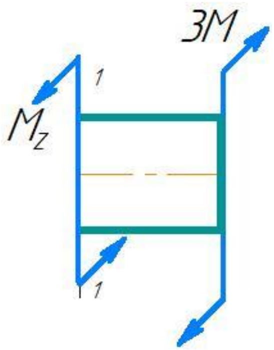
Требуется:

1. Построить эпюру внутренних силовых факторов.
2. Из условия прочности по допускаемым напряжениям найти диаметр бруса.

1. Построение эпюры крутящего момента.

Рассмотрим первый отсеченный участок бруса.

<u>Сечение 1-1</u>



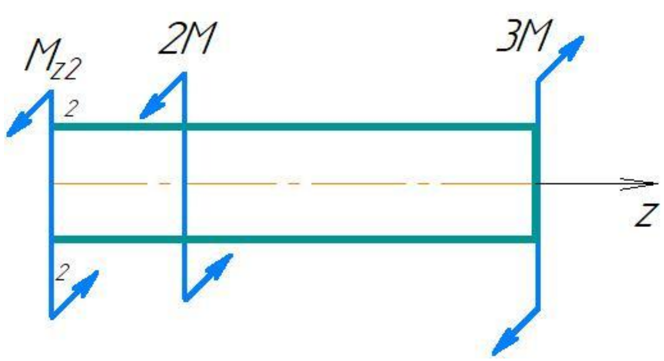
Составим уравнение равновесия моментов относительно продольной оси бруса:

$-3\text{M}+\text{M}_{z1}=0,$

Откуда $\text{M}_{z1}=3\text{M}=33\text{кНм}$

Рассмотрим второй отсеченный участок.

<u>Сечение 2-2</u>



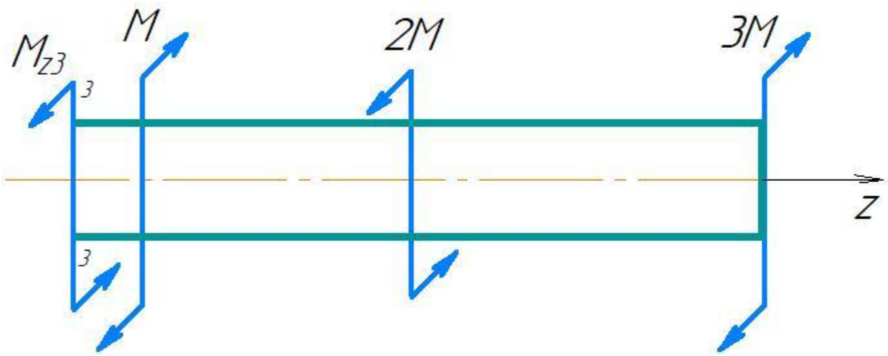
Составим уравнение равновесия моментов относительно продольной оси бруса:

$-3\text{M}+2\text{M}+\text{M}_{z1}=0,$

Откуда $\text{M}_{z1}=3\text{M}-2\text{M}=\text{M}=11\text{кНм}$

Рассмотрим третий отсеченный участок.

