Предельные величины, эластичности

Функция спроса на некоторый товар
$Q(P)=-2P+12$ при $P<=6$, $Q(P)=0$ при $P>6$.

1) Построить график функции (Excel)
2) Составить функцию дохода $R(P)$
3) Построить график функции дохода (Excel)
4) Определить по графику точку максимума и вычислить эту точку аналитически (с помощью производной)

5) Найти функцию предельного дохода $MR(P)$. Найти предельный доход при цене 2 ден.ед., 5 ден.ед, 3 ден.ед. Дать интерпретацию.

6) Построить график функции предельного дохода $MR(P)$

7) Определить по графику точку в которой предельный доход равен 0. Что вы заметили?

8) Вычислить эластичность спроса по цене при цене равной 2 ден.ед., 5 ден.ед, 3 ден.ед. Дайте интерпретацию

9) Постройте график функции эластичности, определите на этом графике участки эластичного и неэластичного спроса.

Предельный доход (предельная выручка).

Пусть Q – объем произведенной продукции.
$R(Q)$ – доход от ее реализации.

$$MR(Q) = R'(Q)$$

называется предельным доходом.

<u>Предельный доход (предельная выручка)</u>.

$$MR(Q) = R'\left(Q\right) \approx \frac{\Delta R}{\Delta Q} = \frac{R(Q+\Delta Q) - R(Q)}{\Delta Q},$$

если ΔQ мало.

Если $\Delta Q = 1,$ то

$$MR(Q) \approx R(Q+1) - R(Q)$$

Предельный доход показывает дополнительный доход от реализации дополнительной единицы продукции.

Эластичность в экономике.

$$\boxed{E_x(y) = y'(x) \cdot \frac{x}{y}}$$

Эластичность показывает на сколько процентов изменится функция при изменении аргумента на 1%.

Эластичность в экономике.

Пусть *Q(P)* – функция спроса от цены.

$$E_P(Q) = Q' \cdot \frac{P}{Q}$$ - эластичность спроса по цене.

- показывает на сколько процентов изменится спрос при увеличении цены на 1%.

$$E_P(Q) < 0$$

Эластичность в экономике.

Если $E_P(Q) < -1,$ то спрос называют эластичным.

Если $E_P(Q) \in (-1, 0),$ то спрос называют неэластичным.

Если $E_P(Q) = -1,$ то спрос называют спросом с единичной эластичностью.

Если $E_P(Q) = 0,$ то спрос называют совершенно неэластичным.

Соотношение эластичности спроса и предельного дохода.

Пусть *Q(P)* – функция спроса на некоторый товар;

R(P)=P·Q(P) – функция дохода от реализации товара;

$MR(P) = R'(P)$ - предельный доход.

$MR(P) > 0$ или $MR(P) < 0$?

Соотношение эластичности спроса и предельного дохода.

$$MR(P) = Q(P)\cdot\left(E_P(Q)+1\right)$$

Если $E_P(Q) < -1,$ т.е. спрос эластичен, то $MR(P) < 0,$ т.е. увеличение цены приведет к уменьшению дохода.

Соотношение эластичности спроса и предельного дохода.

$$MR(P) = Q(P) \cdot \left(E_P(Q) + 1 \right)$$

Если $E_P(Q) \in (-1, 0),$ т.е. спрос неэластичен, то $MR(P) > 0,$ т.е. увеличение цены приведет к увеличению дохода.

Соотношение эластичности спроса и предельного дохода.

$$MR(P) = Q(P) \cdot \left(E_P(Q) + 1 \right)$$

Если $E_P(Q) = -1,$ т.е. спрос с единичной эластичностью, то $MR(P) = 0,$ т.е. увеличение цены не изменит доход.

Соотношение эластичности спроса и предельного дохода.

Вывод: С возрастанием цены для продукции с эластичным спросом суммарный доход уменьшается, а для товаров неэластичного спроса увеличивается.

Работа № 1

Функция спроса на некоторый товар
$Q(P)=-aP+b$ при $P<=b/a$, $Q(P)=0$ при $P>b/a$, где a – последняя цифра вашей зачетной книжки, $b=10*a$.

