



# ***ЛЕКЦИЯ 2***

# ***ВОЛНЫ***

# Волны

**Волной** называется распространение колебаний в пространстве

Виды волн:

1- Механические (упругие, звуковые)- распространение механических колебаний в упругой среде.

2- электромагнитные волны- распространение электромагнитного поля в пространстве.

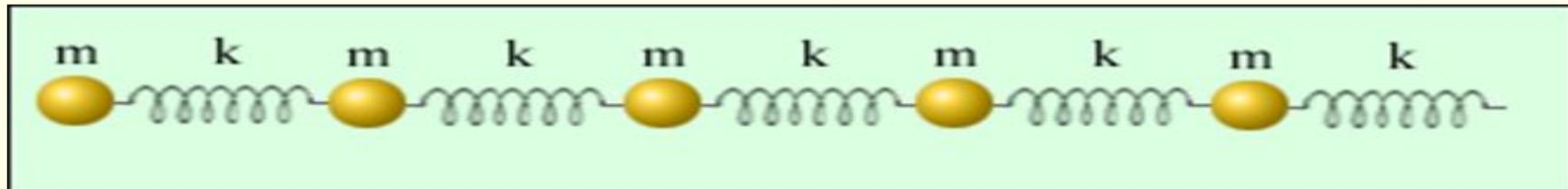
# 1. Механические волны

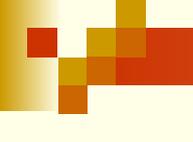
**Источник механических волн** – тело, совершающее колебательное движение, находясь в упругой среде.

Упругая среда, в которой распространяются механические волны, это \_ - воздух, вода, дерево металлы и др.

Для механических волн обязательно нужна среда, обладающая способностью запасать кинетическую и потенциальную энергию. Следовательно, среда должна обладать инертными и упругими свойствами. В реальных средах эти свойства распределены по всему объему.

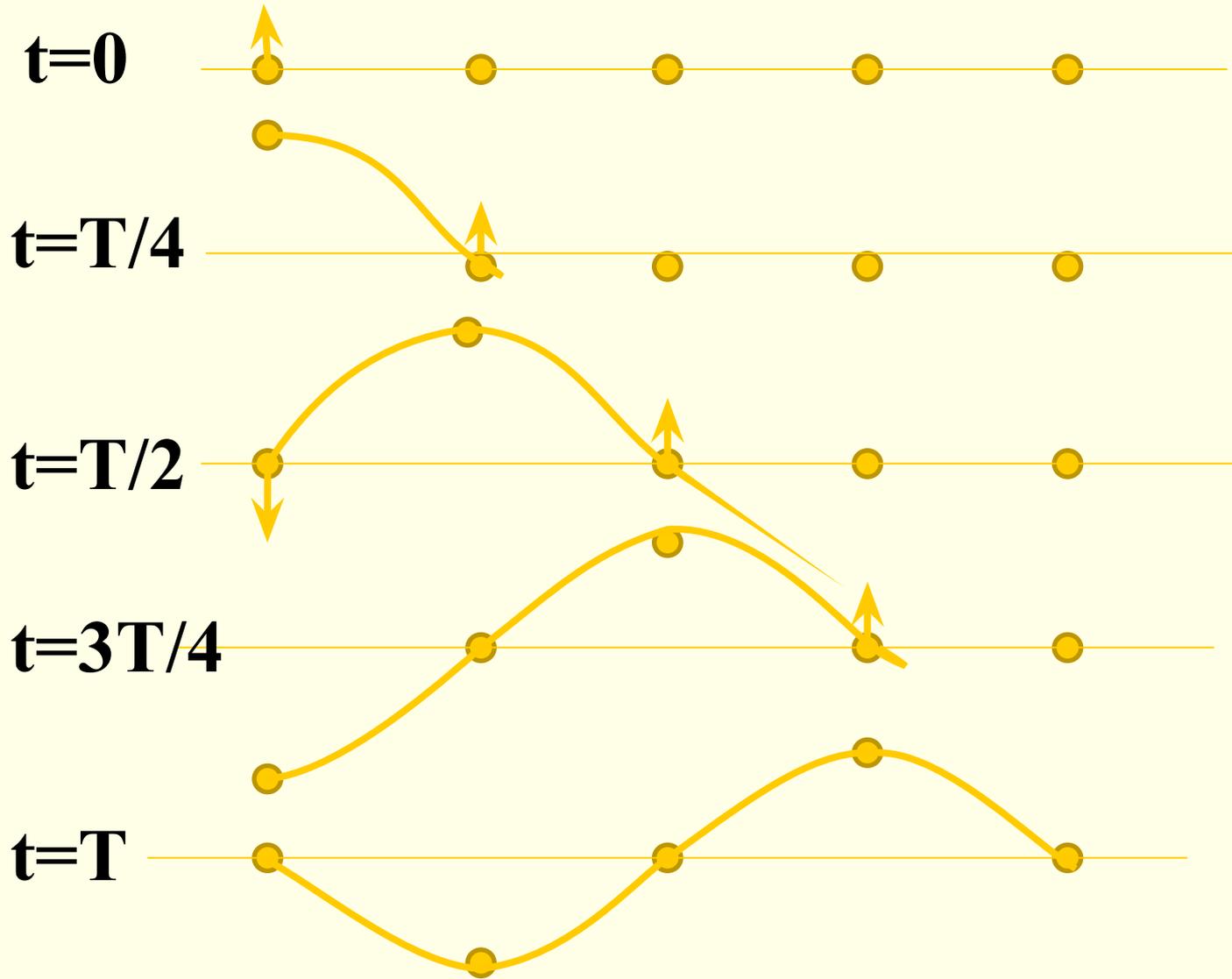
- Любой малый элемент твердого тела обладает массой и упругостью. В простейшей одномерной модели твердое тело можно представить как совокупность шариков и пружинок.
- Частички упругой среды связаны между собой, они совершают колебания около своих положений равновесия, эти отклонения передаются соседним частицам, т.е. переноса вещества не происходит, а импульс и энергия передаются от одной частицы соседним.



- 
- Частички среды совершают такие же колебания что и источник, но в другой фазе.
  - Волна переносит энергию, но не переносит вещество.
  - Волна распространяется с конечной скоростью.

*Волновой процесс есть процесс переноса энергии и импульса в пространстве без переноса массы*

# Волны в упругой среде



$$u = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$$

## ***Волны можно классифицировать по разным признакам:***

### **1. По направлению колебаний частиц среды.**

***Поперечные волны*** – волны, в которых частицы среды колеблются в направлении перпендикулярном к направлению распространения волны. Возникают там, где есть деформация сдвига - в твердых телах и на границе раздела двух разных фаз. Скорость упругих волн зависит от механических свойств среды: плотности вещества  $\rho$  и модуля сдвига  $G$ .

Скорость поперечной волны в неограниченных изотропных твердых телах определяется формулой

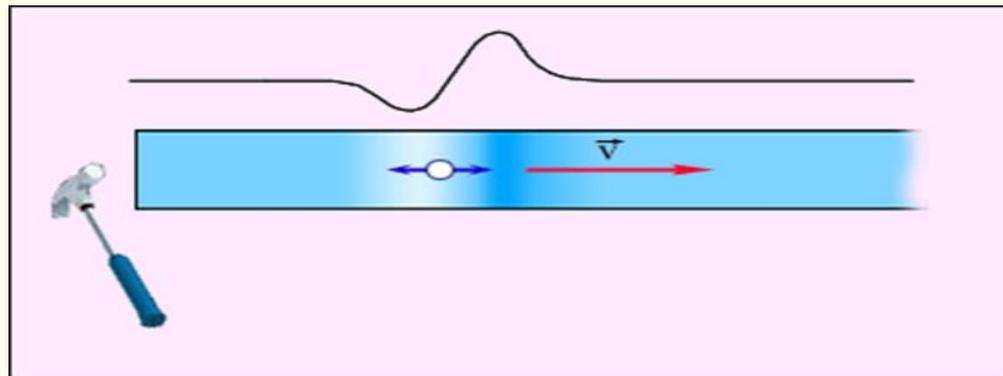
$$u = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$$

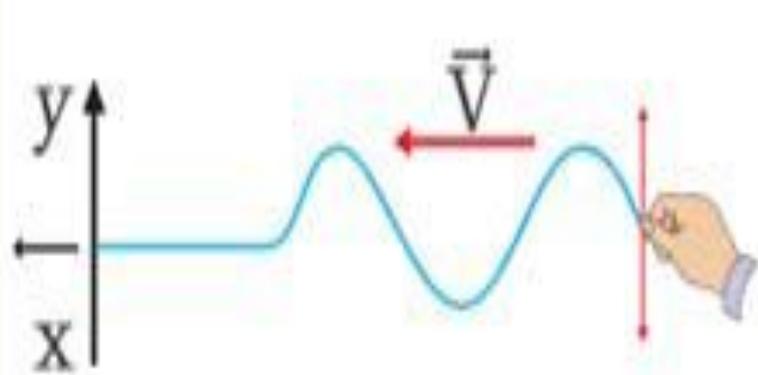
*Продольные волны* – частички среды колеблются вдоль направления распространения волны. Распространяются в твердых, жидких и газообразных средах.