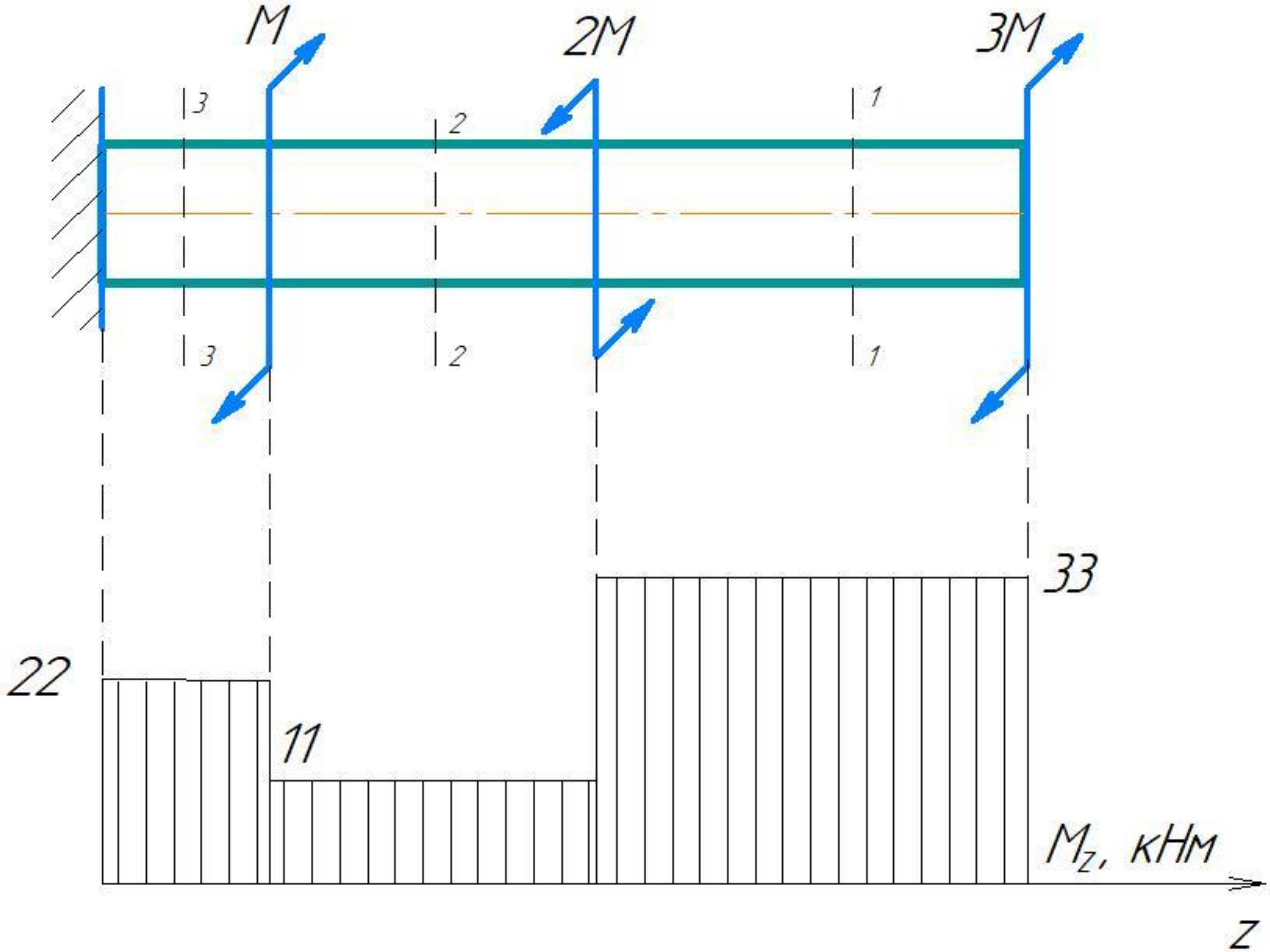
<u>Сечение 3-3</u>



Составим уравнение равновесия моментов относительно продольной оси бруса:

$-3M + 2M - M + M_{z1} = 0,$

Откуда $M_{z1} = 3M - 2M + M = 2M = 22$кНм



M
2M
3M
3
3
2
2
1
1
22
11
33
M_z, кНм
z

2. Определение минимального диаметра бруса.

Условие прочности при кручении:

$$\tau_{max} = \frac{|M_z^{max}|}{W_\rho} \leq [\tau],$$

где τ_{max} - наибольшее касательное напряжение, возникающее в материале бруса;

$|M_z^{max}| = 33\text{кНм}$ – наибольший по модулю крутящий момент в сечениях бруса; $W_\rho = \frac{\boldsymbol{\pi d^3}}{\boldsymbol{16}}$ - полярный момент сопротивления сечения бруса; $[\tau]$- допускаемое касательное напряжение материала бруса.