1) Построить график функции (Excel)
2) Составить функцию дохода R(P)
3) Построить график функции дохода (Excel)
4) Определить по графику точку максимума и вычислить эту точку аналитически (с помощью производной)

5) Найти функцию предельного дохода MR(P). Найти предельный доход при цене P=2 ден.ед., 5 ден.ед, 8 ден.ед. Дать интерпретацию.

6) Построить график функции предельного дохода MR(P)

7) Определить по графику точку в которой предельный доход равен 0. Что вы заметили?

8) Вычислить эластичность спроса по цене при цене равной 2 ден.ед., 5 ден.ед, 8 ден.ед. Дайте интерпретацию

9) Постройте график функции эластичности, определите на этом графике участки эластичного и неэластичного спроса.

2. Задачи на максимизацию прибыли

$C(Q) = \frac{Q}{2} + \frac{Q^3}{8}$ - функция издержек

$P(Q) = 8 - \frac{Q}{2}$ - функция спроса

1) Составить функцию прибыли П(Q)
2) Найти Q, при котором прибыль максимальна аналитически (без компьютера).
3) Изобразить график функции П(Q) (Excel)
4) Найти Q, при котором прибыль максимальна с помощью Excel
5) Сравните результат аналитического решения и решения Excel

2. Задачи на максимизацию прибыли

$C(Q)=\frac{Q}{2}+\frac{Q^3}{8}$ - функция издержек

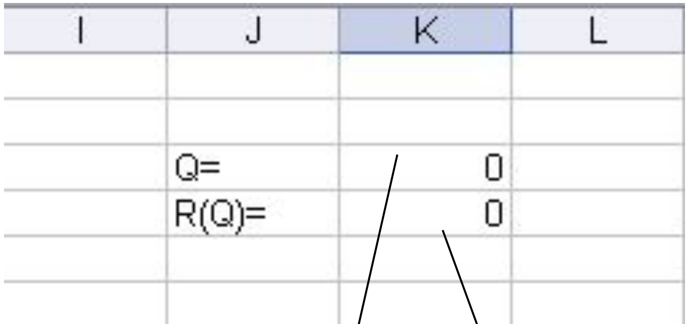
$P(Q)=8-\frac{Q}{2}$ - функция спроса

I	J	K	L
	Q=	0	
	R(Q)=	0	

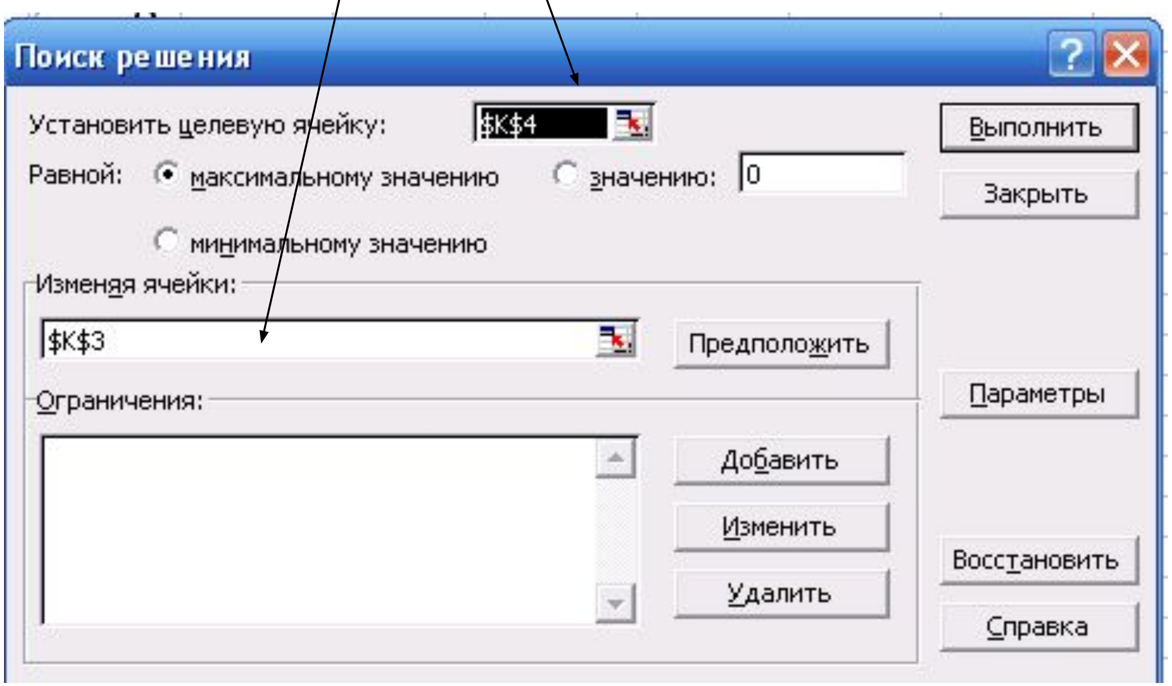
любое значение

формула для R(Q)