Скорость продольной волны в тонком стержне , где  $E$ - модуль упругости.

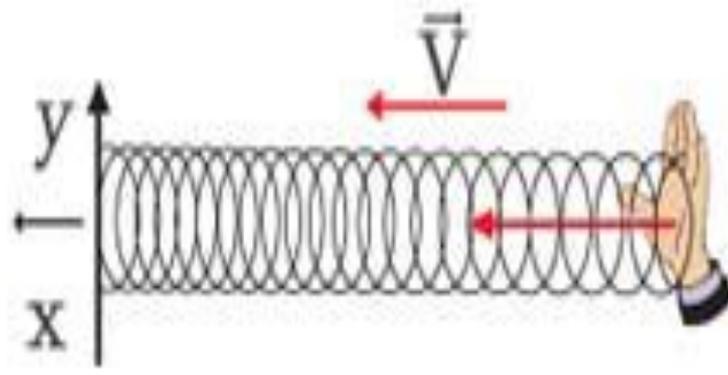
$$u = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

Если стальной стержень ударить в торец молотком, то в нём начнёт распространяться упругая деформация. По поверхности стержня побежит поперечная волна, а внутри него будет распространяться волна продольная ( сжатия и разрежения среды)



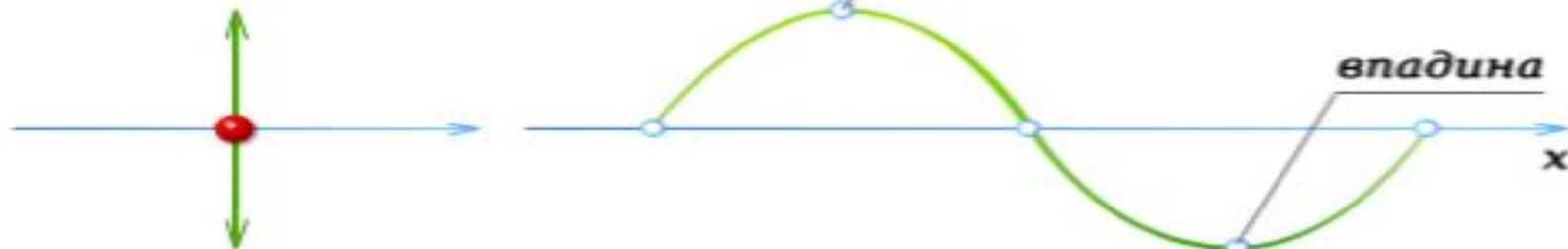


Поперечные волны

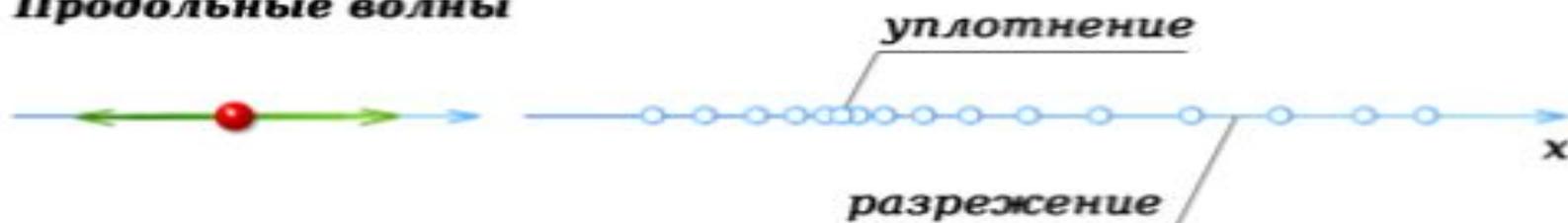


Продольные волны

**Поперечные волны**



**Продольные волны**



- В жидкостях или газах деформация сопровождается уплотнением или разрежением.
- **Продольные механические волны могут распространяться в любых средах – твердых, жидких и газообразных.**
- В жидкостях и газах упругая деформация сдвига не возникает. Если один слой жидкости или газа сместить на некоторое расстояние относительно соседнего слоя, то никаких касательных сил на границе между слоями не появляется. Силы, действующие на границе жидкости и твердого тела, а также силы между соседними слоями жидкости всегда направлены по нормали к границе – это силы давления. То же относится к газообразной среде. Следовательно, **поперечные волны не могут существовать в жидкой или газообразной средах.**

2. **По форме волновой поверхности** - сферические и плоские, цилиндрические и пр. На большом расстоянии от источника небольшие участки волновой поверхности можно считать плоскими для любых волн.

**Волновая поверхность** – геометрическое место точек, колеблющихся в одинаковых фазах. На волновой поверхности фазы колеблющихся точек в рассматриваемый момент времени имеют одно и то же значение.

**Фронт волны** – это геометрическое место точек, до которых к данному моменту дошло колебание (возмущение среды).

**Луч** – прямая линия нормальная к волновой поверхности. В сферической волне лучи направлены вдоль радиусов сфер от центра, где расположен источник волн.

В плоской волне лучи направлены перпендикулярно к поверхности фронта

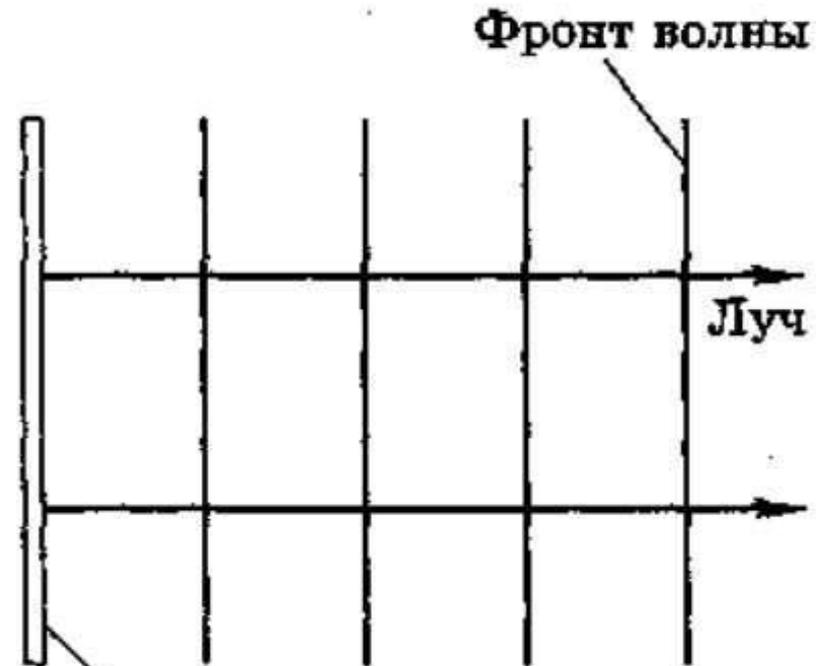
**Сферической** называется волна, у которой фронт имеет форму сферы.

