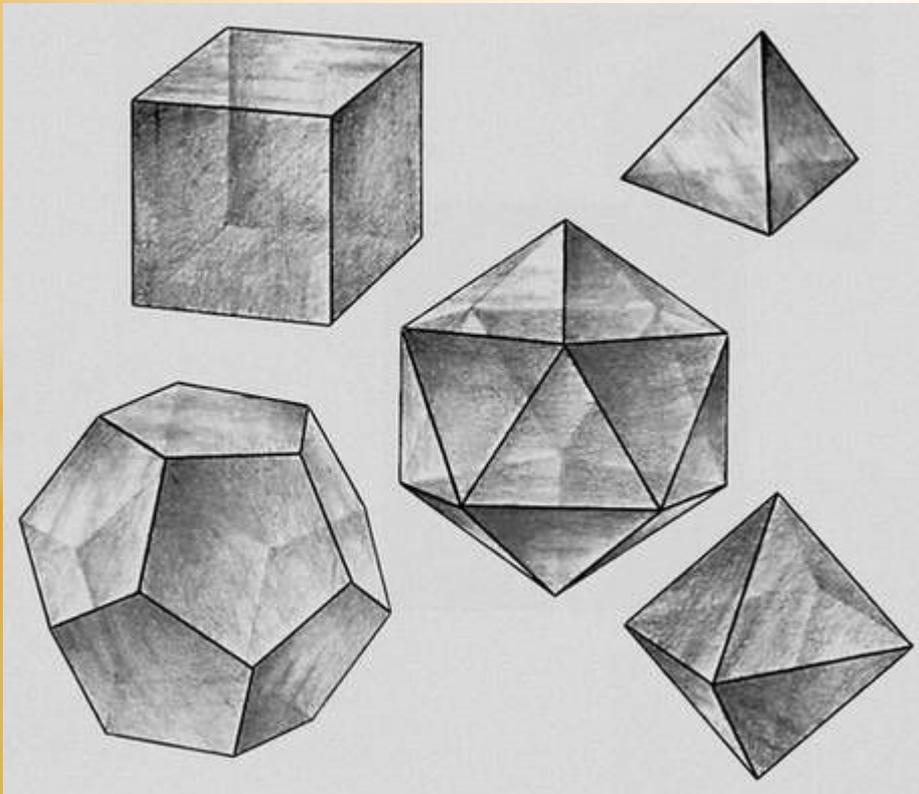


Площадь поверхности



Многогранники

Призма – многогранник, две грани которого – **равные многоугольники**, расположенные в параллельных плоскостях, а остальные – **параллелограммы**.

$$S_{\text{бок}} = P_{\perp} \cdot \ell$$

$$S_{\text{полн}} = 2S_0 + S_{\text{бок}}$$

$$V = S_0 \cdot h$$

прямая призма:

$$S_{\text{бок}} = P_0 \cdot \ell \quad (\ell = h)$$

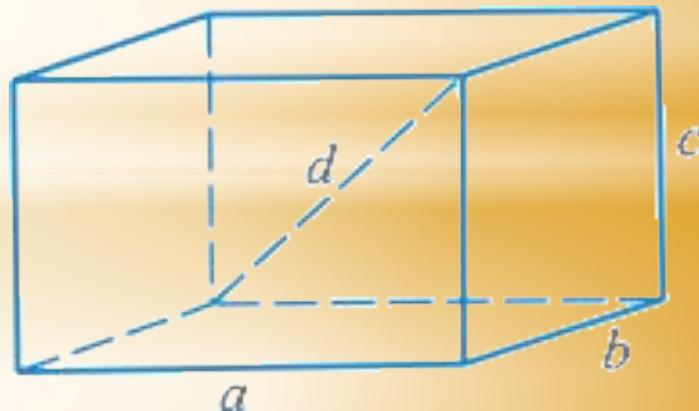
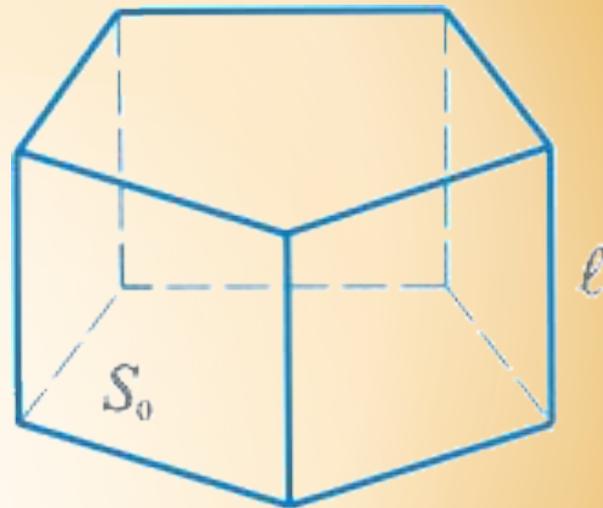
Параллелепипед – призма, основание которой – **параллелограмм**.

