

---

---

*Численное моделирование СВЧ  
нагрева многослойных  
диэлектриков*

*ВЫПОЛНИЛ: ЕПАНЕЧНИКОВ И.А.  
РУКОВОДИТЕЛЬ ВКР: АНФИНОГЕНТОВ В.И.*

---

---

## Цель и актуальность.

- Цель: Построить численную модель СВЧ нагрева многослойных диэлектриков
- Актуальность: избирательный, равномерный, сверхчистый, саморегулирующийся нагрев

## Физическая постановка задачи

- Диэлектрик: трехслойная структура, где две пластины соединяются между собой клеящим веществом.
- $\operatorname{tg}\delta_{\text{клея}} \neq \operatorname{tg}\delta_1$        $\operatorname{tg}\delta_{\text{клея}} > \operatorname{tg}\delta_3$
- Значит слой клея будет нагреваться быстрее, чем другие слои.
- У клея ускорится процесс полимеризации

# Падение и отражение СВЧ лучей на слои диэлектрика

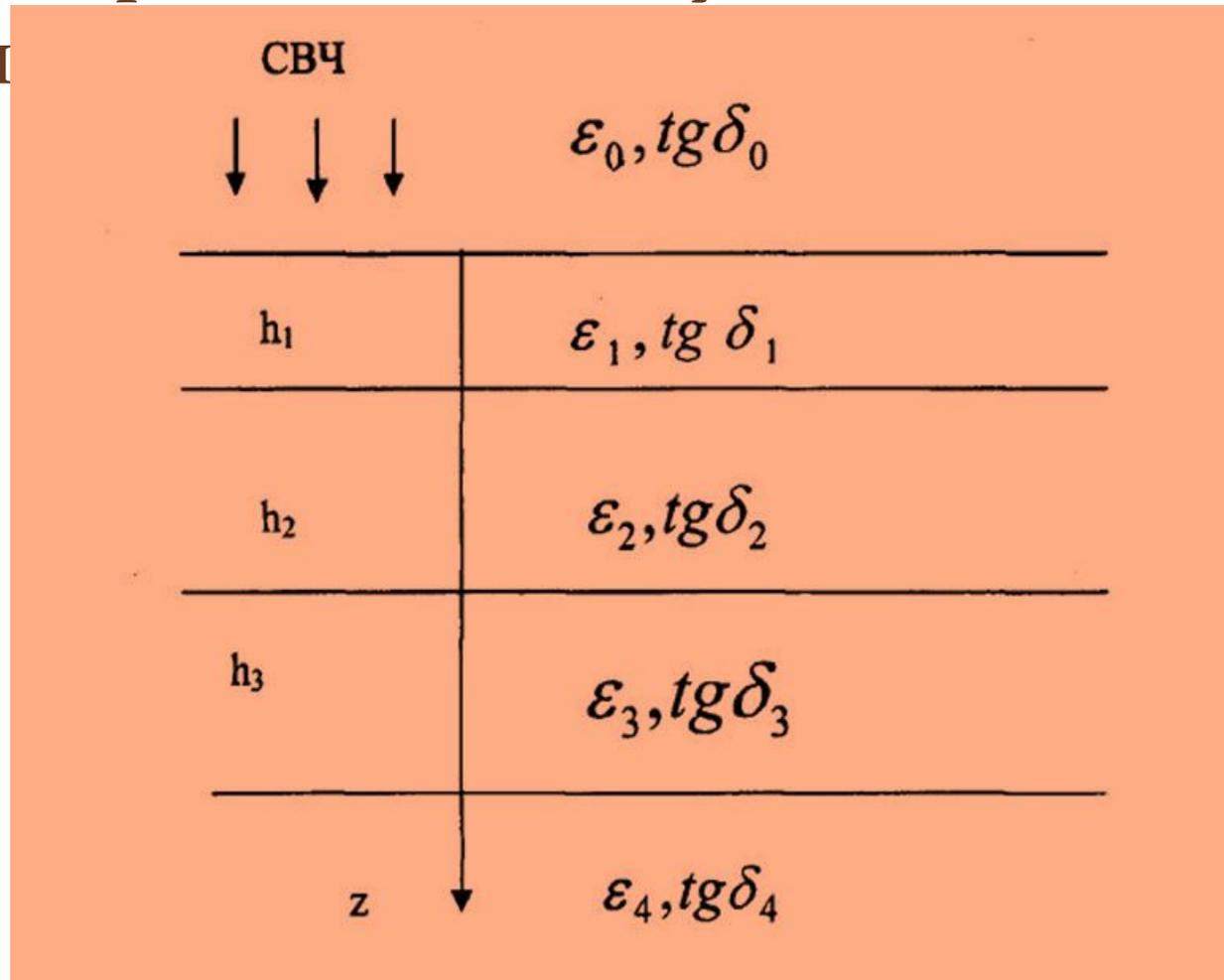


Рис. 1. схематическая модель диэлектрика

# Определение коэффициентов прохождения и отражения

$$H_n^0 = \frac{E_n^0}{w_0} \quad \text{Комплексная амплитуда напряженности магнитного поля}$$

$$w_0 = \sqrt{\mu/\varepsilon} \quad \text{- волновое сопротивление воздуха}$$

Комплексные амплитуды полей в  $i$ -ом слое:

$$E_i(z) = t_i \cdot \exp(-iK_i z) + r_i \cdot \exp(iK_i z), \quad H_i(z) = (t_i \cdot \exp(-iK_i z) - r_i \cdot \exp(iK_i z)) / w_i,$$

где  $t_0 = 1$ , а  $r_4 = 0$ ,  $i = 0, 1, \dots, 4$ .

При единичной амплитуде падающей из воздуха волны на плоскостистую структуру коэффициенты  $t_i$  и  $r_i$  называются соответственно коэффициентами прохождения и отражения.