2. Задачи на максимизацию прибыли



Сервис – Поиск решения



2. Задачи на максимизацию прибыли

G	H	I	J
	Q=	3,333333	
	R(Q)=	14,81481	

2. Задачи на максимизацию прибыли

$C(Q) = 10 + Q + \frac{Q^2}{2}$ - функция издержек

$P(Q) = 8 - \sqrt{Q}$ - функция спроса

1) Составить функцию прибыли П(Q)
2) Найти Q, при котором прибыль максимальна аналитически (без компьютера).
3) Изобразить график функции П(Q) (Excel)
4) Найти Q, при котором прибыль максимальна с помощью Excel
5) Сравните результат аналитического решения и решения Excel

Работа 2. Задачи на максимизацию прибыли

Вариант 1 4.181;
Вариант 2 4.182;
Вариант 3 4.184
Вариант 4 4.185
Вариант 5 4.186
Вариант 6 4.187
Вариант 7 4.188
Вариант 8 4.189
Вариант 10 4.190
Вариант 11 4.193
Вариант 12 4.194

3. Задачи на максимизацию прибыли функций двух и более переменных

Пример 1 Фирма производит 2 товара и продает их по ценам 8 и 10 д.е. Функция издержек

$$C(Q_1, Q_2) = Q_1^2 + Q_1 Q_2 + Q_2^2$$

1) Составит функцию прибыли
2) Найти объемы производства, при которых прибыль максимальна аналитически.
3) Найти объемы производства, при которых прибыль максимальна с помощью Поиск решения Excel.

Необходимое условие экстремума. Пусть (x_0, y_0) - точка экстремума функции $z=f(x,y)$. Тогда

$$\begin{cases} z'_x(x_0, y_0) = 0; \\ z'_y(x_0, y_0) = 0. \end{cases}$$

Экстремум функции двух переменных.

Достаточное условие экстремума. Пусть $\left(x_0, y_0\right)$ - критическая точка функции $z=f(x,y)$.

$$A = z''_{xx}\left(x_0, y_0\right);\ B = z''_{xy}\left(x_0, y_0\right);\ C = z''_{yy}\left(x_0, y_0\right);\ \Delta = AC - B^2$$

Тогда

1) Если $\Delta > 0,\ A < 0,$ то $\left(x_0, y_0\right)$ - точка максимума
2) Если $\Delta > 0,\ A > 0,$ то $\left(x_0, y_0\right)$ - точка минимума
3) Если $\Delta < 0,$ то $\left(x_0, y_0\right)$ не является точкой экстремума

Экстремум функции двух переменных.

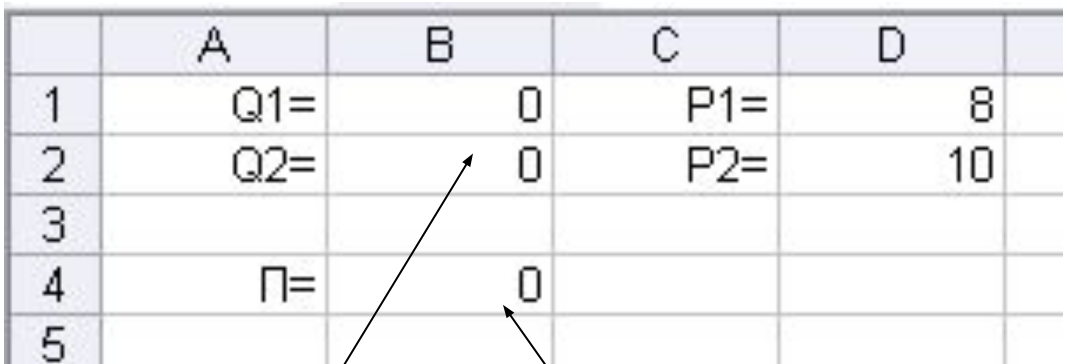
Пример 1 Фирма производит 2 товара и продает их по ценам 8 и 10 д.е. Функция издержек

