

# Поверхностное натяжение $\sigma$ жидкостей при 20 °С (мН/м)

Вода	. . . . .	73
Глицерин	. . . . .	62
Мыльная вода	. . . . .	40
Ртуть	. . . . .	$5,0 \cdot 10^2$
Спирт	. . . . .	22

● Расход жидкости в трубке тока (рис. 12.1):

а) объемный расход  $Q_v = vS$ ;

б) массовый расход  $Q_m = \rho vS$ ,

где  $S$  — площадь поперечного сечения трубки тока;  $v$  — скорость жидкости;  $\rho$  — ее плотность.

● Уравнение неразрывности струи

$$v_1 S_1 = v_2 S_2,$$

где  $S_1$  и  $S_2$  — площади поперечного сечения трубки тока в двух местах;  $v_1$  и  $v_2$  — соответствующие скорости течений.

● Уравнение Бернулли для идеальной несжимаемой жидкости в общем случае

$$p_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} + \rho g h_1 = p_2 + \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g h_2,$$

где  $p_1$  и  $p_2$  — статические давления жидкости в двух сечениях трубки тока;  $v_1$  и  $v_2$  — скорости жидкости в этих сечениях;  $\rho v_1^2/2$  и  $\rho v_2^2/2$  — динамические давления жидкости в этих же сечениях;  $h_1$  и  $h_2$  — высоты их над некоторым уровнем (рис. 12.1);  $\rho g h_1$  и  $\rho g h_2$  — гидростатические давления.



Рис. 12.1

● Скорость течения жидкости из малого отверстия в открытом широком сосуде

$$v = \sqrt{2gh},$$

где  $h$  — глубина, на которой находится отверстие относительно уровня жидкости в сосуде.

● Формула Пуазейля. Объем жидкости (газа), протекающей за время  $t$  через длинную трубку,

$$V = \frac{\pi r^4 t \Delta p}{8l\eta}$$

где  $r$  — радиус трубки;  $l$  — ее длина;  $\Delta p$  — разность давлений на концах трубки;  $\eta$  — динамическая вязкость (коэффициент внутреннего трения) жидкости.

● Поверхностное натяжение

$$\sigma = F/l,$$

где  $F$  — сила поверхностного натяжения, действующая на контур  $l$ , ограничивающий поверхность жидкости, или

$$\sigma = \frac{\Delta E}{\Delta S},$$

где  $\Delta E$  — изменение свободной энергии поверхностной пленки жидкости, связанное с изменением площади  $\Delta S$  поверхности этой пленки.

● Формула Лапласа в общем случае записывается в виде

$$p = \sigma \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right),$$

где  $p$  — давление, создаваемое изогнутой поверхностью жидкости;  $\sigma$  — поверхностное натяжение;  $R_1$  и  $R_2$  — радиусы кривизны двух взаимно перпендикулярных сечений поверхности жидкости, а в случае сферической поверхности

$$p = 2\sigma/R.$$

● Высота подъема жидкости в капиллярной трубке

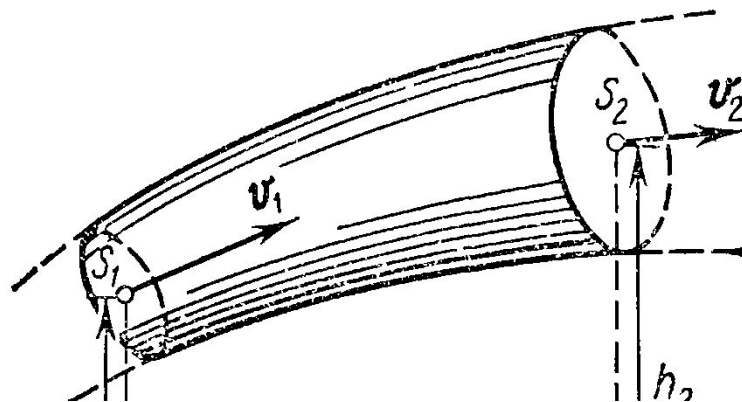
$$h = \frac{2\sigma \cos \theta}{\rho g R},$$

где  $\theta$  — краевой угол;  $R$  — радиус канала трубки;  $\rho$  — плотность жидкости;  $g$  — ускорение свободного падения.

● Высота подъема жидкости между двумя близкими и параллельными плоскостями

$$h = \frac{2\sigma \cos \theta}{\rho g d},$$

где  $d$  — расстояние между плоскостями.