# Сферическая волна



Луч — направление переноса энергии

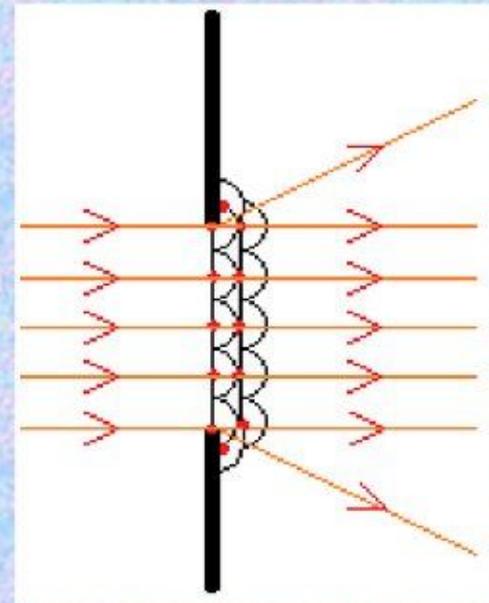
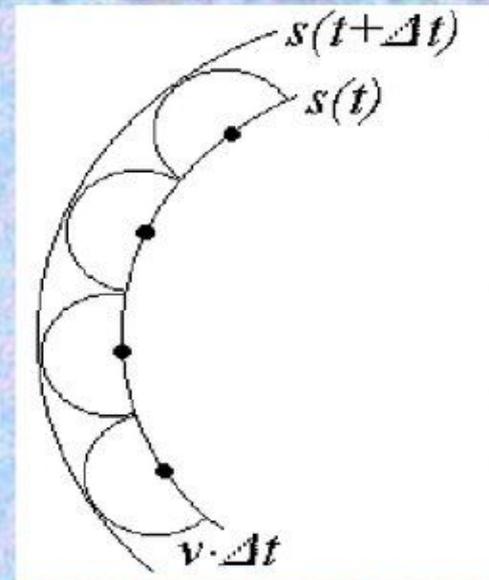
# Плоская волна



Источник плоской волны

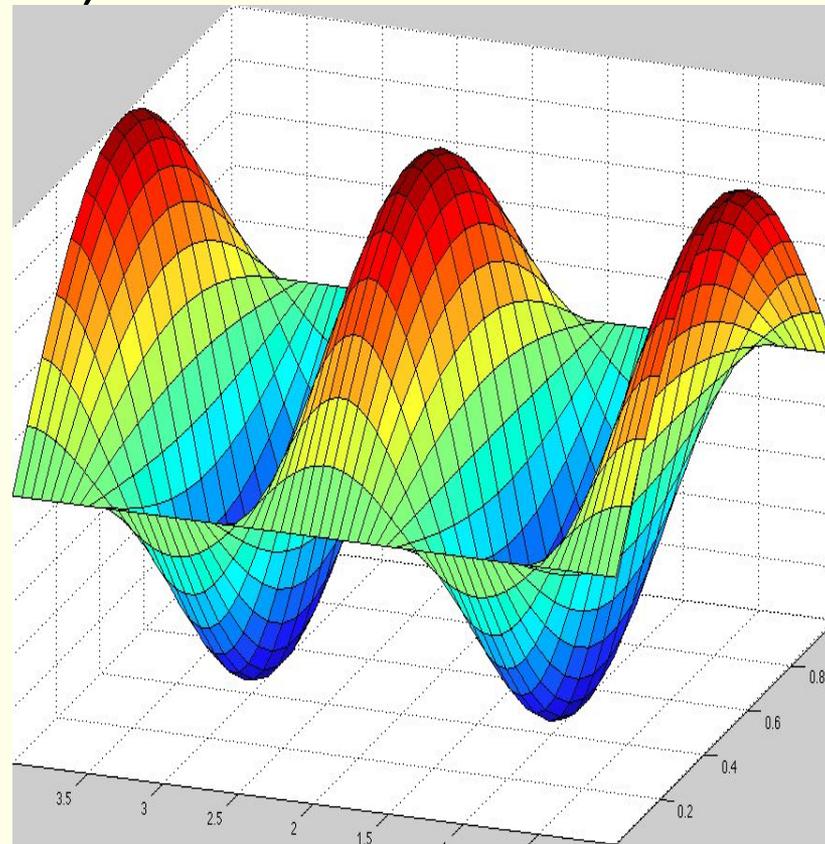
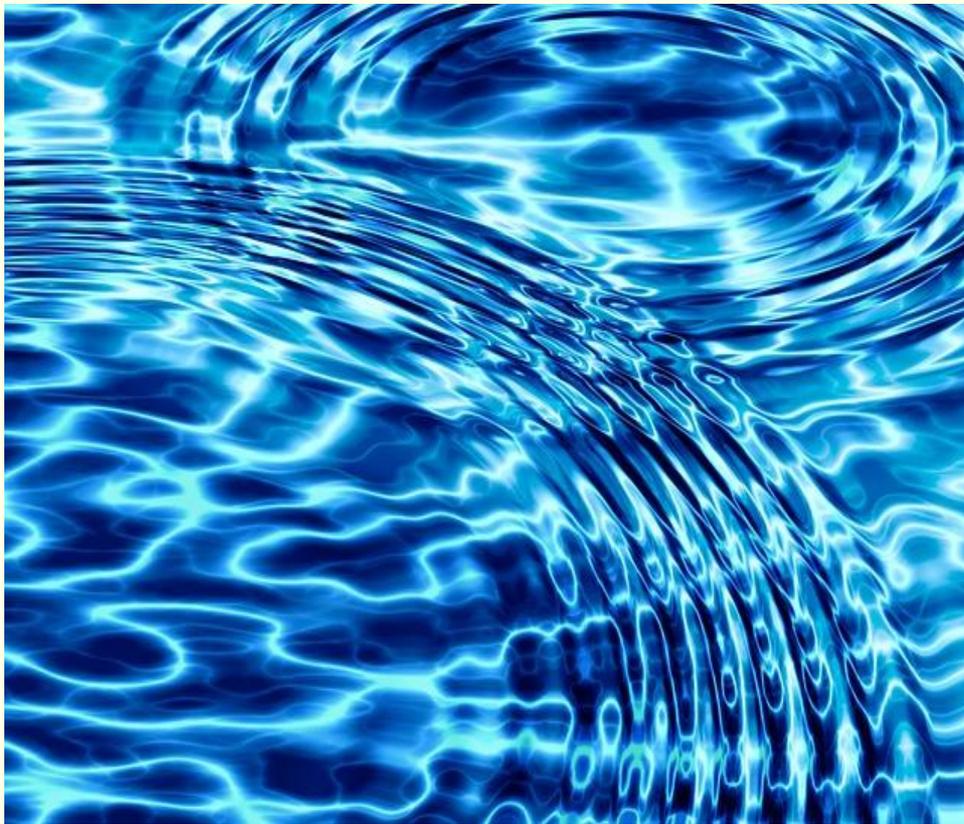
# ПРИНЦИП ГЮЙГЕНСА-ФРЕНЕЛЯ:

- Каждая точка среды, до которой дошел волновой фронт, является источником вторичной волны.
- В однородной изотропной среде вторичные волны сферические.
- Положение волнового фронта через некоторый промежуток времени  $\Delta t$  совпадает с поверхностью, огибающей все вторичные волны.



Принцип Гюйгенса-Френеля – это геометрический способ построения волновых поверхностей.

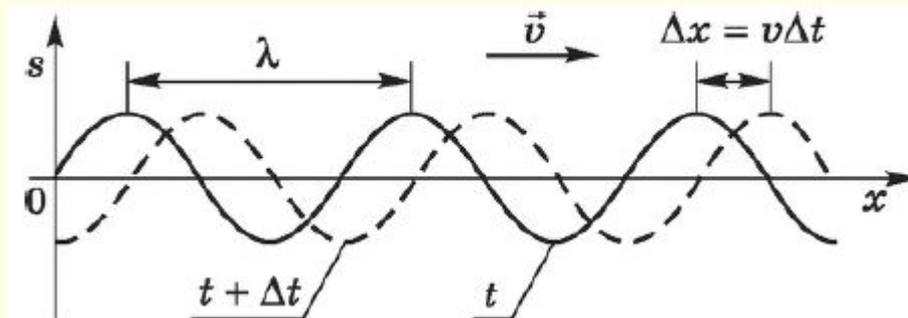
3. По характеру распространения- линейные (одномерные), поверхностные (двумерные), пространственные (трехмерные).