$$C(Q_1, Q_2) = Q_1^2 + Q_1 Q_2 + Q_2^2$$

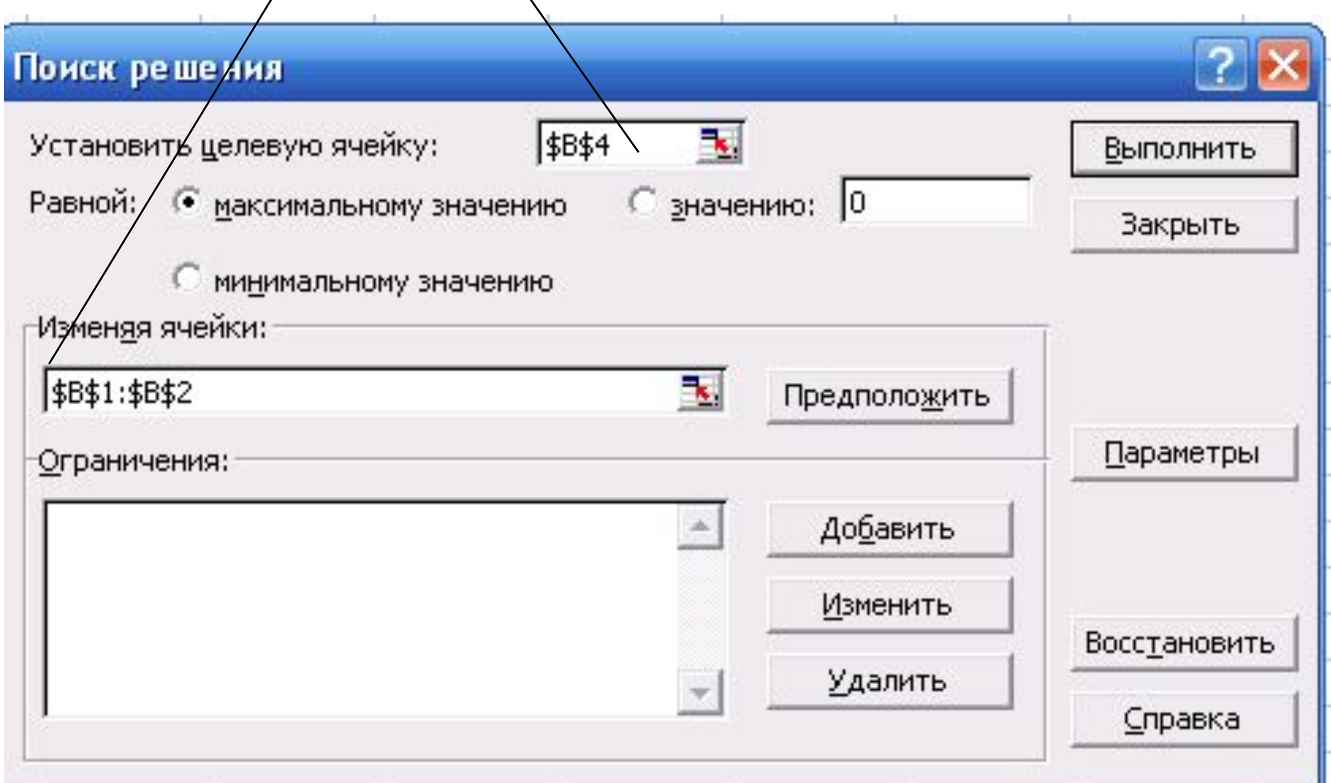
	A	B	C	D
1	Q1=	0	P1=	8
2	Q2=	0	P2=	10
3				
4	П=	0		
5				

формула для прибыли

Экстремум функции двух переменных.



	A	B	C	D
1	Q1=	0	P1=	8
2	Q2=	0	P2=	10
3				
4	П=	0		
5				



Экстремум функции двух переменных.