# Система уравнений для определения коэффициентов прохождения и отражения

$$\left\{ \begin{array}{l} t_1 + r_1 = 1 + r_0, \\ \frac{t_1 - r_1}{w_1} = \frac{1 - r_0}{w_0}, \\ t_1 \cdot \exp(-ik_1 h_1) + r_1 \cdot \exp(ik_1 h_1) = t_2 \cdot \exp(-ik_2 h_1) + r_2 \cdot \exp(ik_2 h_1), \\ \frac{t_1 \cdot \exp(-ik_1 h_1) - r_1 \cdot \exp(ik_1 h_1)}{w_1} = \frac{t_2 \cdot \exp(-ik_2 h_1) - r_2 \cdot \exp(ik_2 h_1)}{w_2}, \\ t_2 \cdot \exp(-ik_2 h'_2) + r_2 \cdot \exp(ik_2 h'_2) = t_3 \cdot \exp(-ik_3 h'_2) + r_3 \cdot \exp(ik_3 h'_2), \\ \frac{t_2 \cdot \exp(-ik_2 h'_2) - r_2 \cdot \exp(ik_2 h'_2)}{w_2} = \frac{t_3 \cdot \exp(-ik_3 h'_2) - r_3 \cdot \exp(ik_3 h'_2)}{w_3}, \\ t_3 \cdot \exp(-ik_3 h'_3) + r_3 \cdot \exp(ik_3 h'_3) = t_4 \cdot \exp(-ik_4 h'_3), \\ \frac{t_3 \cdot \exp(-ik_3 h'_3) - r_3 \cdot \exp(ik_3 h'_3)}{w_3} = \frac{t_4 \cdot \exp(-ik_4 h'_3)}{w_4}. \end{array} \right.$$

Система 1.

## Температурное поле в плоскостой структуре

$$\left\{ \begin{array}{l} c_1 \rho_1 \frac{\partial T_1}{\partial z} = \lambda_1 \frac{\partial^2 T_1}{\partial z^2} + q_1(z); t > 0; 0 < z < h_1, \\ c_2 \rho_2 \frac{\partial T_2}{\partial z} = \lambda_2 \frac{\partial^2 T_2}{\partial z^2} + q_2(z); t > 0; h_1 < z < h'_2, \\ c_3 \rho_3 \frac{\partial T_3}{\partial z} = \lambda_3 \frac{\partial^2 T_3}{\partial z^2} + q_3(z); t > 0; h'_2 < z < h'_3, \end{array} \right.$$

Система 2.