4. По переносу энергии – волна бегущая, стоячая.

# Общие сведения о волнах

Несмотря на различную природу, механические и электромагнитные волны, как и колебания, подчиняются общим для них математическим закономерностям.

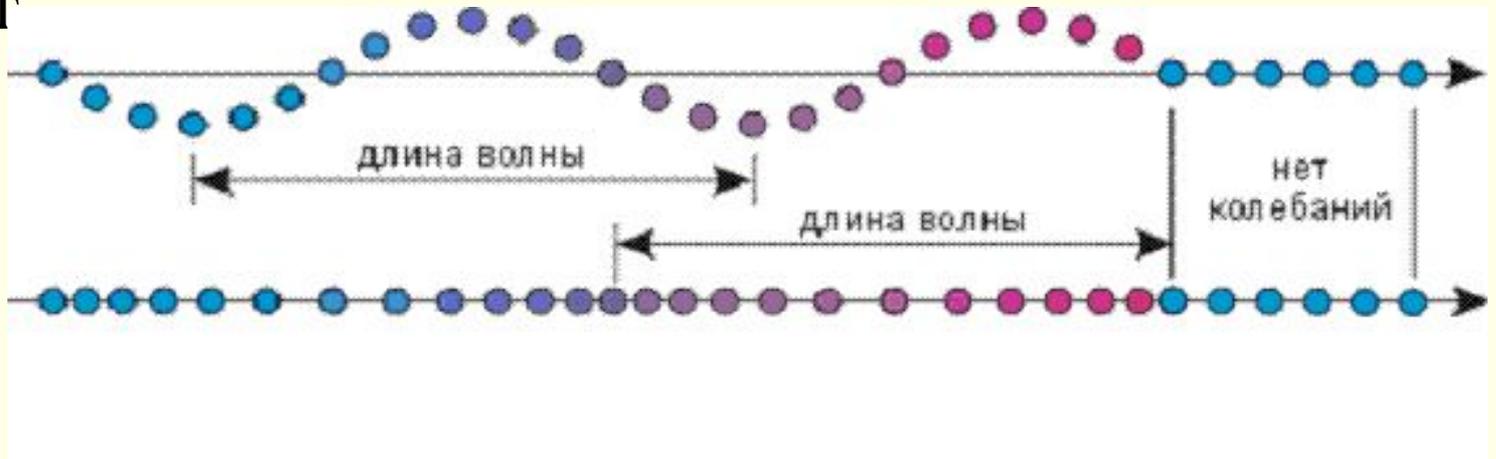


$\lambda$  - расстояние, на которое за время, равное периоду колебания  $T$ , распространяется колебание - длина волны

$$\lambda = vT = v/\nu = 2\pi v/\omega. \quad (2.1)$$

Здесь  $v$  - скорость волны,  $T$  - период колебаний,  $\nu$  - частота колебаний точек среды,  $\omega$  - циклическая частота.

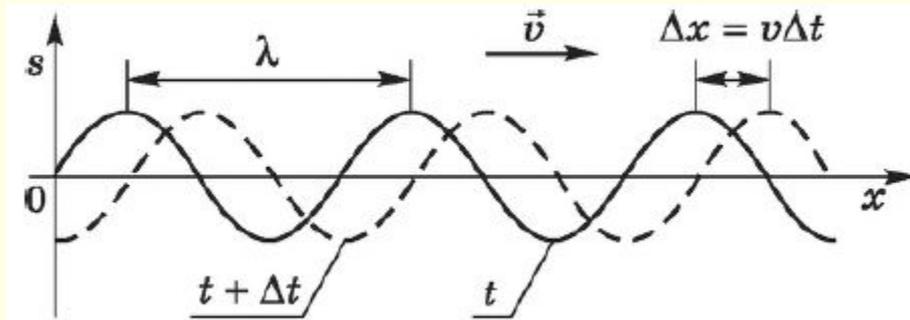
Длину волны можно определить и как расстояние между ближайшими точками, фазы колебаний в которых совпадают



Для характеристики волн, кроме длины волны, вводится *циклическое волновое число*  $k$ . Циклическое волновое число показывает, какому изменению фазы соответствует расстояние, равное единице длины в данной среде (показывает, чему равна разность фаз колебаний в точках, находящихся на расстоянии 1 м друг от друга в данной среде):  $k = \frac{\Delta\varphi}{\Delta r}$ .

Расстоянию  $\Delta r = \lambda$  соответствует разность фаз колебаний  $\Delta\varphi = 2\pi$ , поэтому циклическое волновое число связано с длиной волны соотношением  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ .

# БЕГУЩАЯ ВОЛНА



Пусть волна распространяется в направлении  $x$  в непоглощающей среде

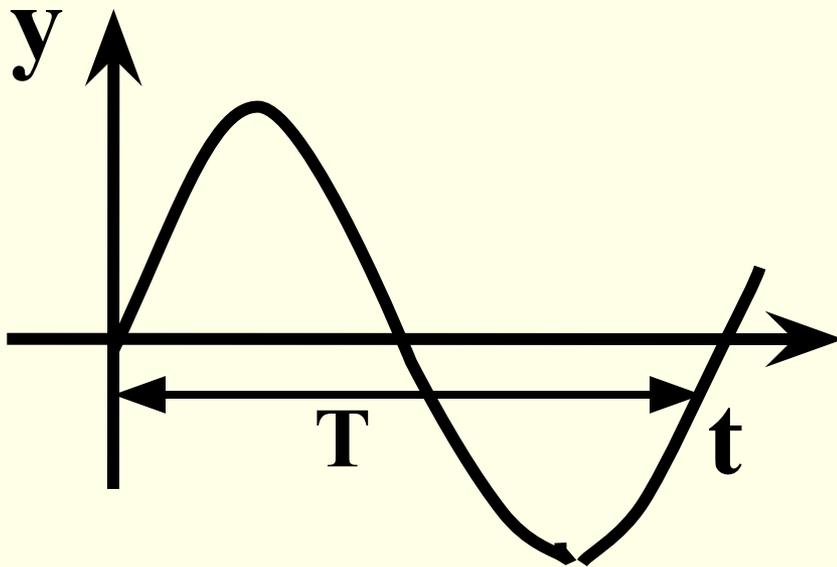
$$\Psi_0 = A \sin(\omega t + \varphi_0) \quad \tau = x/v$$
$$\Psi_M = A \sin \omega(t - \tau) = A \sin \left( \frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x}{T \cdot v} \right)$$
$$\lambda = v \cdot T; \quad \omega = 2\pi/T.$$

$$\Psi = A \sin(\omega t - kx), \text{ где } k = 2\pi/\lambda$$

Таким образом,  $\Psi = A \sin(\omega t - kx)$ - это уравнение плоской продольной (или поперечной) бегущей волны, распространяющейся в непоглощающей среде.

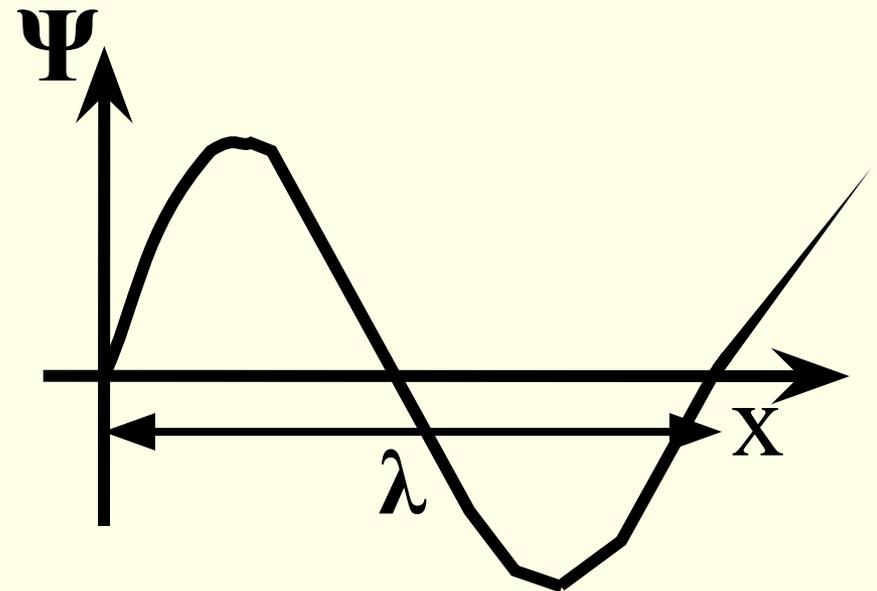
$$y = A \sin \omega t$$

$y = f(t)$  – смещение при колебании одной точки, находящейся на расстоянии  $x$  от источника в любой момент времени.



$$\Psi = A \sin(\omega t - kx)$$

$\Psi = f(x)$  – положение всех точек волны в данный момент времени (мгновенная фотография волны)



$\Psi$  – смещение точки, участвующей в волновом процессе, от положения равновесия;

$\varphi = (\omega t - kx)$  - фаза волны

$k = 2\pi/\lambda$  - волновое число, показывает, чему равна разность фаз точек, находящихся на расстоянии 1 м.

