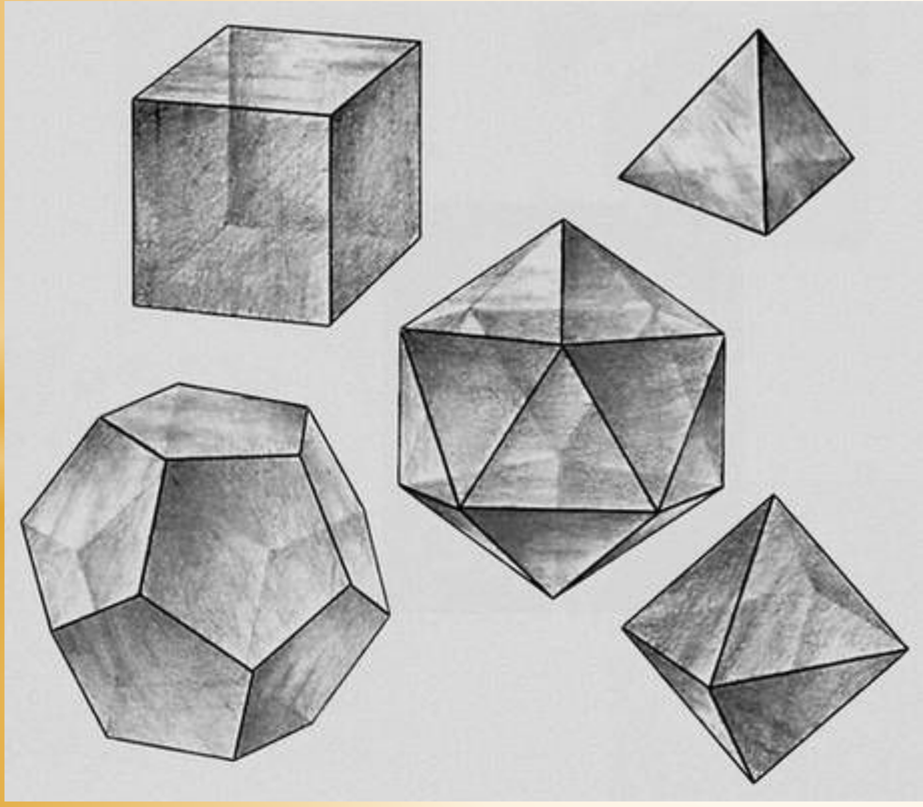
Площадь поверхности



Многогранники

Призма — многранник, **две грани** которого — **равные многоугольники**, расположенные в параллельных плоскостях, а **остальные — параллелограммы**.

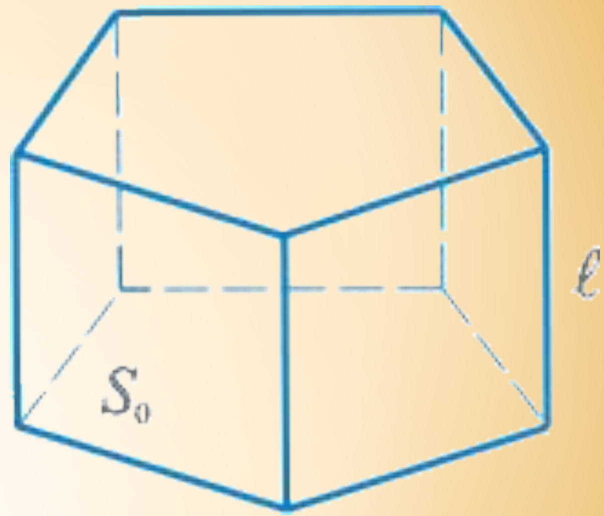
$S_{бок} = P_{\perp} \cdot \ell$

$S_{полн} = 2S_0 + S_{бок}$

$V = S_0 \cdot h$

прямая призма:

$S_{бок} = P_0 \cdot \ell \quad (\ell = h)$

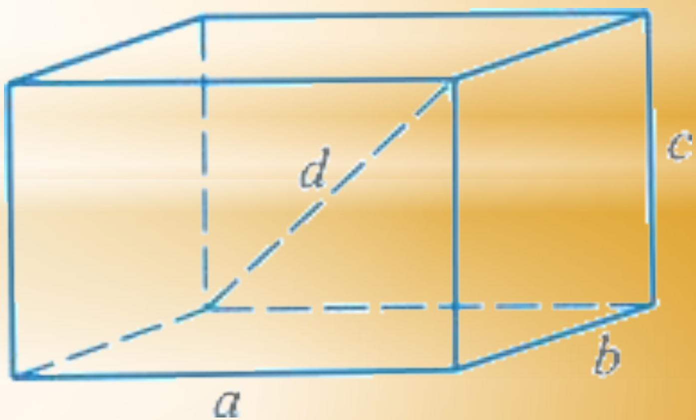


Параллелепипед — призма, основание которой — **параллелограмм.**
Параллелепипед имеет шесть граней и все они — **параллелограммы.**

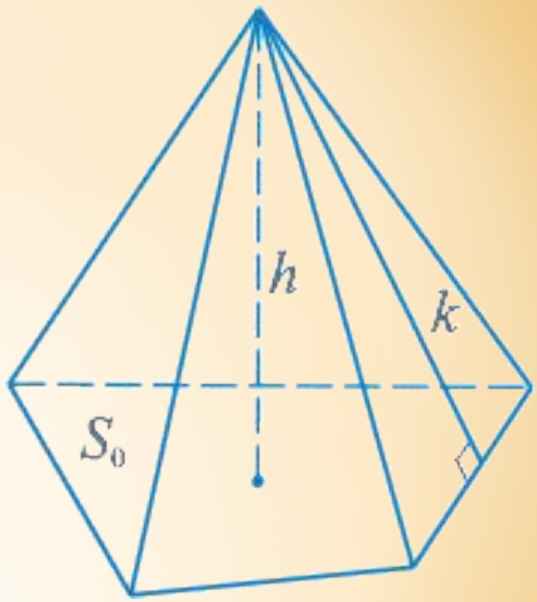
$S_{полн} = 2(ab + bc + ac)$

$V = abc$

$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$



Пирамида — многранник, у которого одна грань *n*-угольник — **основание пирамиды**, а остальные боковые грани — треугольники с общей вершиной — **вершиной пирамиды.**



$$V = \frac{1}{3} S_0 \cdot h$$

правильная пирамида:

$$S_{бок} = \frac{1}{2} P_0 \cdot k,$$

Формула Эйлера

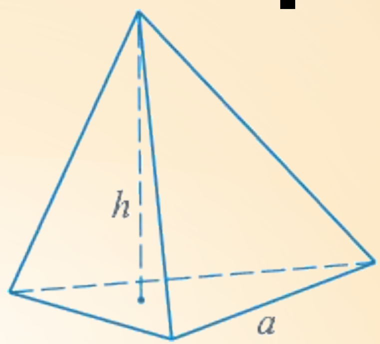
***N* − *L* + *F* = 2**

N — число вершин, *L* — число ребер, *F* — число граней выпуклого многогранника

Правильные многогранники

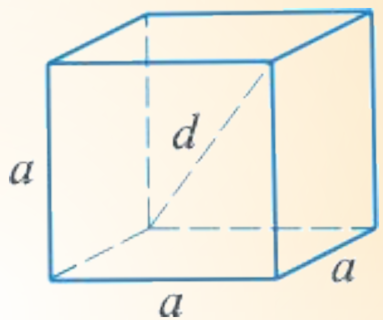
Тетраэдр — **четыре грани** — равносторонние равные треугольники. Тетраэдр имеет четыре вершины и шесть ребер

$$S_{\text{полн}} = a^2\sqrt{3}.$$



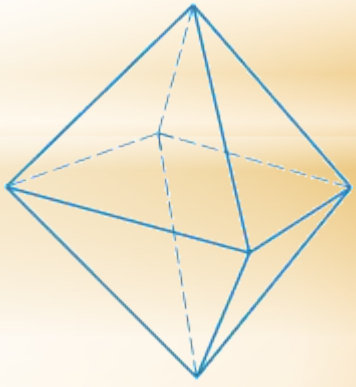
Куб — **шесть граней** — равные квадраты. Куб имеет восемь вершин и двенадцать ребер.