$[\tau] = \frac{[\sigma]}{2}$, где допускаемое нормальное напряжение $[\sigma] = \frac{\boldsymbol{\sigma_\text{т}}}{\boldsymbol{n}}$.

$$[\tau] = \frac{\sigma_\text{т}}{2n} = \frac{210}{2 \cdot 1{,}1} = 95{,}5\text{МПа}$$

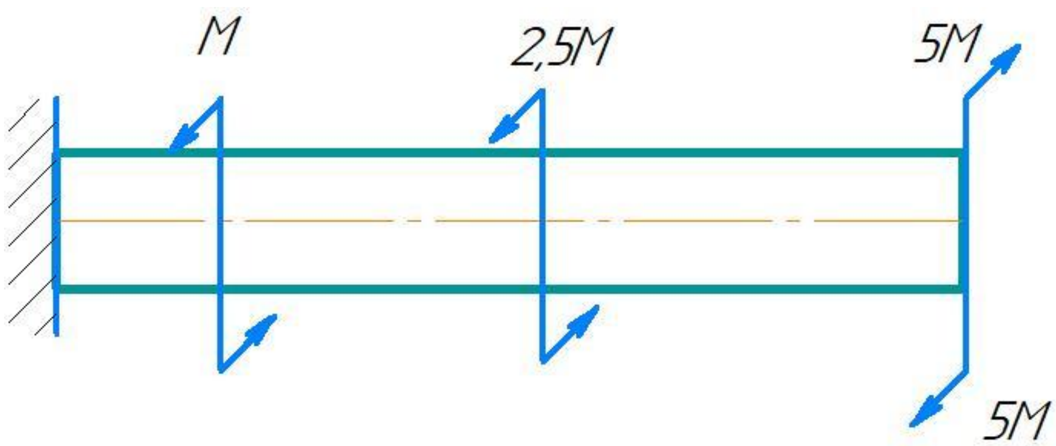
Итак, условие прочности будет иметь вид:

$$\frac{|M_z^{max}| \cdot 16}{\pi \boldsymbol{d}^3} \leq [\tau],$$

откуда

$$\boldsymbol{d} \geq \sqrt[3]{\frac{|M_z^{max}| \cdot 16}{\pi[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{33 \cdot 10^3 \cdot 16}{\mathbf{3,14 \cdot 95,5 \cdot 10^6}}} = \mathbf{0,121}\text{м}$$

Задача 2.



Дано:

d = 55 мм; $\sigma_т$ = 220 МПа; n = 1,2

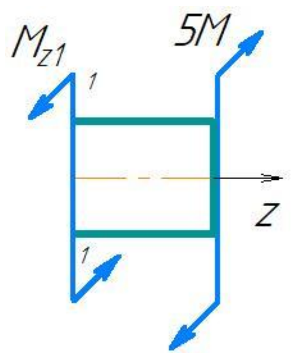
Требуется:

1. Построить эпюру внутренних силовых факторов.
2. Из условия прочности по допускаемым напряжениям найти предельно допустимый крутящий момент.

1. Построение эпюры крутящего момента.

Рассмотрим первый отсеченный участок бруса.

<u>Сечение 1-1</u>



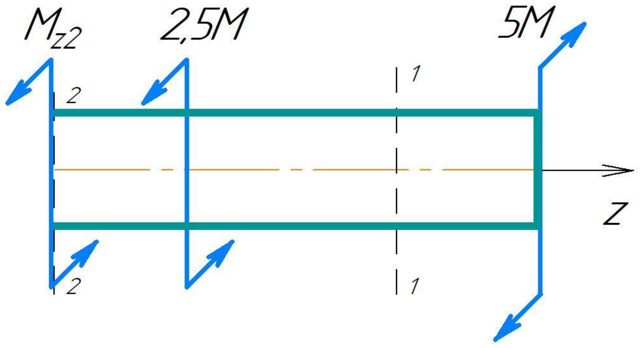
Составим уравнение равновесия моментов относительно продольной оси бруса:

$-5\text{M} + \text{M}_{z1} = 0$,

Откуда $\text{M}_{z1} = 5\text{M}$

Рассмотрим второй отсеченный участок.

