Транспортная задача для маршрутизации перевозок

Процесс перемещения товаров (транспортировка) является одним из центральных элементов в цепях поставок. Наличие многих факторов и критериев оценки решений определяют класс моделей и задач транспортного типа.

Под термином ***«транспортные задачи»*** понимается широкий круг задач не только транспортного характера.

Общим для них является, как правило, распределение ресурсов, находящихся у m производителей (поставщиков), по n потребителям этих ресурсов.

На автомобильном транспорте наиболее часто встречаются следующие задачи, относящиеся к числу транспортных:

− прикрепление потребителей ресурса к производителям;

− привязка пунктов отправления к пунктам назначения;

− взаимная привязка грузопотоков прямого и обратного направлений;

− отдельные задачи оптимальной загрузки промышленного оборудования;

− оптимальное распределение объемов выпуска промышленной продукции между заводами-изготовителями и др.

Транспортная задача для маршрутизации перевозок

- Рассмотрим экономико-математическую модель прикрепления пунктов отправления к пунктам назначения. Имеется m пунктов отправления груза и объемы отправления по каждому пункту $a_1, a_2, \dots, a_m$.

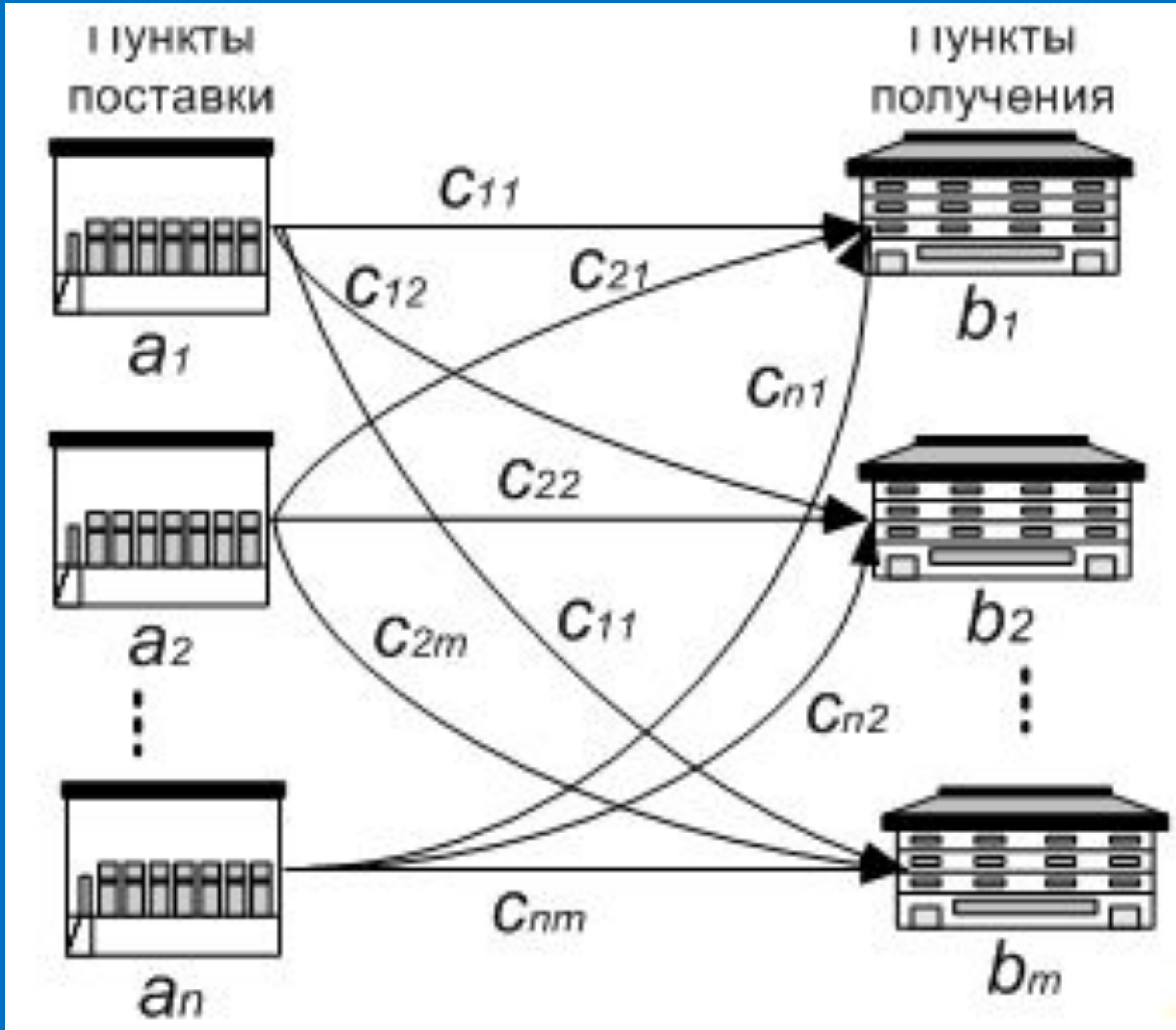
Известна потребность в грузах $b_1, b_2, \dots, b_n$ по каждому из n пунктов назначения.