$$\mathbf{S = 6\ a^2}$$



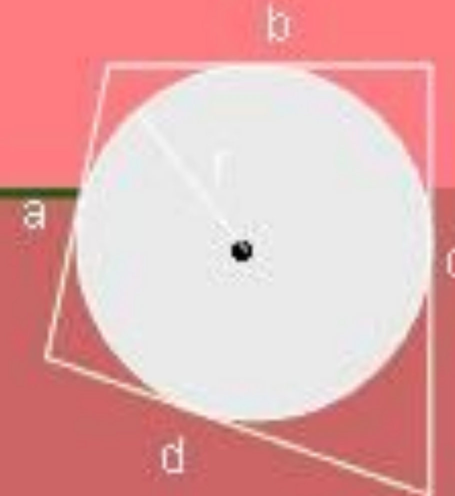
Октаэдр — **восемь граней** — равносторонние равные треугольники. Октаэдр имеет шесть вершин и двенадцать ребер

$$S = 2a^2\sqrt{3}$$



Площадь произвольного четырехугольника

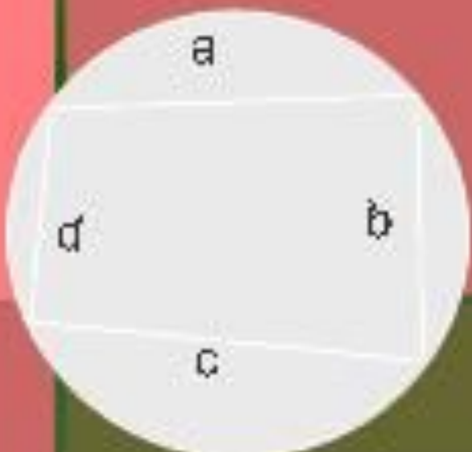
$$S = \frac{d_1 d_2 \sin\varphi}{2}$$



$$S = pr$$

$$p = \frac{a+b+c+d}{2}$$

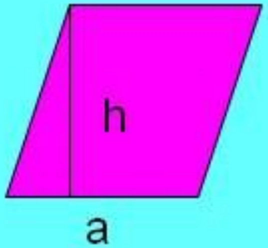
(для описанного четырехугольника)



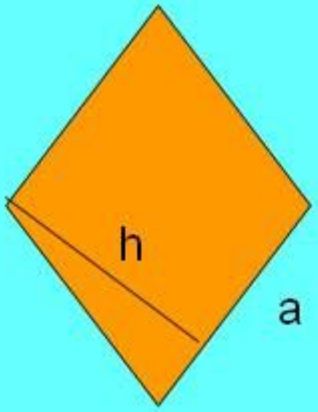
$$S = \sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)},\text{где}$$

$$p = \frac{a+b+c+d}{2}$$

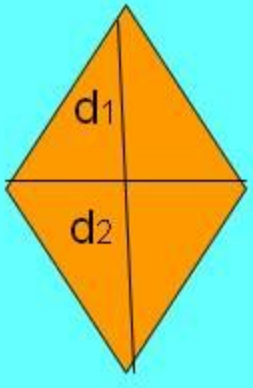
(для вписанного четырехугольника)