<u>Сечение 2-2</u>



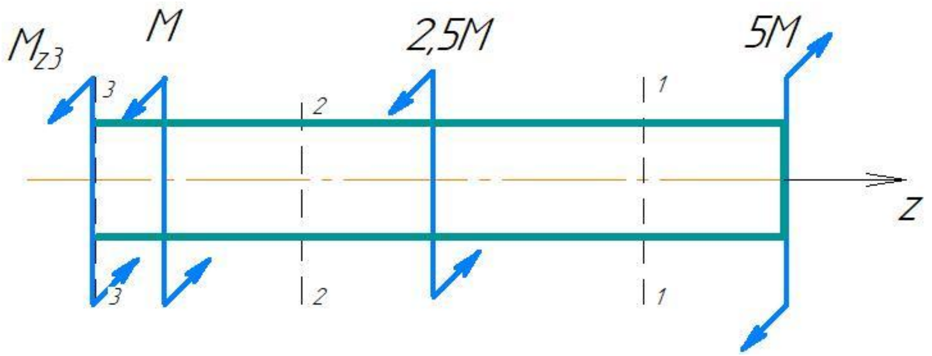
Составим уравнение равновесия моментов относительно продольной оси бруса:

$-5\text{M} + 2{,}5\text{M} + \text{M}_{z1} = 0$,

Откуда $\text{M}_{z1} = 5\text{M} - 2{,}5\text{M} = 2{,}5\text{M}$

Рассмотрим третий отсеченный участок.