Параллелепипед имеет шесть граней и все они – **параллелограммы**.

$$S_{\text{полн}} = 2(ab + bc + ac)$$

$$V = abc$$

$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$$

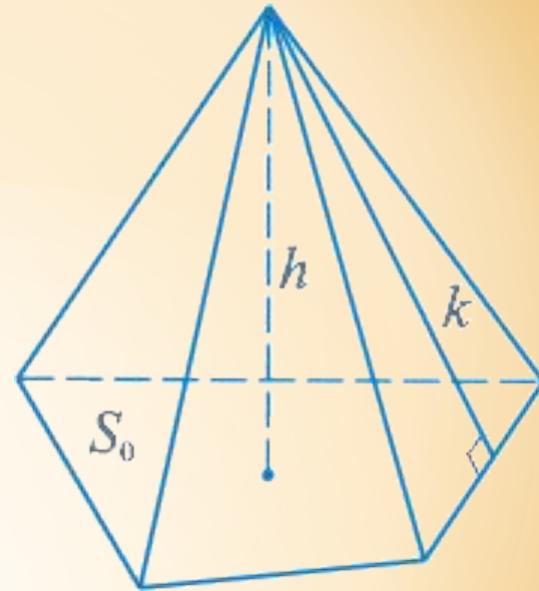


Пирамида – многогранник, у которого одна грань n -угольник – **основание пирамиды**, а остальные боковые грани – треугольники с общей вершиной – **вершиной пирамиды**.

$$V = \frac{1}{3} S_0 \cdot h$$

правильная пирамида:

$$S_{\text{бок}} = \frac{1}{2} P_0 \cdot k,$$



Формула Эйлера

$$N - L + F = 2$$

N – число вершин, L – число ребер, F – число граней выпуклого многогранника

Правильные многогранники

Тетраэдр — четыре грани — равносторонние равные треугольники. Тетраэдр имеет четыре вершины и шесть ребер

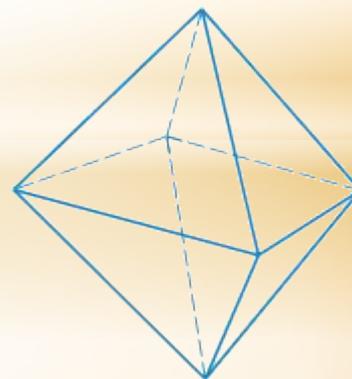
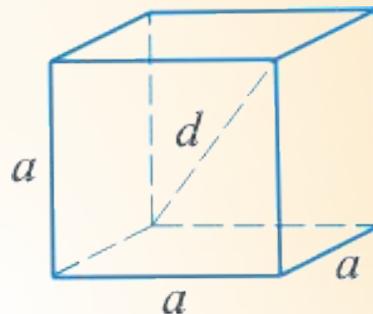
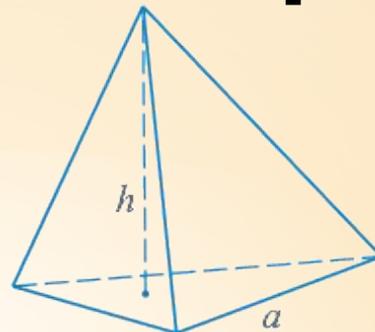
$$S_{\text{полн}} = a^2 \sqrt{3}.$$