Начальные и граничные условия выбираются в виде :

$$T_1(z, 0) = T_0 \quad T_2(z, 0) = T_0 \quad T_3(z, 0) = T_0$$

$$-\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial z}(0, t) = k_1(T_1(0, t) - T_s), \quad \lambda_3 \frac{\partial T_3}{\partial z}(h'_3, t) = k_3(T_3(h'_3, t) - T_s),$$

$$T_1(h_1, t) = T_2(h_1, t), \quad (1). \quad -\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial z} \Big|_{z=h_1-0} = \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial z} \Big|_{z=h_1+0}, \quad (3).$$

$$T_2(h'_2, t) = T_3(h'_2, t), \quad (2). \quad -\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial z} \Big|_{z=h'_2-0} = \lambda_3 \frac{\partial T_3}{\partial z} \Big|_{z=h'_2+0} \quad (4).$$

Для построения консервативной разностной схемы в одномерной области

$0 \leq z \leq h_3$  вводится в каждом слое равномерная по координате  $z$  сетка

$$z_j^{(m)} = (j-1)\Delta z_m, \quad j = 1, 2, \dots, N_m,$$

$$\Delta z_m = h_m / (N_m - 1), \quad m=1, 2, 3. \quad (5).$$

Обозначи  
м

$$\bar{T}_j^{(m)} = T_m(z_j^m, t_k) \quad \bar{T}_j^{(m)} = T_m(z_j^m, t_{k-1})$$

значения температуры в узлах сетки

Уравнение теплового баланса для элементарной ячейки  $\left[ z_{j-1/2}^{(m)}, z_{j+1/2}^{(m)} \right]$ , (6).

$$\int_{z_{j-1/2}^{(m)}}^{z_{j+1/2}^{(m)}} c_m \rho_m (\bar{T}^{(m)} - T^{(m)}) dz = \int_{t_{k-1}}^{t_k} \left[ -q_{j+1/2}^{(m)} + q_{j-1/2}^{(m)} + \int_{z_{j-1/2}^{(m)}}^{z_{j+1/2}^{(m)}} q_m(z) dz \right] dt \quad (7).$$

Где  $q_{j\pm 1/2} = -\lambda \frac{\partial T^{(m)}}{\partial z}(z_{j\pm 1/2}^{(m)}, t)$  - тепловые потоки на границах элементарной ячейки  $\left[ z_{j-1/2}^{(m)}, z_{j+1/2}^{(m)} \right]$

$$\int_{z_{j-1/2}^{(m)}}^{z_{j+1/2}^{(m)}} c_m \rho_m (\bar{T}^{(m)} - T^{(m)}) dz \approx c_m \rho_m (\bar{T}_j^{(m)} - T_j^{(m)}) \Delta z_m \quad (8).$$

разностное уравнение для внутренних точек

$$c_m p_m (\overline{T}_j^{(m)} - T_j^{(m)}) \Delta z_m = \Delta t (\lambda_m \frac{\overline{T}_{j+1}^{(m)} - 2\overline{T}_j^{(m)} + \overline{T}_{j-1}^{(m)}}{\Delta z_m} + \int_{z_{j-1/2}^{(m)}}^{z_{j+1/2}^{(m)}} q_m(z) dz) \quad (9).$$

разностное уравнение для  
левой границы:

$$k_1 (T_c - \overline{T}_1^{(1)}) + \lambda_1 \frac{\overline{T}_2^{(1)} - \overline{T}_1^{(1)}}{\Delta z_1} + \int_0^{\Delta z_1/2} q_1(z) dz = c_1 p_1 \frac{\overline{T}_1^{(1)} - T_1^{(1)}}{\Delta t} \cdot \frac{\Delta z_1}{2} \quad (10).$$

Для элементарной ячейки, содержащей узел, принадлежащий границе слоев,

разностное уравнение имеет вид

$$\begin{aligned} & \lambda_{m-1} \frac{\overline{T}_{N_m-1}^{(m-1)} - \overline{T}_{N_m}^{(m-1)}}{\Delta z_{m-1}} - \lambda_m \frac{\overline{T}_1^{(m)} - \overline{T}_2^{(m)}}{\Delta z_m} + \int_{h_{m-1}-\Delta z_{m-1}/2}^{h_{m-1}} q_{m-1}(z) dz + \int_{h_{m-1}}^{h_{m-1}+\Delta z_m/2} q_m(z) dz = \\ & = c_{m-1} p_{m-1} \frac{\overline{T}_{N_m}^{(m-1)} - T_{N_m}^{(m-1)}}{\Delta t} \cdot \frac{\Delta z_{m-1}}{2} + c_m p_m \frac{\overline{T}_1^{(m)} - T_1^{(m)}}{\Delta t} \cdot \frac{\Delta z_m}{2} \quad m=2,3 \end{aligned} \quad (11).$$

Записав уравнение теплового баланса для элементарной ячейки  $[h'_3, h'_3 - \Delta z_3 / 2]$  (12).