( $k$  равно числу длин волн на отрезке  $2\pi$  м).

$x$  - расстояние от источника до рассматриваемой точки волны.

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = 2\pi = \omega(t - x/v) - \omega[t - (x + \lambda)/v] = (\omega \lambda)/v$$
$$2\pi = 2\pi/T * \lambda/v \quad \lambda = vT$$

*Для волны с данной  $\lambda$   
при переходе из среды в среду  
сохраняется  $\omega$ ,  $T$ ,  $\nu$ ,  
но изменяется –  $\lambda$ ,  $k$ ,  $v$*

# ВОЛНОВОЕ УРАВНЕНИЕ

*Распространение волн* в однородной среде в общем случае *описывается волновым уравнением* – дифференциальным уравнением в частных производных

$$\partial^2\Psi/\partial x^2 + \partial^2\Psi/\partial y^2 + \partial^2\Psi/\partial z^2 = 1/v^2 * \partial^2\Psi/\partial t^2$$

*Решением волнового уравнения является уравнение любой волны*, например плоской  $\Psi = A\sin(\omega t - kx - ky - kz)$

Сферической  $\Psi = A/r \sin(\omega t - kr)$

*Для плоской волны*, распространяющейся вдоль оси  $x$ , волновое уравнение упрощается:  $\partial^2\Psi/\partial x^2 = 1/v^2 * \partial^2\Psi/\partial t^2$

*Решение* этого уравнения  $\Psi = A\sin(\omega t - kx)$

## Фазовая скорость

– это скорость распространения фазы волны.

$$d\Psi / dt = v$$

– скорость распространения фазы есть скорость распространения волны. Для синусоидальной волны скорость переноса энергии равна фазовой скорости.

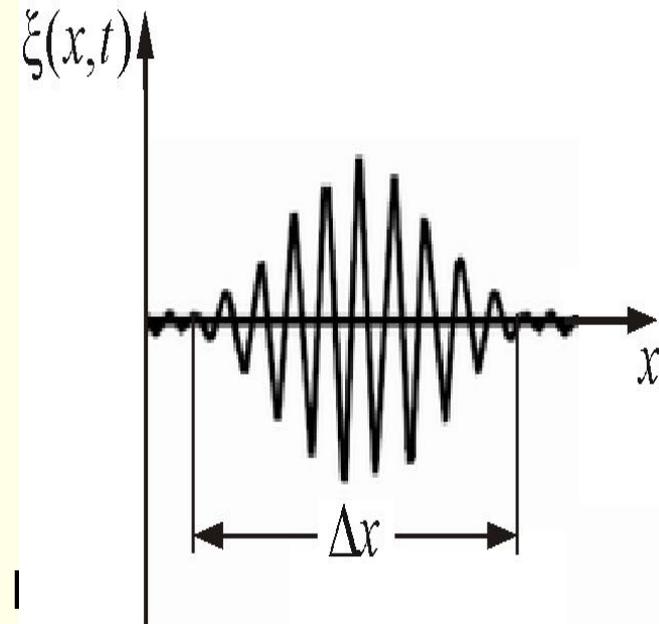
Принцип суперпозиции (наложения волн): при распространении в среде нескольких волн, каждая из них распространяется так, как будто другие волны отсутствуют, а результирующее смещение частицы среды равно геометрической сумме смещений частиц

## Волновой пакет

– Суперпозиция волн, мало отличающихся друг от друга по частоте, называется **волновым пакетом** или группой волн.

– Скорость, перемещения центра (точка с максимальным значением  $A$ ), называется **групповой скоростью**  $U$ .

– Скорость перемещения пакета и совпадает с фазовой скоростью  $u$ , если нет зависимости в среде фазовой скорости от частоты (недиспергирующая среда).



За скорость распространения волнового пакета принимают скорость максимума амплитуды, т.е. центра пакета:

$v = \omega/k$  - фазовая скорость

$u = dx/dt = d\omega/dk$  - групповая скорость

Связь между групповой и фазовой скоростью в общем :

$$u = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda}$$

**С учетом того, что в недиспергирующей среде  $dv/d\lambda = 0$ , получим  $u = v$ .**

# ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ВОЛН

**1. Поток энергии** – количество энергии, переносимое волной за единицу времени через некоторую поверхность

$$\Phi = \frac{dW}{dt} \quad (\text{Вт})$$

**2. Объемная плотность энергии** - энергия, приходящаяся на единицу объема

$$w = \frac{dW}{dV} = \rho A^2 \omega^2 \cos^2(\omega t - kx) \quad w_{cp} = \frac{1}{2} \rho A^2 \omega^2$$

**3. Плотность потока энергии** - энергия, переносимая волной через единичную площадку за единицу времени

$j = d\Phi/dS$ ,  $\mathbf{j} = w \mathbf{v}$  – вектор Умова, или вектор плотности

потока энергии – энергия, переносимая волной через единичную площадку за единицу времени

**4. Интенсивность волны** – среднее по времени значение плотности потока энергии

$$I = j_{\text{ср}} = 1/2 \rho A^2 \omega^2 v$$

# Энергия волны

Упругая среда, в которой распространяются механические волны, обладает *кинетической энергией колеблющихся частиц  $W_k$*  и *потенциальной энергией деформации среды  $W_n$* .

Пусть в некоторой среде распространяется плоская продольная волна в направлении оси  $x$ .

$$\Psi = A \sin(\omega t - kx).$$

Объемная плотность энергии механической волны складывается из объемной плотности потенциальной и кинетической энергии.  $w = w_n + w_k$ ,  $dm = \rho dV$ ,  $W_k = mv^2/2$   
 $dW_k = dm/2(d\Psi/dt)^2 = \rho dV/2(d\Psi/dt)^2 =$   
 $= 1/2 \rho A^2 \cos^2(\omega t - kx) \omega^2 dV.$

$$w_k = dW_k / dV = 1/2 \rho A^2 \cos^2(\omega t - kx) \omega^2.$$

Относительная деформация  $\varepsilon = d\Psi/dx = Ak \cos(\omega t - kx)$ ,  
 где  $E$  - модуль Юнга,  $v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$   $E = v^2 \rho$

$$W_{\Pi} = E\varepsilon^2/2 \quad dW_{\Pi} = E\varepsilon^2/2 dV = v^2\rho/2 (d\Psi/dx)^2 dV =$$

$$= 1/2 \rho v^2 A^2 k^2 \cos^2(\omega t - kx) dV. = 1/2 \rho \omega^2 A^2 \cos^2(\omega t - kx) dV.$$

$$w_n = dW_{\Pi} / dV = 1/2 \rho A^2 \omega^2 \cos^2(\omega t - kx)$$

$$w = w_n + w_k = \rho A^2 \omega^2 \cos^2(\omega t - kx),$$

$W_{\Pi}$  – потенциальная энергия упругой деформации среды.  
 $W_k$  – кинетическая энергия частиц среды, которые  
 приходят в движение под действием упругой волны.

