

# Транспортная задача для маршрутизации перевозок

Процесс перемещения товаров (транспортировка) является одним из центральных элементов в цепях поставок. Наличие многих факторов и критериев оценки решений определяют класс моделей и задач транспортного типа.

Под термином **«транспортные задачи»** понимается широкий круг задач не только транспортного характера.

Общим для них является, как правило, распределение ресурсов, находящихся у  $m$  производителей (поставщиков), по  $n$  потребителям этих ресурсов.

На автомобильном транспорте наиболее часто встречаются следующие задачи, относящиеся к числу транспортных:

- прикрепление потребителей ресурса к производителям;
- привязка пунктов отправления к пунктам назначения;
- взаимная привязка грузопотоков прямого и обратного направлений;
- отдельные задачи оптимальной загрузки промышленного оборудования;
- оптимальное распределение объемов выпуска промышленной продукции между заводами-изготовителями и др.

# Транспортная задача для маршрутизации перевозок

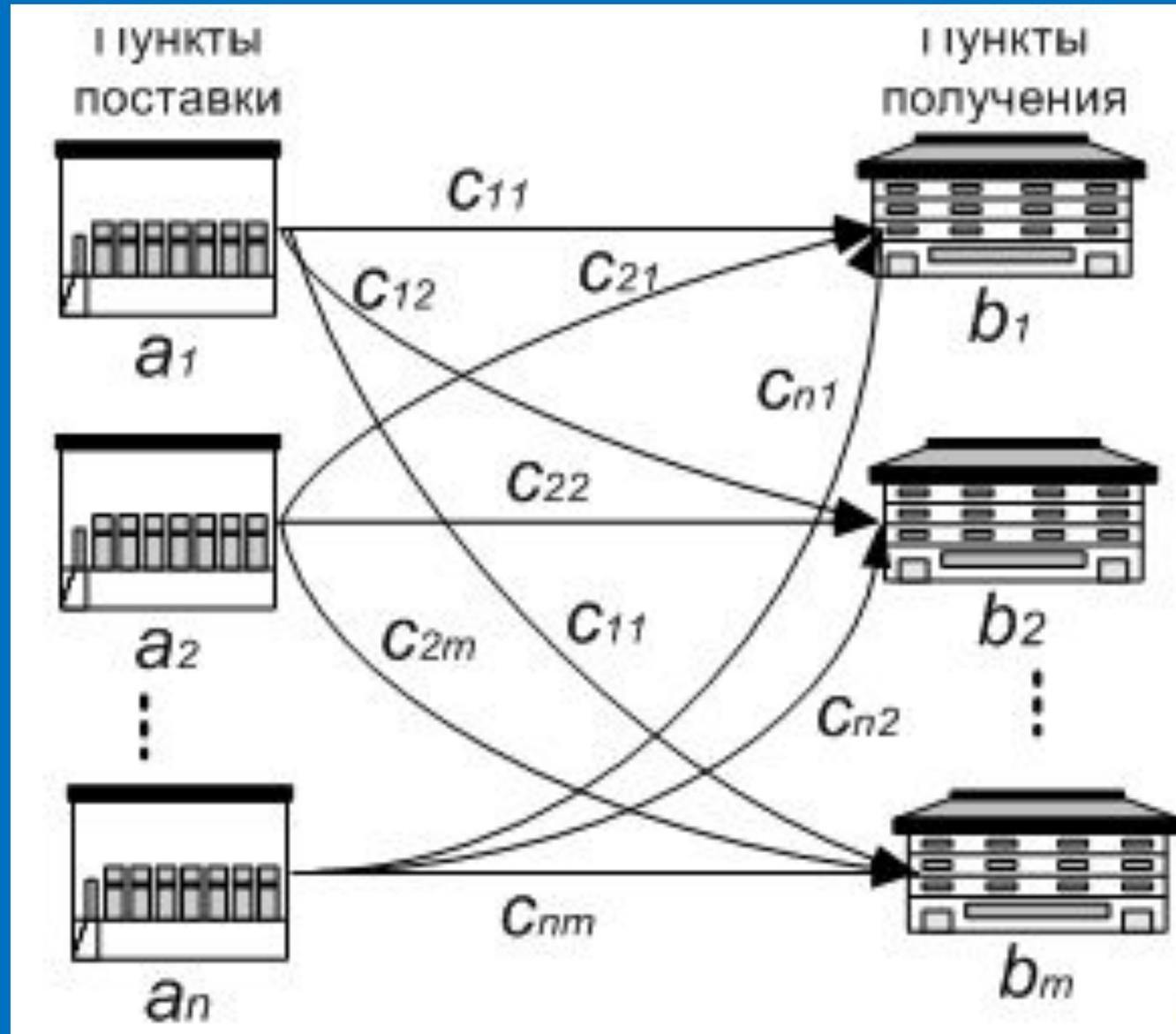
- Рассмотрим экономико-математическую модель прикрепления пунктов отправления к пунктам назначения. Имеется  $m$  пунктов отправления груза и объемы отправления по каждому пункту  $a_1, a_2, \dots, a_m$ .