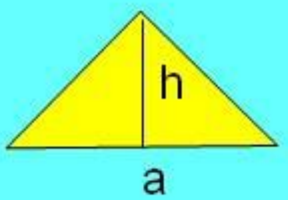
$$S_{\text{параллелограмма}} = ah$$



$$S_{\text{ромба}} = ah$$



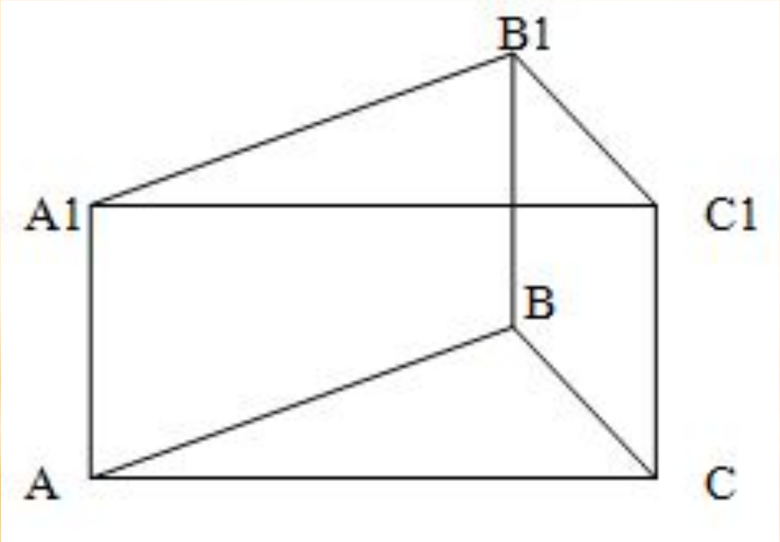
$$S_{\text{ромба}} = d_1 d_2$$



$$S_{\text{треугольника}} = 1/2(ah)$$

Задача №1

Основание прямой призмы - треугольник со сторонами 5 и 3 см и углом 120 градусов между ними. Наибольшая из площадей боковых граней равна 35 см2, найти площадь боковой поверхности.



Решение.
Согласно теореме косинусов

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha$$

Откуда
$AC^2 = AB^2 + BC^2$ - 2*AB*BC*cos 120
AC^2 = 25 + 9 - 2*5*3*cos 120
.
AC^2 = 34 - 30 (-0.5)
AC^2 = 49
AC = 7

Каждая из граней боковой поверхности представляет собой прямоугольник. При чем длина одной из сторон прямоугольников одинакова и равна высоте призмы. Таким образом, боковая грань призны наибольшей площади лежит на той стороне основания, длина стороны которого наибольшая.

То есть наибольшая из боковых граней имеет длину основания 7 см.
Откуда высота призмы равна 35 / 7 = 5 см

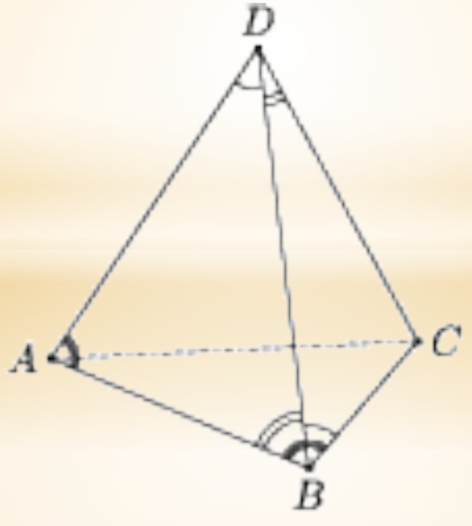
Таким образом, площадь боковой поверхности будет равна сумме площадей каждой из боковых граней

S = 5*5 + 3*5 + 7*5 = 75 $см^2$

Задача №2

Условие

* Дана пирамида *ABCD* (см. рис.). Известно, что
  ADB = *DBC*;
  ABD = *BDC*;
  BAD = *ABC*.
  Найдите площадь поверхности пирамиды (сумму площадей четырех треугольников), если площадь треугольника *ABC* равна 10 см^2.



Решение

* Используя признаки равенства треугольников, докажем, что все грани пирамиды - равные треугольники.
* *ADB* = *CBD* (II признак равенства треугольников), следовательно, *AD* = *BC* и *AB* = *CD*.
* *ADB* = *ACB* (I признак равенства треугольников).
* *AB*C = *CDA* (III признак равенства треугольников). Следовательно, все четыре треугольника имеют одинаковые площади.
* Ответ:40 см^2.

Спасибо за внимание!