● Число Рейнольдса для потока жидкости в длинных трубках

$$Re = \rho \langle v \rangle \frac{d}{\eta},$$

где  $\langle v \rangle$  — средняя по сечению скорость течения жидкости;  $d$  — диаметр трубки, и для движения шарика в жидкости

$$Re = \frac{\rho v d}{\eta},$$

где  $v$  — скорость шарика;  $d$  — его диаметр.

Число Рейнольдса  $Re$  есть функция скорости  $v$  тела, линейной величины  $l$ , определяющей размеры тела, плотности  $\rho$  и динамической вязкости  $\eta$  жидкости, т. е.

● Формула Стокса. Сила сопротивления  $F$ , действующая со стороны потока жидкости на медленно движущийся в ней шарик,

$$F = 6\pi\eta r v,$$

где  $r$  — радиус шарика;  $v$  — его скорость.

Формула справедлива для скоростей, при которых число Рейнольдса много меньше единицы ( $Re \ll 1$ ).

**12.45.** Вода течет в горизонтально расположенной трубе переменного сечения. Скорость  $v_1$  воды в широкой части трубы равна 20 см/с. Определить скорость  $v_2$  в узкой части трубы, диаметр  $d_2$  которой в 1,5 раза меньше диаметра  $d_1$  широкой части.

**12.51.** Струя воды диаметром  $d=2$  см, движущаяся со скоростью  $v=10$  м/с, ударяется о неподвижную плоскую поверхность, поставленную перпендикулярно струе. Найти силу  $F$  давления струи на поверхность, считая, что после удара о поверхность скорость частиц воды равна нулю.

**12.30.** Трубка имеет диаметр  $d_1=0,2$  см. На нижнем конце трубки повисла капля воды, имеющая в момент отрыва вид шарика. Найти диаметр  $d_2$  этой капли.

**12.35.** Определить силу  $F$ , прижимающую друг к другу две стеклянные пластинки размерами  $10 \times 10$  см, расположенные параллельно друг другу, если расстояние  $l$  между пластинками равно 22 мкм, а пространство между ними заполнено водой. Считать мениск вогнутым с диаметром  $d$ , равным расстоянию между пластинками.

1.212. На столе стоит цилиндрический сосуд, наполненный водой до уровня  $H = 20$  см от дна. Если в воду ( $\rho = 1$  г/см<sup>3</sup>) опустить плавать тонкостенный никелевый стакан ( $\rho' = 8,8$  г/см<sup>3</sup>), то уровень воды подымается на  $h = 2,2$  см. Определить уровень  $H_1$  воды в сосуде, если стакан утопить. [20,2 см].

1.220 Площадь поршня, вставленного в горизонтально расположенный налитый водой цилиндр (рис. 34),  $S_1 = 1,5$  см<sup>2</sup>, а площадь отверстия  $S_2 = 0,8$  мм<sup>2</sup>. Пренебрегая трением и вязкостью, определить время  $t$ , за которое вытечет вода из цилиндра, если на поршень действовать постоянной силой  $F = 5$  Н, а ход поршня  $l = 5$  см. Плотность воды  $\rho = 1000$  кг/м<sup>3</sup>. [1,15 с]

1.239. Стальной шарик (плотность  $\rho' = 9 \text{ г/см}^3$ ) диаметром  $d = 0,8 \text{ см}$  падает с постоянной скоростью в касторовом масле ( $\rho = 0,96 \text{ г/см}^3$ , динамическая вязкость  $\eta = 0,99 \text{ Па}\cdot\text{с}$ ). Учитывая, что критическое значение числа Рейнольдса  $Re_{кр} = 0,5$ , определить характер

движения масла, обусловленный падением в нем шарика.

[  $Re = 2,2 > Re_{кр}$ , движение турбулентное ]

1.242. В боковую поверхность цилиндрического сосуда диаметром  $D$  вставлен капилляр внутренним диаметром  $d$  и длиной  $l$  (рис. 44). В сосуд налита жидкость с динамической вязкостью  $\eta$ . Определить зависимость скорости  $v$  понижения уровня жидкости в сосуде от высоты  $h$  этого уровня над капилляром.

$$\left[ v = \frac{1}{32} \frac{\rho g h d^4}{\eta l D^2} \right]$$



# Домашнее задание

**Т** 1.236

**Ч** 12.46,12.54,12.29,12.37,12.60