Известна потребность в грузах  $b_1, b_2, \dots, b_n$  по каждому из  $n$  пунктов назначения.

Задана *матрица стоимостей доставки* по каждому варианту  $c_{ij}$ ,  
 $i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n$ .

Необходимо рассчитать оптимальный план перевозок, т. е. определить, сколько груза должно быть отправлено из каждого  $i$ -го пункта отправления (от поставщика) в каждый  $j$ -й пункт назначения (до потребителя) –  $x_{ij}$ , с минимальными транспортными издержками.

# Транспортная задача для маршрутизации перевозок



# Транспортная задача для маршрутизации перевозок

- Транспортная задача называется **закрытой**, если суммарный объем отправляемых грузов  $\sum_{i=1}^m a_i$  равен суммарному объему потребности в этих грузах по пунктам назначения  $\sum_{j=1}^n b_j$ :

$$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j.$$

Если такого равенства нет (потребности выше запасов, или наоборот), задачу называют **открытой**, т. е.:

$$\sum_{i=1}^m a_i \neq \sum_{j=1}^n b_j.$$

Для написания модели необходимо все условия (ограничения) и целевую функцию представить в виде математических уравнений. Все грузы из  $i$ -х пунктов должны быть отправлены, т. е.:

# Транспортная задача для маршрутизации перевозок

- $$\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i \quad i = 1, 2, \dots, m.$$

Все *j-е* пункты (потребители) должны быть обеспечены грузами в плановом объеме:

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j \quad j = 1, 2, \dots, n.$$

Суммарные объемы отправления должны равняться суммарным объемам назначения:

$$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j.$$

Должно выполняться условие неотрицательности переменных:

$$x_{ij} \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad j = 1, 2, \dots, n.$$

# Транспортная задача для маршрутизации перевозок

- Перевозки необходимо осуществить с минимальными транспортными издержками (функция цели):

$$Z_{min} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}.$$

В модели вместо матрицы стоимостей перевозок  $c_{ij}$  могут задаваться матрицы расстояний.

В таком случае в качестве целевой функции рассматривается минимум суммарной транспортной работы.

**Уравнение баланса** является обязательным условием решения транспортной задачи. Поэтому, если в исходных условиях дана открытая задача, то ее необходимо привести к закрытой форме:

- если потребности по пунктам назначения превышают запасы пунктов отправления, то вводится фиктивный поставщик с недостающим объемом отправления;
- если запасы поставщиков превышают потребности потребителей, то вводится фиктивный потребитель с необходимым объемом потребления.

Варианты, связывающие фиктивные пункты с реальными, имеют нулевые оценки. После введения фиктивных пунктов задача решается как закрытая.

# Транспортная задача для маршрутизации перевозок

- Перевозки необходимо осуществить с минимальными транспортными издержками (функция цели):

$$Z_{min} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}.$$

В модели вместо матрицы стоимостей перевозок  $c_{ij}$  могут задаваться матрицы расстояний.

В таком случае в качестве целевой функции рассматривается минимум суммарной транспортной работы.

**Уравнение баланса** является обязательным условием решения транспортной задачи. Поэтому, если в исходных условиях дана открытая задача, то ее необходимо привести к закрытой форме:

- если потребности по пунктам назначения превышают запасы пунктов отправления, то вводится фиктивный поставщик с недостающим объемом отправления;
- если запасы поставщиков превышают потребности потребителей, то вводится фиктивный потребитель с необходимым объемом потребления.

Варианты, связывающие фиктивные пункты с реальными, имеют нулевые оценки. После введения фиктивных пунктов задача решается как закрытая.