Пример 1 Фирма производит 2 товара и продает их по ценам 8 и 10 д.е. Функция издержек

$$C(Q_1, Q_2) = Q_1^2 + Q_1 Q_2 + Q_2^2$$

	A	B	C	D
1	Q1=	1,999999	P1=	8
2	Q2=	3,999999	P2=	10
3				
4	П=	28		
5				
6				

Работа 3. Задачи на максимизацию прибыли функций двух и более переменных

Вариант 1 5.229
Вариант 2 5.230
Вариант 3 5.231
Вариант 4. 5.232
Вариант 5 5.229
Вариант 6 5.230
Вариант 7 5.231
Вариант 8. 5.232

4. Экономические задачи на условный экстремум

Пример. $Q(K,L)=KL$ – производственная функция. Единица капитала стоит 2 д.е., единица труда стоит также 2 д.е. На приобретение труда и капитала производитель может выделить 8 д.е.

Найти затраты труда и капитала, при которых объем выпуска максимален

1) решить задачу методом подстановки
2) решить задачу с помощью Поиск решения в Excel.

4. Экономические задачи на условный экстремум

<u>Пример.</u> Q(K,L)=KL – производственная функция. Единица капитала стоит 2 д.е., единица труда стоит также 2 д.е. На приобретение труда и капитала производитель может выделить 8 д.е.