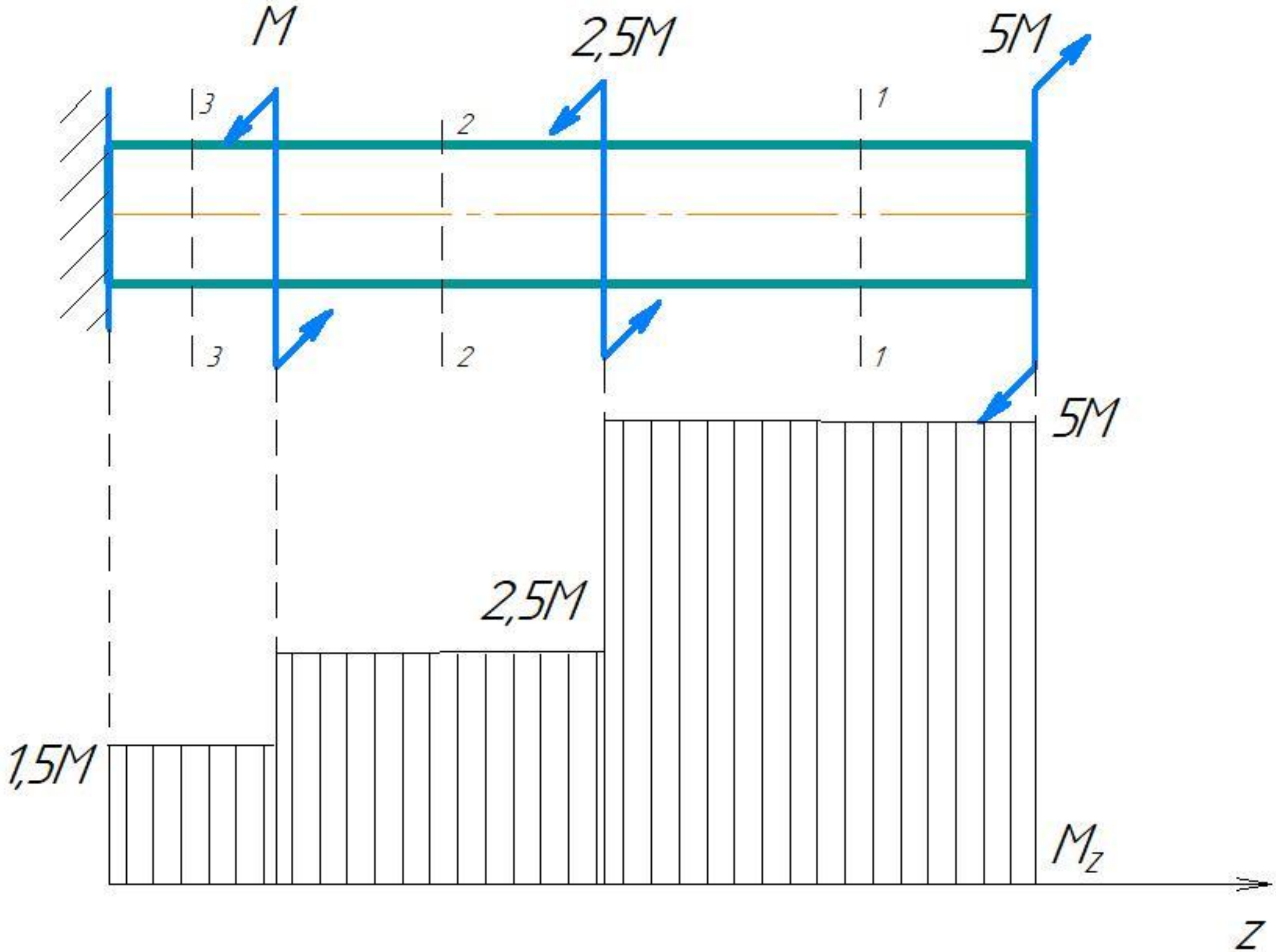
<u>Сечение 3-3</u>



Составим уравнение равновесия моментов относительно продольной оси бруса:

$-5M + 2{,}5M + M + M_{z1} = 0,$

Откуда $M_{z1} = 5M - 2{,}5M - M = 1{,}5M$



M
2,5M
5M
3
2
1
3
2
1
5M
2,5M
1,5M
M z
z

2. Определение максимального крутящего момента.

Условие прочности при кручении:

$$\tau_{max} = \frac{|M_Z^{max}|}{W_\rho} \leq [\tau],$$

где $|M_Z^{max}| = 5\text{M} -$ из эпюры крутящего момента;

$W_\rho = \frac{\boldsymbol{\pi d^3}}{\mathbf{16}}$ - для круглого поперечного сечения бруса;

допускаемое касательное напряжение материала бруса

$$[\tau] = \frac{\sigma_\text{т}}{2n} = \frac{220}{2 \cdot 1{,}2} = 91{,}7\text{МПа}$$

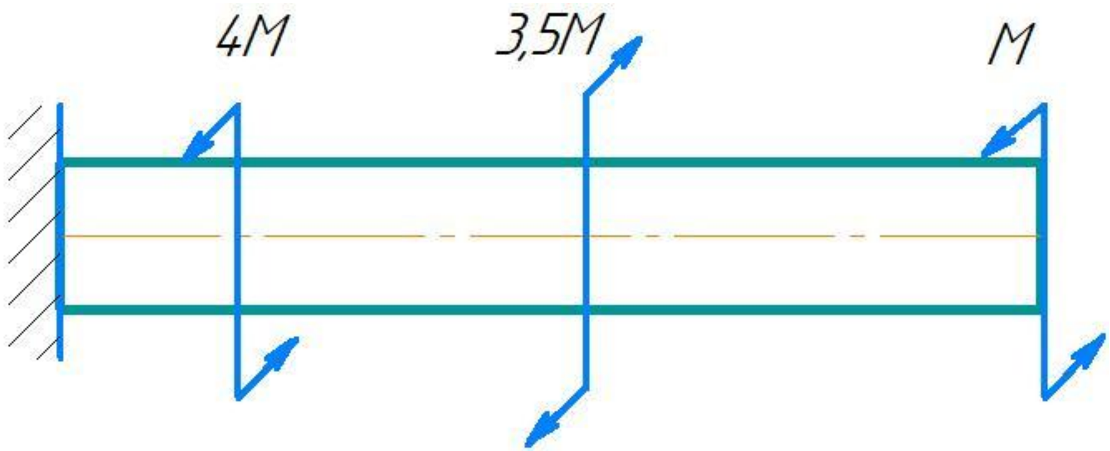
Итак, условие прочности будет иметь вид:

$$\frac{5M \cdot 16}{\pi \boldsymbol{d^3}} \leq [\tau],$$

откуда

$$M \leq \frac{\pi \boldsymbol{d^3}[\tau]}{5 \cdot 16} = \frac{3{,}14 \cdot \left(55 \cdot 10^{-3}\right)^3 \cdot 91{,}7 \cdot 10^6}{5 \cdot 16} = 598{,}82 \text{ Нм}$$

Задача 3.



Дано:

d = 65 мм; $\sigma_т$ = 230 МПа; n = 1,4; M = 12 кНм

Требуется:

1. Построить эпюру внутренних силовых факторов.
2. Из условия прочности по допускаемым напряжениям определить будет ли обеспечена прочность бруса.

1. Построение эпюры крутящего момента.

Рассмотрим первый отсеченный участок бруса.

Сечение 1-1

Уравнение равновесия моментов относительно продольной оси бруса:

$\text{M} - \text{M}_{z1} = 0,$

Откуда $\text{M}_{z1} = \text{M} = 12\text{кНм}.$

Рассмотрим второй отсеченный участок бруса.

Сечение 2-2

Уравнение равновесия моментов относительно продольной оси бруса:

$\text{M} - 3{,}5\text{M} - \text{M}_{z2} = 0,$

Откуда $\text{M}_{z2} = \text{M} - 3{,}5\text{M} = -2{,}5\text{M} = -30\text{кНм}$