*Максимумы потенциальной энергии  
приходятся на те же области, где  
максимальна кинетическая энергия.  
Это особенность бегущих волн.*

Интенсивность упругой волны равна

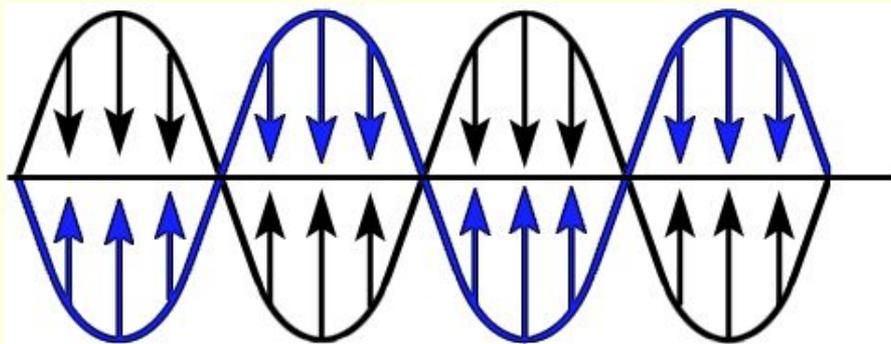
$$J = dW/dSdt = \rho^2 A^2 \omega^2 \cos^2(\omega t - kx) v = \omega v$$

*т.е.  $J$  пропорциональна  $A^2$*

# Стоячая волна

Если рассматривать **бегущую волну**, то в направлении ее распространения **переносится энергия** колебательного движения.

**В случае же стоячей волны переноса энергии нет**, т.к. падающая и отраженная волны одинаковой амплитуды несут одинаковую энергию в противоположных направлениях.



■ *Интерференцией* называется явление наложения когерентных волн, при котором происходит перераспределение энергии колебаний в пространстве, в результате чего в одних его точках наблюдается усиление, а в других – ослабление колебаний.

■ *Когерентными* называются колебания, у которых:

- ✓ частоты одинаковые;
- ✓ колебания происходят вдоль одного направления;
- ✓ разность фаз колебаний постоянна во времени.

*Дифракция волн* – огибание волнами препятствий, соизмеримых с длиной волны.

*Интерференция волн. Стоячие волны*

Важным случаем интерференции волн является наложение двух плоских бегущих волн одинаковой частоты, распространяющихся в противоположных направлениях (например, падающей и отраженной волн), приводящее к образованию стоячей волны.

Пусть уравнения бегущих волн имеют вид:

$$\Psi_1 = A_0 \sin(\omega t - kx), \quad \Psi_2 = A_0 \sin(\omega t + kx).$$

Суммарное отклонение  $\Psi$  от  $t$  в точке с координатой  $x$  будет равно сумме  $\Psi_1$  и  $\Psi_2$ :

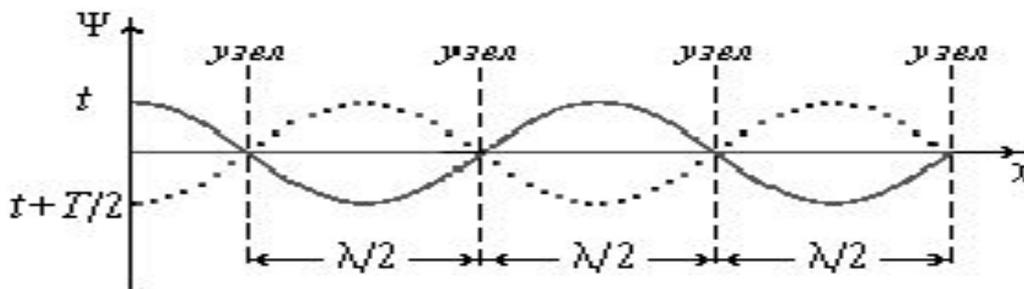
По формуле суммы косинусов получим уравнение

$$\Psi = 2A_0 \cos kx \cdot \sin \omega t,$$

которое является уравнением стоячей волны.

Модуль произведения  $2A_0 \cos kx$  является амплитудой  $A$  колебаний в стоячей волне:

$$A = |2A_0 \cos kx|.$$



В точках, координаты которых удовлетворяют условию

$$2\pi \frac{x}{\lambda} = \pm n\pi$$

$$(n = 0, 1, 2, \dots)$$

$$A_{\text{ст}} = 2A$$

амплитуда колебаний достигает максимального значения.

Эти точки называются *пучностями* стоячей волны.

$$x_{\text{пучн}} = \pm n \frac{\lambda}{2}$$

$$(n = 0, 1, 2, \dots)$$

В точках, координаты которых удовлетворяют условию

$$2\pi \frac{x}{\lambda} = \pm(n + \frac{1}{2})\pi \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

амплитуда колебаний обращается в нуль ( $A_{ст} = 0$ ). Эти точки называются *узлами* стоячей волны. Точки среды, находящиеся в узлах, колебаний не совершают.

Координаты узлов имеют значения:

$$x_{узн} = \pm(n + \frac{1}{2}) \frac{\lambda}{2} \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

Расстояние между двумя соседними пучностями и двумя соседними узлами одинаково и равно  $\lambda / 2$ .

Пучности и узлы сдвинуты друг относительно друга на  $\lambda / 4$ . точки, лежащие по разные стороны от узла, колеблются в противофазе.  $\Delta\varphi = \pi$



Все точки, заключенные между двумя соседними узлами, колеблются синфазно (т.е. в одинаковой фазе).  $\Delta\varphi = 2\pi$ .

Стоячая волна не переносит энергию. Дважды за период происходит превращение энергии стоячей волны то полностью в потенциальную, сосредоточенную вблизи узлов волны, то полностью в кинетическую, сосредоточенную в основном вблизи пучностей волны.

В результате происходит переход энергии от каждого узла к соседним пучностям и обратно. Средний по времени поток энергии в любом сечении волны равен нулю.

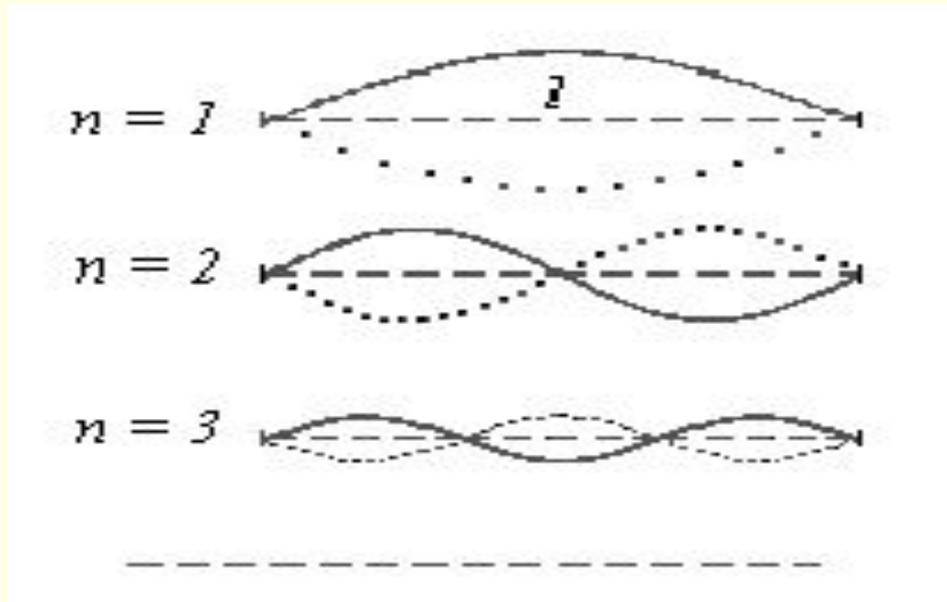
# Собственные колебания сплошной ограниченной среды

Ограниченная среда- ( струна с закрепленными концами, стержень, труба с воздухом)- представляют собой колебательную систему с распределенными параметрами.

В случае свободных колебаний в них устанавливаются стоячие волны со вполне определенными значениями

$\lambda$  и  $\nu$ , поскольку *среда заданных размеров может резонансно воспринимать колебательную энергию не при всех значениях частот внешнего воздействия, а лишь заданного набора дискретных частот*, которые называют *собственными частотами свободных колебаний системы*.

