

«Решение показательных
уравнений и неравенств»

Основные свойства степени.

Свойства:

- 1. $a^x * a^y = a^{x+y}$
- 2. $a^x : a^y = a^{x-y}$
- 3. $(a * b)^x = a^x * b^x$
- 4. $(a/b)^x = a^x / b^x$
- 5. $(a^x)^y = a^{xy}$

Устный счет:

а) $3^3 * 3^{-5}$

б) $7^{-4} * 7^2$

в) $5^5 : 5^2$

г) $3^{-4} : 3^{-2}$

д) $(1/5)^{-1} * 5$

е) $(1/2)^{-2} : 2$

ж) $100^{0,5}$

з) $27^{1/3}$

Показательные уравнения.

- Уравнение, содержащее переменную в показателе степени, называется *показательным уравнением*.
- При решении простейших показательных уравнений необходимо:
 - *привести левую и правую части уравнения к одинаковому основанию;*
 - *приравнять показатели степеней и решить полученное уравнение:*

$$a^{f(x)} = a^{g(x)}$$



$$f(x) = g(x)$$

Простейшие показательные уравнения.

■ Решите уравнения и выберите правильный ответ:

1) $(0,3)^{x+1}=0,027$

а) 2; б) -2; в) 3; г) -3.

2) $(0,5)^{x-2} = 8$

а) 2; б) 1; в) -2; г) -1.

3) $5^x = 0,04$

а) -4; б) -2; в) 2; г) 4.

Методы решения показательных уравнений.

1) *Приведение к простейшему показательному уравнению.*

Пример решения:

$$8 * 4^x = 0,5$$

$$2^3 * 2^{2x} = 2^{-1}$$

$$2^{3+2x} = 2^{-1}$$

Получили одинаковые основания, приравниваем показатели

$$3 + 2x = -1$$

$$2x = -4$$

$$x = -2.$$

Ответ: -2.

Методы решения показательных уравнений.

2) *Метод разложения на множители.*

Пример решения:

$$3^{x+2} - 2 * 3^x = 7/3$$

$$3^x * 3^2 - 2 * 3^x = 7/3$$

$$3^x * (9 - 2) = 7/3$$

$$3^x * 7 = 7/3$$

$$3^x = 1/3$$

$$3^x = 3^{-1}$$

Получили одинаковые основания, приравниваем показатели

$$x = -1.$$

Ответ: -1.

Методы решения показательных уравнений.

3) Метод замены переменной.

Пример решения:

$$4^x + 2^x - 20 = 0$$

$$(2^2)^x + 2^x - 20 = 0$$

$$2^{2x} + 2^x - 20 = 0$$

Пусть $2^x = t$, $t > 0$, тогда:

$$t^2 + t - 20 = 0$$

$$D = 81$$

$$t_1 = 4; \quad t_2 = -5$$

$t = -5$ – не удовлетворяет условию $t > 0$. Вернёмся к подстановке:

$$2^x = 4$$

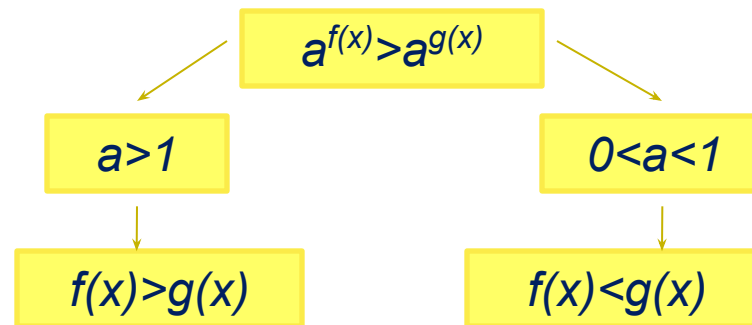
$$2^x = 2^2$$

$$x = 2$$

Ответ: 2.

Алгоритм решения простейших показательных неравенств.

- Преобразовать неравенство так чтобы в левой и правой частях были степени с одинаковым основанием.
- Если основание $a > 1$, то отбросив его, знак неравенства сохраняется; если основание $0 < a < 1$, то знак неравенства изменяем.



- Решить полученное неравенство.
- Отметить промежутки на числовой оси и записать ответ.

Найдите ошибки, допущенные при решении неравенств:

$$3^x < 81$$

$$3^x < 3^4$$

$$x > 4$$

$$(2/3)^x < (4/9)$$

$$(2/3)^x < (2/3)^2$$

$$x < 2$$

$$0,6^{x-1} > 1$$

$$0,6^{x-1} > 0,6^0$$

$$x-1 < 0$$

$$x < 1$$