Куб — шесть граней — равные квадраты. Куб имеет восемь вершин и двенадцать ребер.

$$S = 6 a^2$$

Октаэдр — восемь граней — равносторонние равные треугольники. Октаэдр имеет шесть вершин и двенадцать ребер

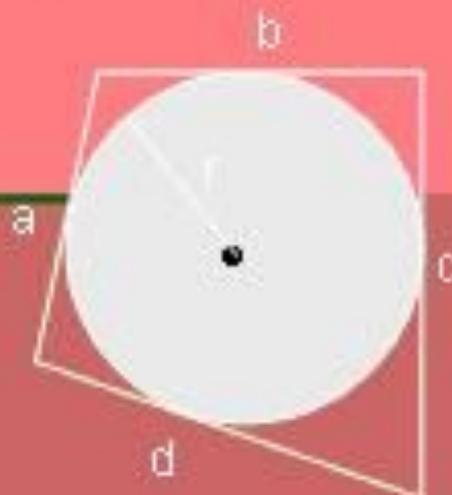
$$S = 2a^2 \sqrt{3}$$



Площадь произвольного четырехугольника



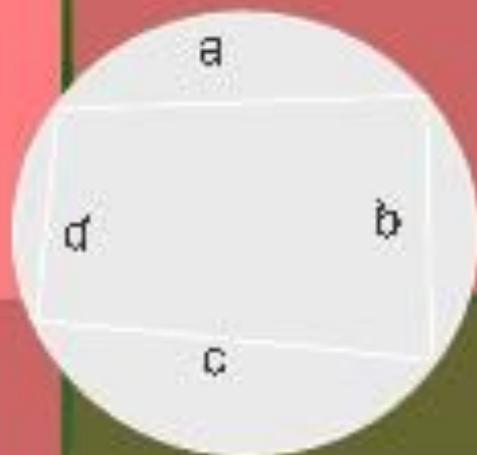
$$S = \frac{d_1 d_2 \sin \varphi}{2}$$



$$S = pr$$

$$p = \frac{a+b+c+d}{2}$$

(для описанного четырехугольника)

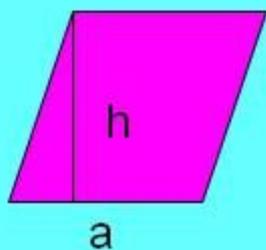


$$S = \sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)}, \text{ где}$$

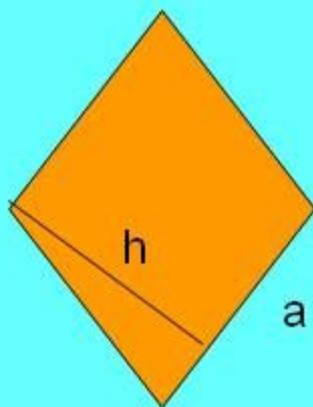
$$p = \frac{a+b+c+d}{2}$$

(для вписанного четырехугольника)