# Колебания струны



В закрепленной с обоих концов натянутой струне при возбуждении поперечных колебаний устанавливаются стоячие волны, причем в местах закрепления струны должны располагаться узлы.

Отсюда вытекает условие  
где  $l$  - длина струны.

$$l = n \frac{\lambda}{2}$$

$$\lambda_n = \frac{2l}{n}$$

$$(n = 1, 2, 3, \dots)$$

\*

Этим длинам волны соответствуют частоты, которые

$$\nu_n = \frac{v}{\lambda_n} = \frac{v}{2l} n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

Называются *собственными частотами* струны

Собственные частоты являются кратными частоте ,  
которая называется *основной частотой* ( $n=1$ ).

Гармонические колебания с частотами  
 $\nu_n$  называются *собственными* или *нормальными колебаниями*. Их называют также *гармониками*. В общем случае колебание струны представляет собой наложение различных гармоник.

# Спектр собственных частот колебаний

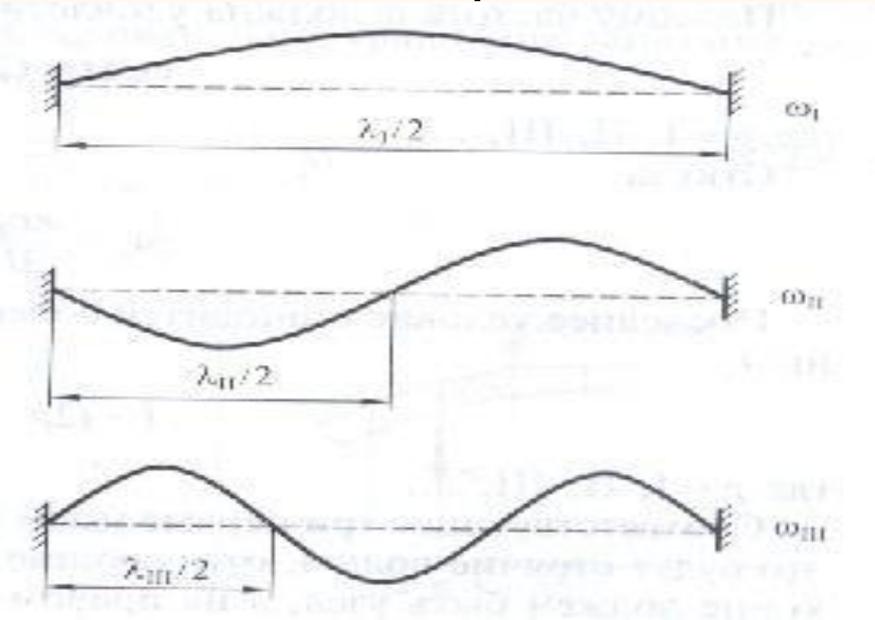
Уравнение стоячей волны в струне с закрепленными концами

$$\xi_{\text{ст}}(x,t) = 2A \sin(kx) \sin(\omega t).$$

На концах струны – узлы. Граничные условия:  $\xi(0) = \xi(l) = 0$ ; получается дискретный набор волновых чисел  $k_n$  и собственных (нормальных) частот  $\nu_n$  колебаний струны:

$$\sin(kl) = 0; kl = n\pi; k_n = \frac{\pi}{l}n; \nu_n = \frac{v}{2l}n; n = 1,2,3\dots$$

На длине струны  $l$  укладывается целое число половин длин волн каждой гармоники:

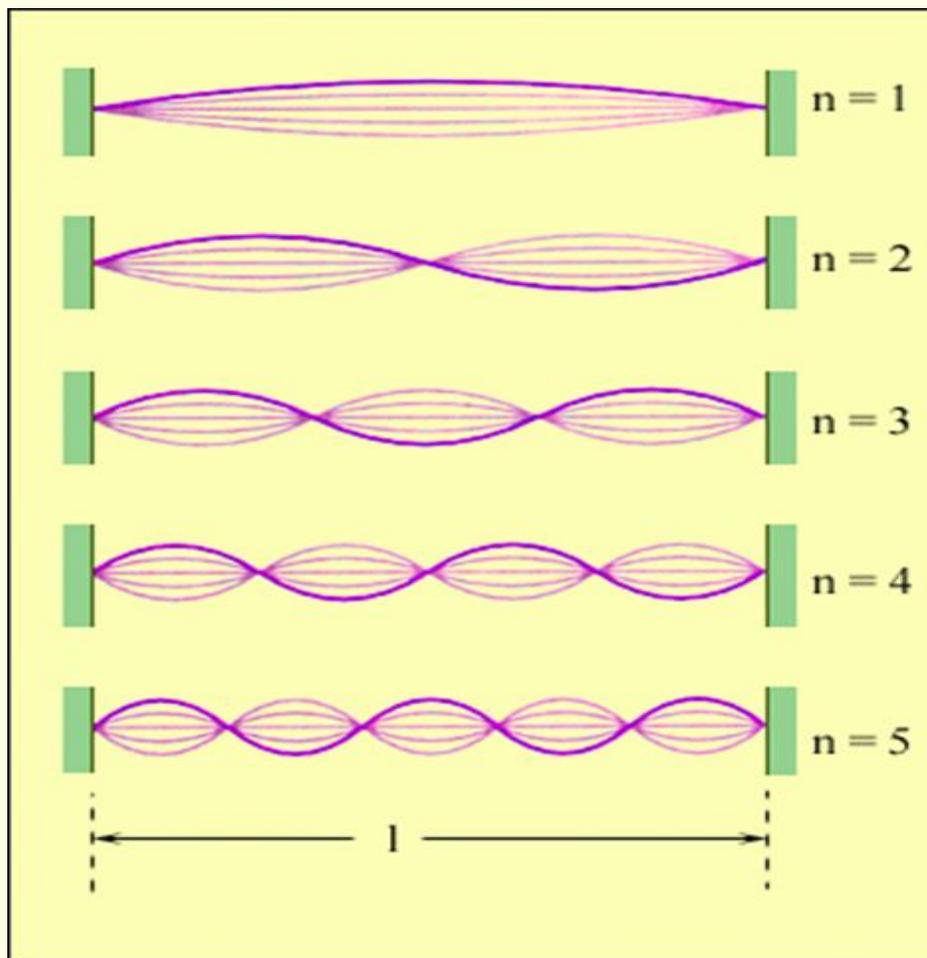


$$l = \frac{\lambda_1}{2}, \lambda_1 = 2l, \nu_1 = \frac{v}{\lambda_1} = \frac{v}{2l};$$

$$l = \frac{2\lambda_2}{2}, \lambda_2 = l, \nu_2 = \frac{v}{\lambda_2} = \frac{v}{2l} \cdot 2;$$

$$l = \frac{3\lambda_3}{2}, \lambda_3 = \frac{2l}{3}, \nu_3 = \frac{v}{\lambda_3} = \frac{v}{2l} \cdot 3;$$

$$l = \frac{n\lambda_n}{2}, \lambda_n = \frac{2l}{n}, \nu_n = \frac{v}{\lambda_n} = \frac{v}{2l}n;$$



*Первые пять нормальных частот колебаний струны, закрепленной на обоих концах*

# Энергия стоячей волны

Формула объемной плотности кинетической энергии волны для стоячей волны имеет вид

$$w_k = \frac{dW_k}{dV} = \frac{1}{2} \rho A^2 \omega^2 \sin^2 \omega t = 2\rho A_0^2 \omega^2 \cos^2 kx \sin^2 \omega t = w_{kA} \sin^2 \omega t,$$