прилегающей к правой левой границе области, получим разностное уравнение для правой границы:

$$k_3(T_c - \overline{T}_{N_3}^{(3)}) + \lambda_3 \frac{\overline{T}_{N_3}^{(3)} - \overline{T}_{N_3-1}^{(3)}}{\Delta z_3} + \int_{h'_3 - \Delta z_3 / 2}^{h'_3} q_3(z) dz = c_3 p_3 \frac{\overline{T}_{N_3}^{(3)} - T_{N_3}^{(3)}}{\Delta t} \cdot \frac{\Delta z_3}{2} \quad (13).$$

Начальные условия записываются в виде

$$T_j^{(1)} = T_j^{(2)} = T_j^{(3)} = T_0$$

# Распределение температуры в трехслойной структуре (Время нагрева 5 минут)

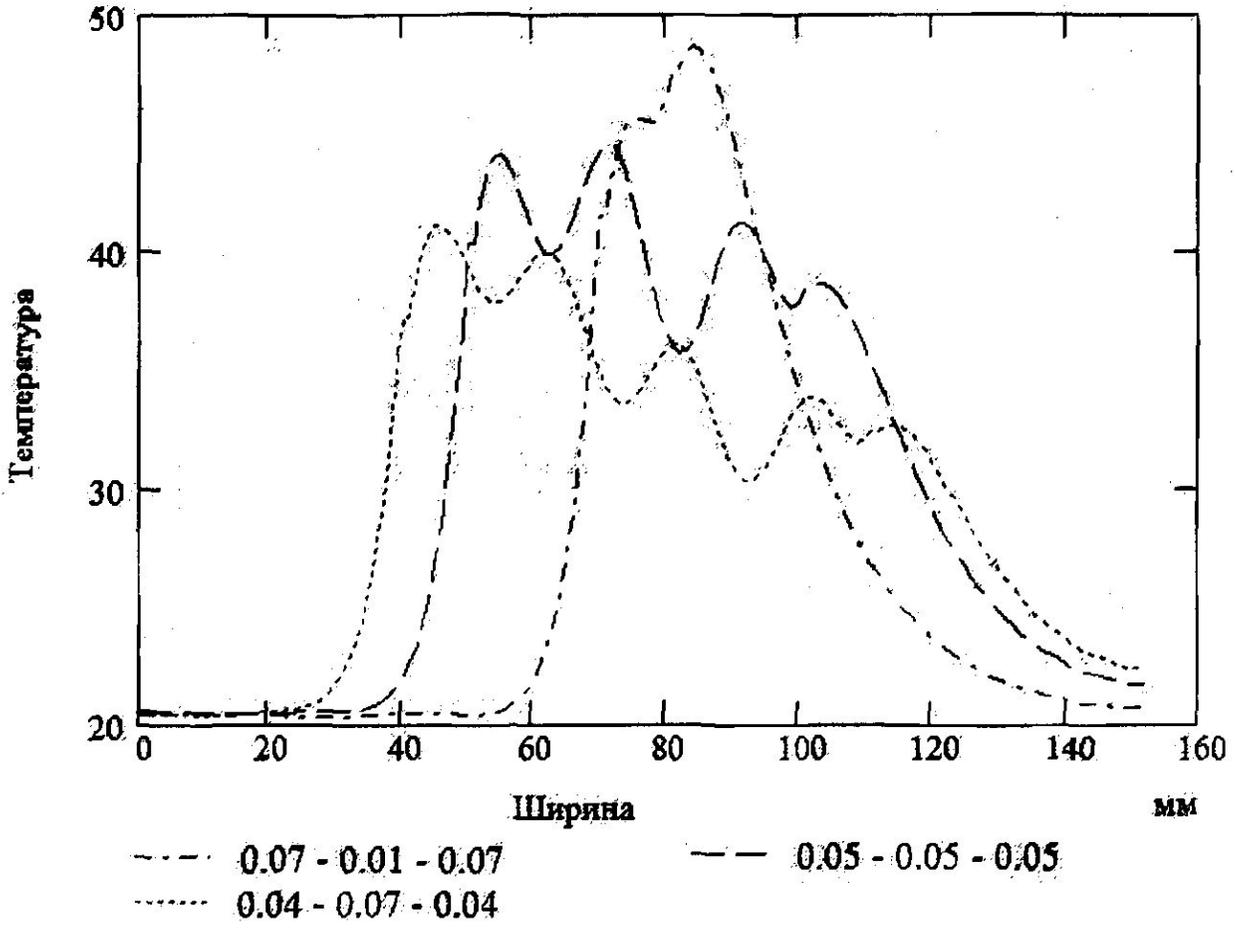


График 1.