A	B	C	D	E	F	G
K=	0	Pk=	2		M=	8
L=	0	Pl=	2			
Q=	0					
Ограничение		0				

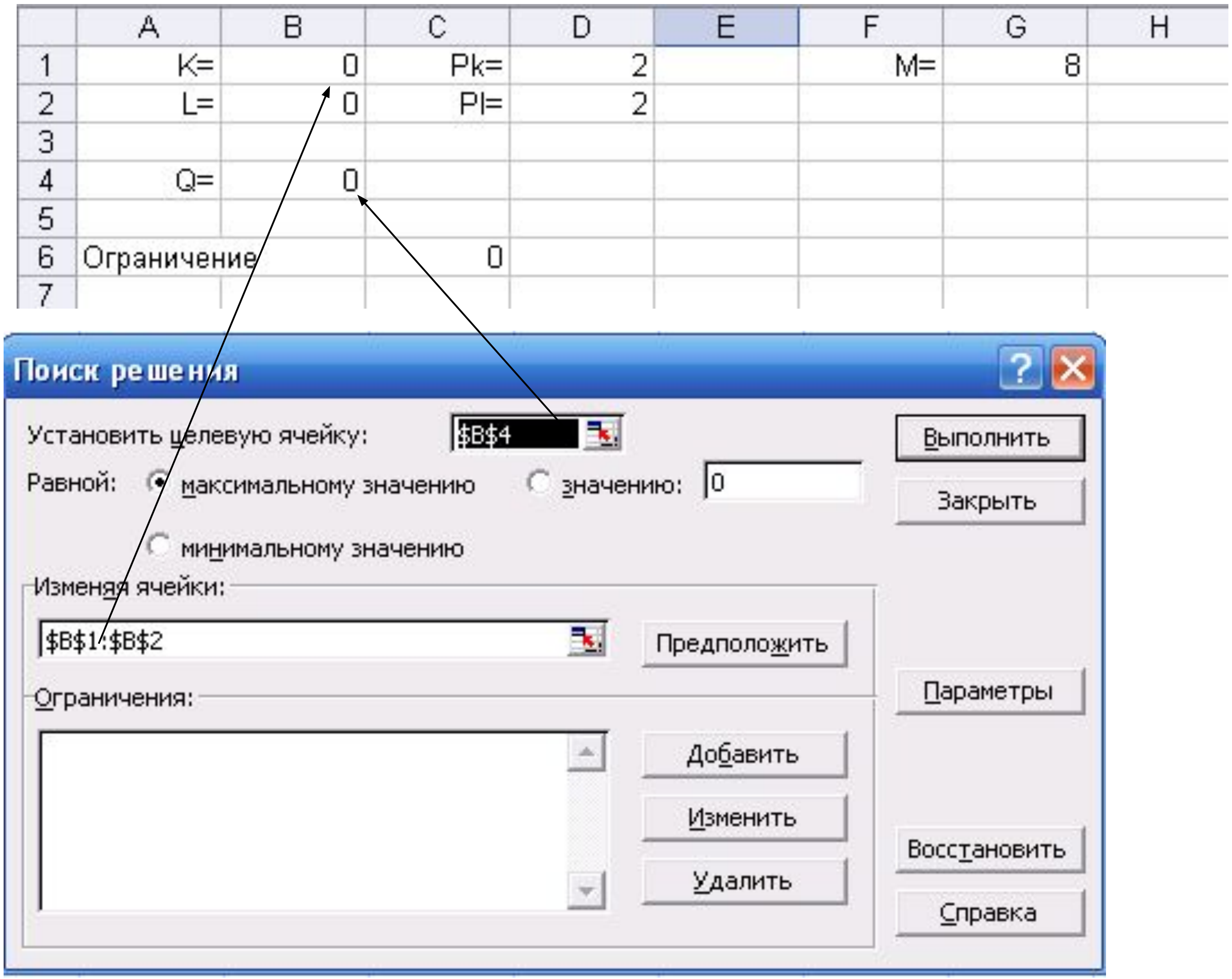
Общая сумма

=B1*B2 (K*L)

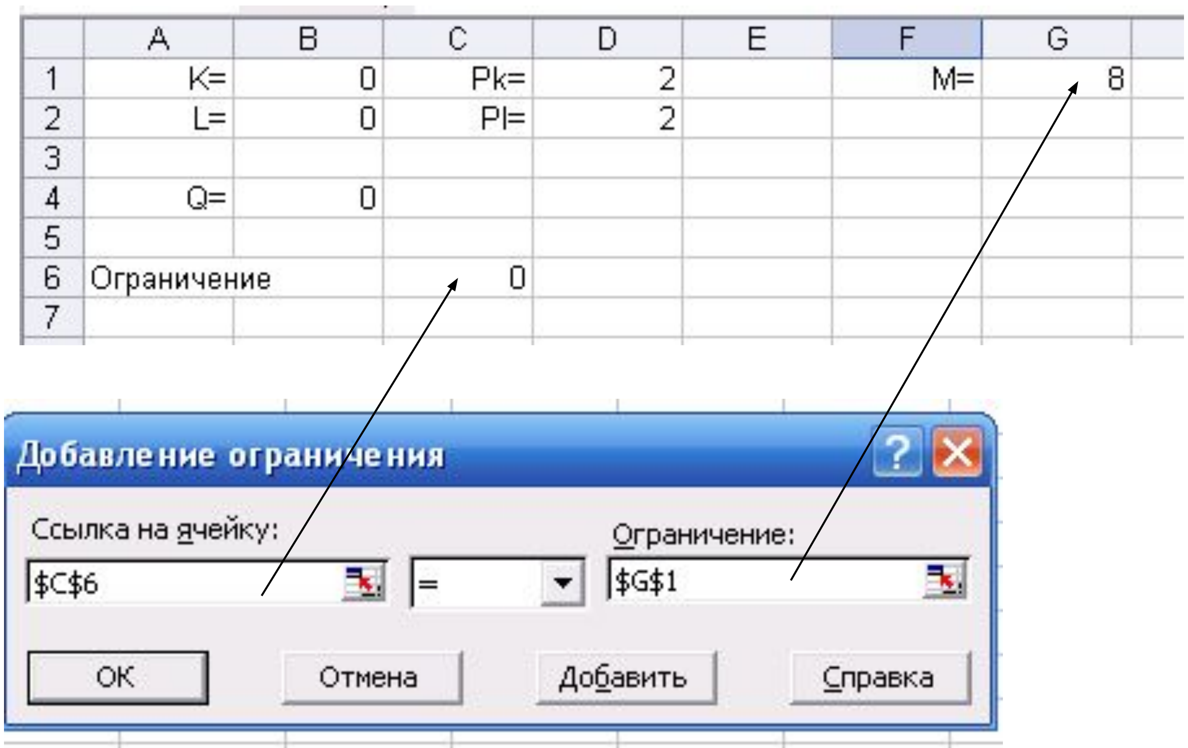
цены единиц капитала и труда

=D1*B1+D2*B2 – расходы ($K*P_K+L*P_L$)