Задана ***матрица стоимостей доставки*** по каждому варианту c_{ij},

$i = 1,2,\dots m$, $j = 1,2,\dots n$.

Необходимо рассчитать оптимальный план перевозок, т. е. определить, сколько груза должно быть отправлено из каждого *i-го* пункта отправления (от поставщика) в каждый *j-й* пункт назначения (до потребителя) – x_{ij}, с минимальными транспортными издержками.

Транспортная задача для маршрутизации перевозок



Транспортная задача для маршрутизации перевозок

- Транспортная задача называется ***закрытой***, если суммарный объем отправляемых грузов $\sum_{i=1}^{m} a_i$ равен суммарному объему потребности в этих грузах по пунктам назначения $\sum_{j=1}^{n} b_j$:

$$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j .$$

Если такого равенства нет (потребности выше запасов, или наоборот), задачу называют ***открытой***, т. е.:

$$\sum_{i=1}^{m} a_i \neq \sum_{j=1}^{n} b_j .$$

Для написания модели необходимо все условия (ограничения) и целевую функцию представить в виде математических уравнений. Все грузы из *i*-х пунктов должны быть отправлены, т. е.:

Транспортная задача для маршрутизации перевозок

- $$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i \qquad i = 1,2,\ldots m.$$

Все *j-е* пункты (потребители) должны быть обеспечены грузами в плановом объеме:

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j \qquad j = 1,2,\ldots n.$$

Суммарные объемы отправления должны равняться суммарным объемам назначения:

$$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j.$$

Должно выполняться условие неотрицательности переменных:

$$x_{ij} \geq 0, \; i = 1,2,\ldots m, \; j = 1,2,\ldots n.$$

Транспортная задача для маршрутизации перевозок

- Перевозки необходимо осуществить с минимальными транспортными издержками (функция цели):

$$Z_{min}=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}\, x_{ij}.$$

В модели вместо матрицы стоимостей перевозок c_{ij} могут задаваться матрицы расстояний.

В таком случае в качестве целевой функции рассматривается минимум суммарной транспортной работы.

Уравнение баланса является обязательным условием решения транспортной задачи. Поэтому, если в исходных условиях дана открытая задача, то ее необходимо привести к закрытой форме:

– если потребности по пунктам назначения превышают запасы пунктов отправления, то вводится фиктивный поставщик с недостающим объемом отправления;

– если запасы поставщиков превышают потребности потребителей, то вводится фиктивный потребитель с необходимым объемом потребления.

Варианты, связывающие фиктивные пункты с реальными, имеют нулевые оценки. После введения фиктивных пунктов задача решается как закрытая.

Транспортная задача для маршрутизации перевозок

- Перевозки необходимо осуществить с минимальными транспортными издержками (функция цели):

$$Z_{min}=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}\, x_{ij}.$$

В модели вместо матрицы стоимостей перевозок c_{ij} могут задаваться матрицы расстояний.

В таком случае в качестве целевой функции рассматривается минимум суммарной транспортной работы.

Уравнение баланса является обязательным условием решения транспортной задачи. Поэтому, если в исходных условиях дана открытая задача, то ее необходимо привести к закрытой форме:

– если потребности по пунктам назначения превышают запасы пунктов отправления, то вводится фиктивный поставщик с недостающим объемом отправления;

– если запасы поставщиков превышают потребности потребителей, то вводится фиктивный потребитель с необходимым объемом потребления.

Варианты, связывающие фиктивные пункты с реальными, имеют нулевые оценки. После введения фиктивных пунктов задача решается как закрытая.