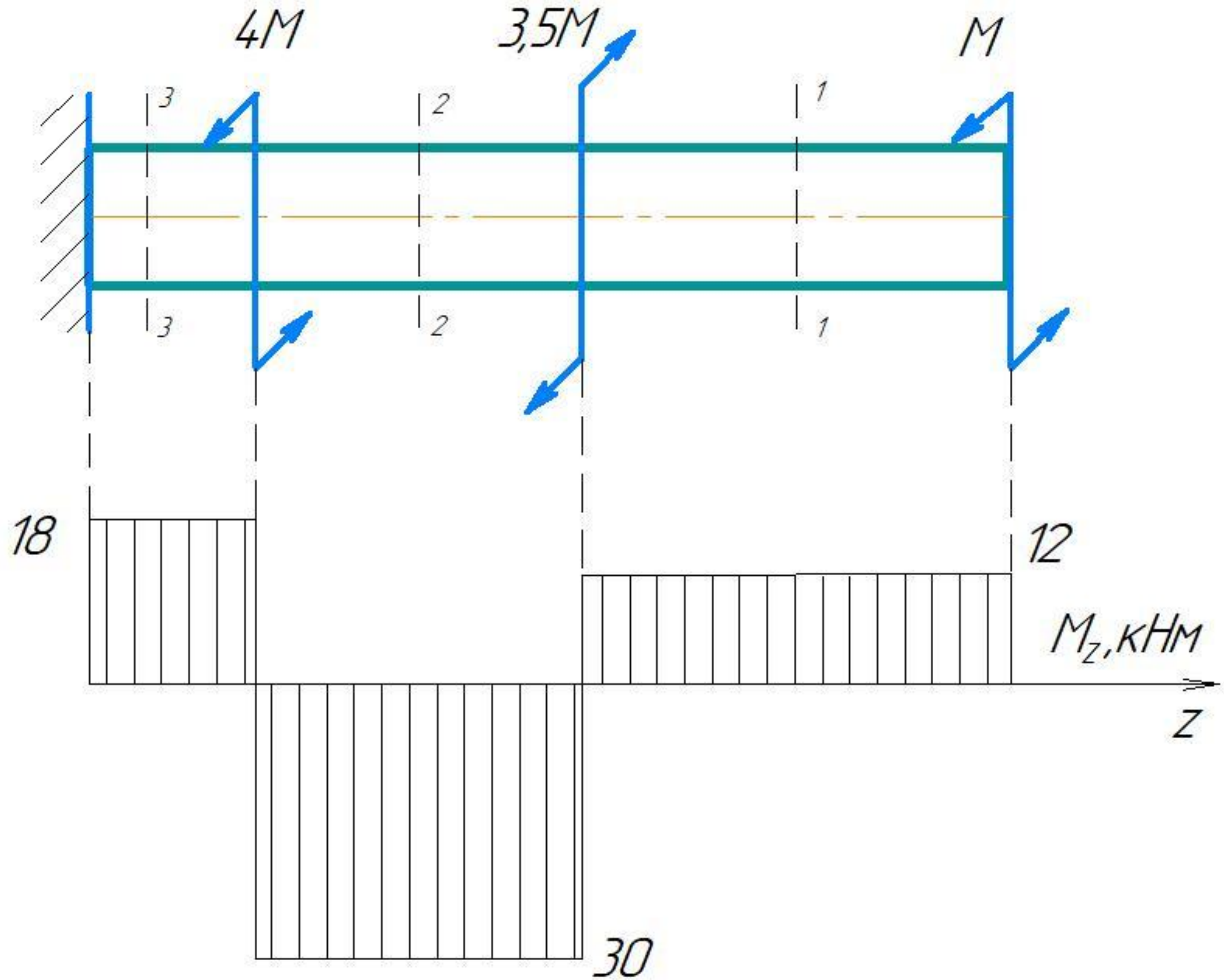
Рассмотрим третий отсеченный участок бруса.

Сечение 3-3

Уравнение равновесия моментов относительно продольной оси бруса:

$\text{M} - 3{,}5\text{M} + 4\text{M} - \text{M}_{z3} = 0,$

Откуда $\text{M}_{z3} = \text{M} - 3{,}5\text{M} + 4\text{M} = 1{,}5\text{M} = 18\text{кНм}$


4M
3,5M
M
3
3
2
2
1
1
18
12
30
M_z, кНм
z

Определение максимального крутящего момента.

Условие прочности при кручении:

$$\tau_{max} = \frac{|M_z^{max}|}{W_\rho} \le [\tau],$$

где $|M_z^{max}| = 30\text{кНм} - \text{из эпюры крутящего момента;}$

$W_\rho = \frac{\boldsymbol{\pi d^3}}{\mathbf{16}}$ - для круглого поперечного сечения бруса; допускаемое касательное напряжение материала бруса

$$[\tau] = \frac{\sigma_\text{т}}{2n} = \frac{230}{2 \cdot 1{,}4} = 82{,}14\text{МПа}$$

Итак, условие прочности будет иметь вид:

$$\frac{|M_z^{max}| \cdot 16}{\pi \boldsymbol{d^3}} \le [\tau],$$

следовательно

$$\frac{30 \cdot 10^3 \cdot 16}{\mathbf{3{,}14 \cdot (65 \cdot 10^{-3})^3}} \le 82{,}14\text{МПа}$$

556 Мпа > 82,14МПа – прочность бруса не обеспечена.