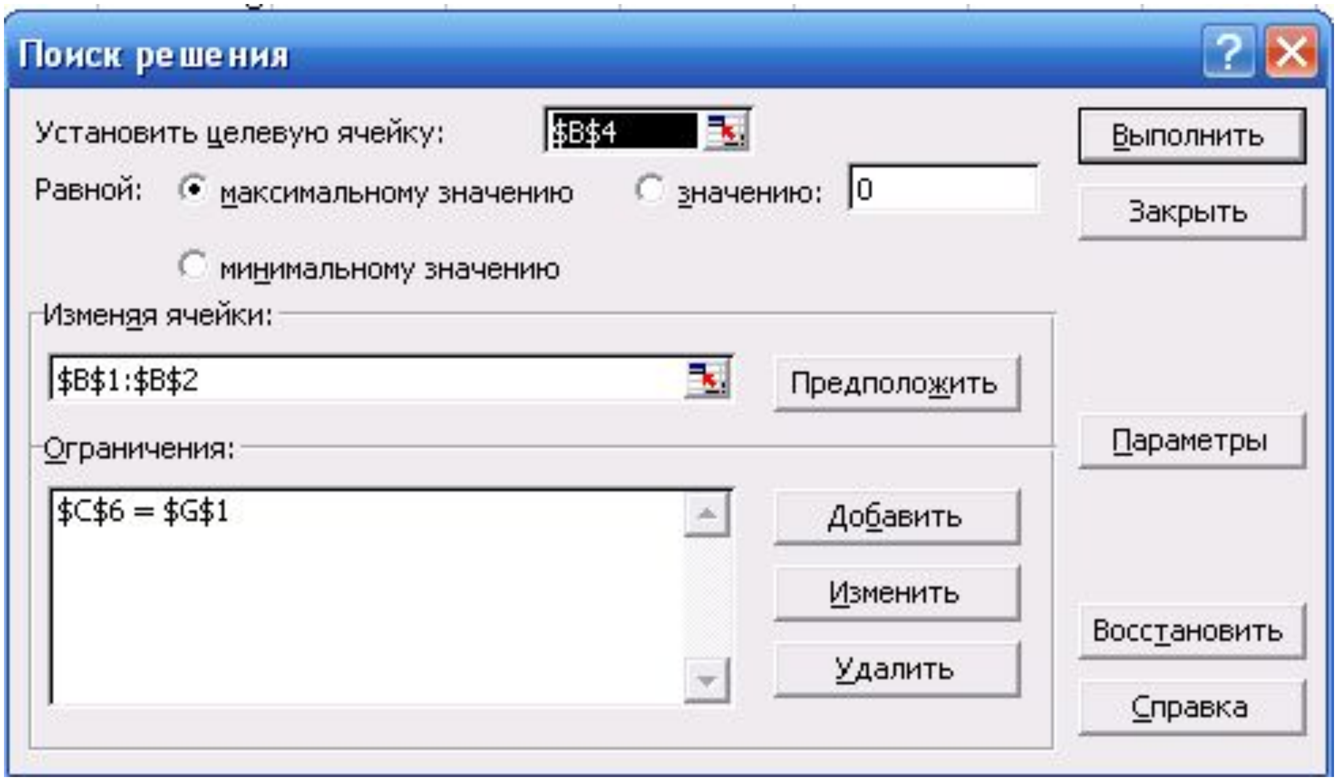
4. Экономические задачи на условный экстремум



4. Экономические задачи на условный экстремум



	A	B	C	D	E	F	G	H
1	K=	0	Pk=	2		M=	8	
2	L=	0	Pl=	2				
3								
4	Q=	0						
5								
6	Ограничение		0					
7								



Пример. $Q(K,L)=KL$ – производственная функция. Единица капитала стоит 2 д.е., единица труда стоит также 2 д.е. На приобретение труда и капитала производитель может выделить 8 д.е.

	A	B	C	D	E	F	G
1	K=	2	Pk=	2		M=	8
2	L=	2	Pl=	2			
3							
4	Q=	4,000001					
5							
6	Ограничение		8,000001				
7							
8							

Работа 4. Экономические задачи на условный экстремум

Вариант 1 5.233
Вариант 2 5.234
Вариант 3 5.235
Вариант 6 5.236
Вариант 7 5.237
Вариант 8 5.238