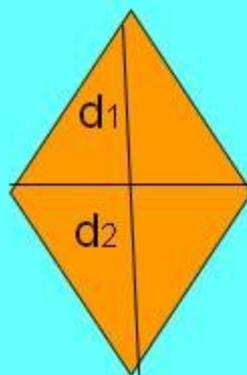




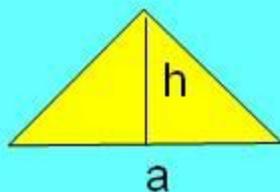
$$S_{\text{параллелограмма}} = ah$$



$$S_{\text{ромба}} = ah$$



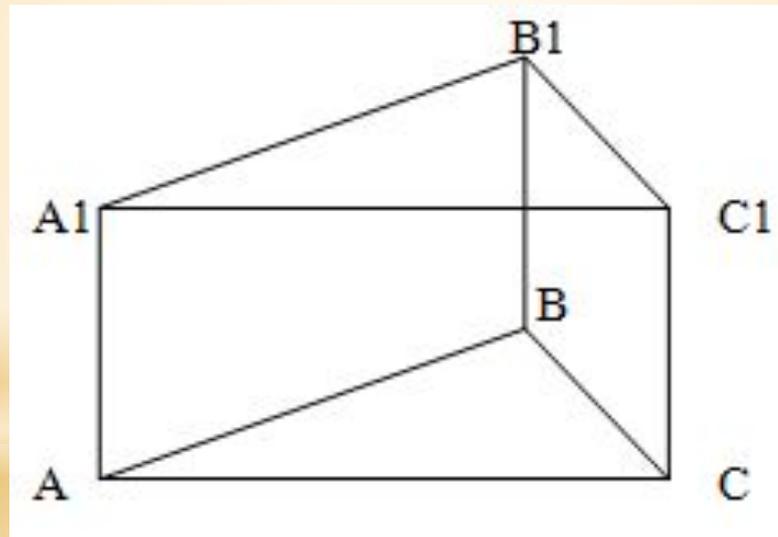
$$S_{\text{ромба}} = d_1 d_2$$



$$S_{\text{треугольника}} = 1/2(ah)$$

Задача №1

Основание прямой призмы - треугольник со сторонами 5 и 3 см и углом 120 градусов между ними. Наибольшая из площадей боковых граней равна 35 см^2 , найти площадь боковой поверхности.



Решение.

Согласно теореме косинусов

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha$$

Откуда

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos 120$$

$$AC^2 = 25 + 9 - 2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot \cos 120$$

$$AC^2 = 34 - 30 \cdot (-0.5)$$

$$AC^2 = 49$$

$$AC = 7$$

Каждая из граней боковой поверхности представляет собой прямоугольник. Причем длина одной из сторон прямоугольников одинакова и равна высоте призмы. Таким образом, боковая грань призмы наибольшей площади лежит на той стороне основания, длина стороны которого наибольшая.

То есть наибольшая из боковых граней имеет длину основания 7 см.

Откуда высота призмы равна $35 / 7 = 5$ см

Таким образом, площадь боковой поверхности будет равна сумме площадей каждой из боковых граней

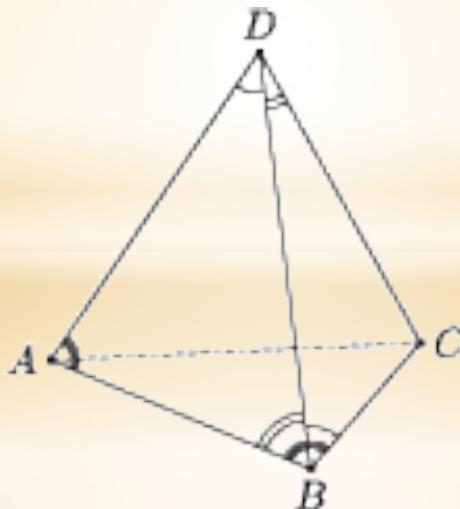
$$S = 5 \cdot 5 + 3 \cdot 5 + 7 \cdot 5 = 75 \text{ см}^2$$

Задача №2

Условие

- * Дана пирамида $ABCD$ (см. рис.). Известно, что
 $ADB = DBC$;
 $ABD = BDC$;
 $BAD = ABC$.

Найдите площадь поверхности пирамиды (сумму площадей четырех треугольников), если площадь треугольника ABC равна 10 см^2 .



Решение

- * Используя признаки равенства треугольников, докажем, что все грани пирамиды - равные треугольники.
- * $ADB = CBD$ (II признак равенства треугольников), следовательно, $AD = BC$ и $AB = CD$.
- * $ADB = ACB$ (I признак равенства треугольников).
- * $ABC = CDA$ (III признак равенства треугольников). Следовательно, все четыре треугольника имеют одинаковые площади.
- * Ответ: 40 см^2 .

**Спасибо за
внимание!**