## Распределение температуры в трехслойной структуре (Время нагрева 10 минут)

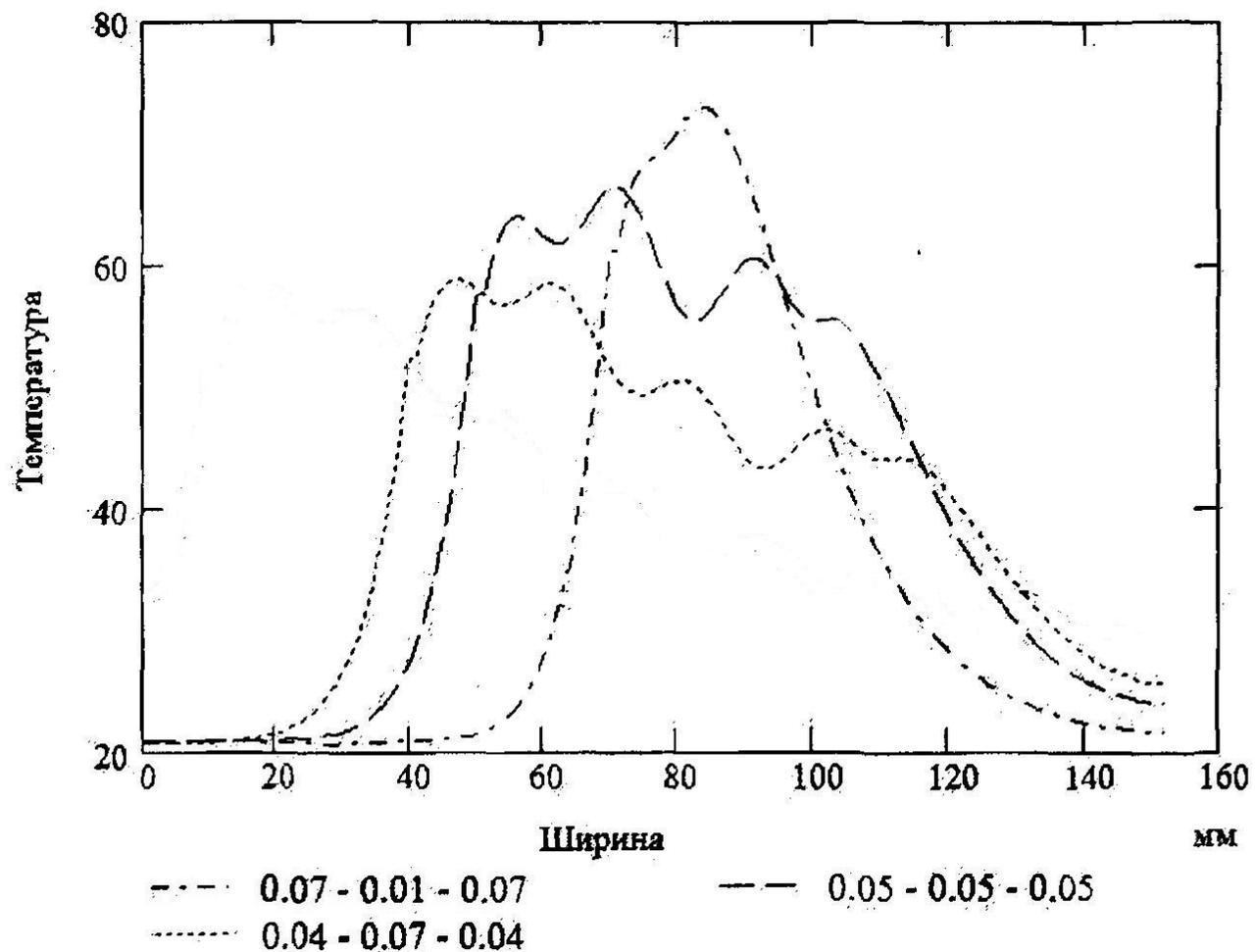


График 2.

# Заключение.

Построена и исследована численным методом математическая модель СВЧ нагрева многослойных диэлектриков.

Получены распределения температуры в трехслойной структуре через 5 и 10 минут после начала СВЧ воздействия