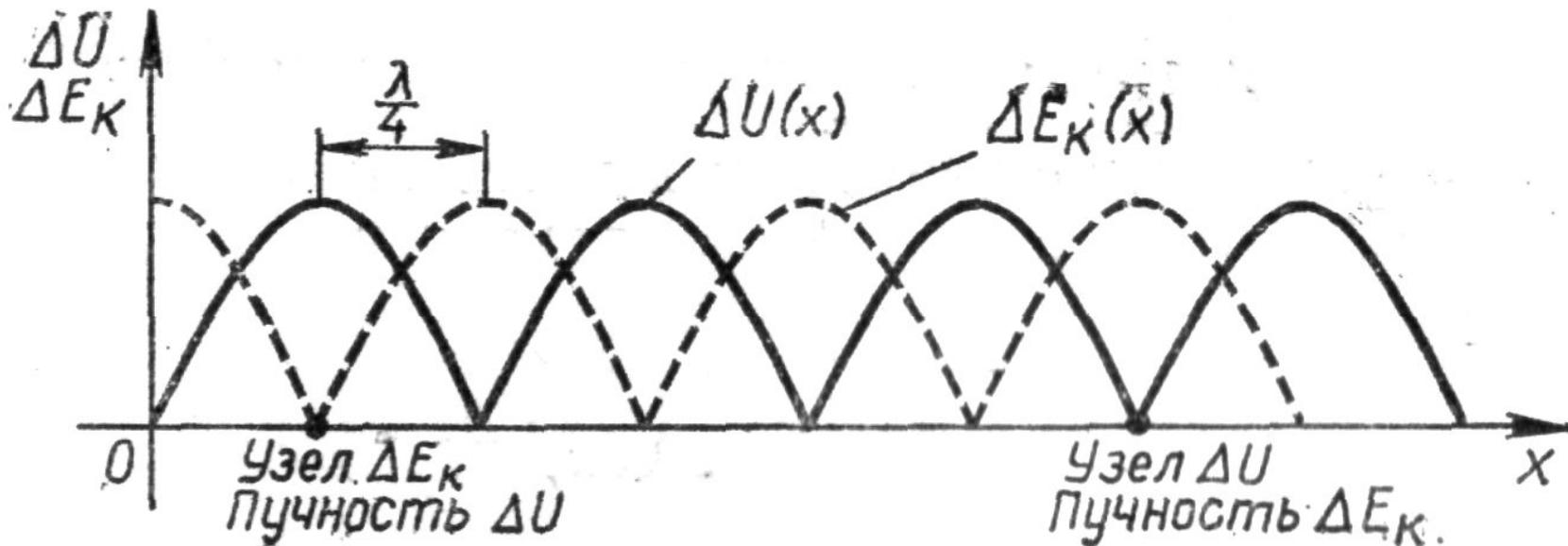
а формула объемной плотности потенциальной энергии имеет вид

$$w_\pi = \frac{dW_\pi}{dV} = \frac{1}{2} \rho A_0^2 \omega^2 \sin^2 \omega t = 2\rho A_0^2 \omega^2 \sin^2 kx \sin^2 \omega t = w_{\pi A} \sin^2 \omega t.$$

В узлах стоячей волны объемная плотность кинетической энергии узлов всегда равна нулю, также как и в пучностях объемная плотность потенциальной энергии пучности всегда равна нулю. Частицы среды между пучностью и узлом стоячей волны обладают как потенциальной, так и кинетической энергией, которые частично периодически переходят друг в друга.

Нарисуем график распределения амплитуды плотности  $W_{\Pi}$  и  $W_{\text{к}}$  энергии для стоячей волны

$$\Psi = 2A_0 \cos kx \cdot \sin \omega t,$$



В отличие от бегущих, стоячие волны не переносят энергии.

В моменты когда  $W_k = 0$ ,  $W_{II}$  достигает максимального значения, т.е.  $W_{II}$  и  $W_k$  сдвинуты на  $T/4$ .

Кинетическая энергия через  $T/4$  переходит в потенциальную и *перемещается в пространстве* на  $\lambda/4$ .

В следующие  $T/4$   $W_k$  вновь переходит в  $W_{II}$  и перемещается в пространстве на  $\lambda/4$  в противоположную сторону.

В результате происходит переход энергии от каждого узла к соседней с ним пучности и обратно.

Две бегущие волны, образующие стоячую волну, переносят ту же энергию, но в противоположном направлении, так что оба процесса взаимно компенсируются. Таким образом, средний за каждый полупериод поток энергии будет равен нулю.

Дважды за период  $W_K$  движущихся частиц переходит и  $W_{II}$  деформированных участков среды. Таким образом, стоячая волна энергию не переносит.

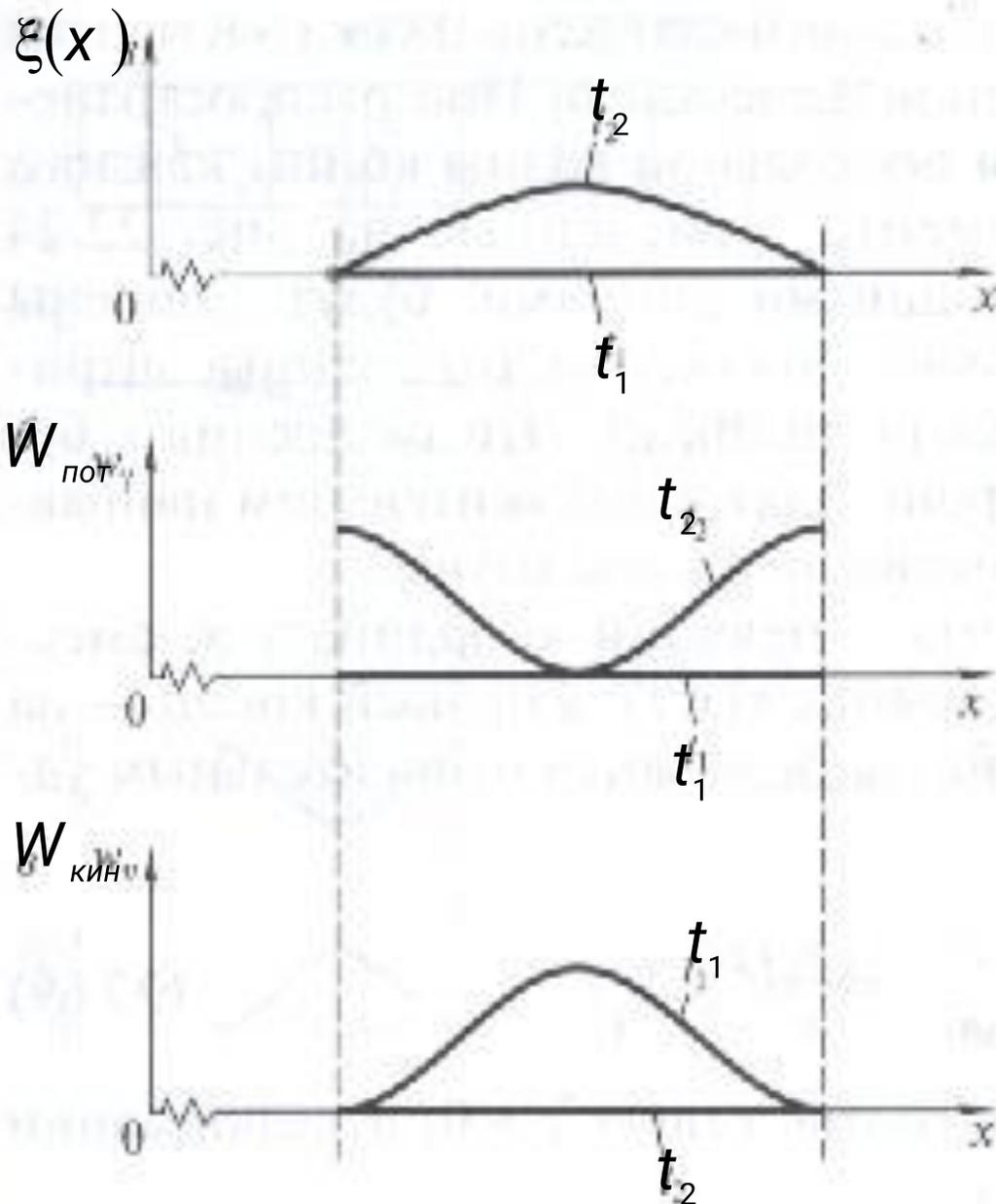
После возникновения стоячая волна в непоглощающей среде перестает забирать энергию от источника волны.

Наблюдается :

*в пучности* – пучность  $\upsilon$ , пучность  $W_K$ , узлы  $W_{II}$ , узлы деформации.

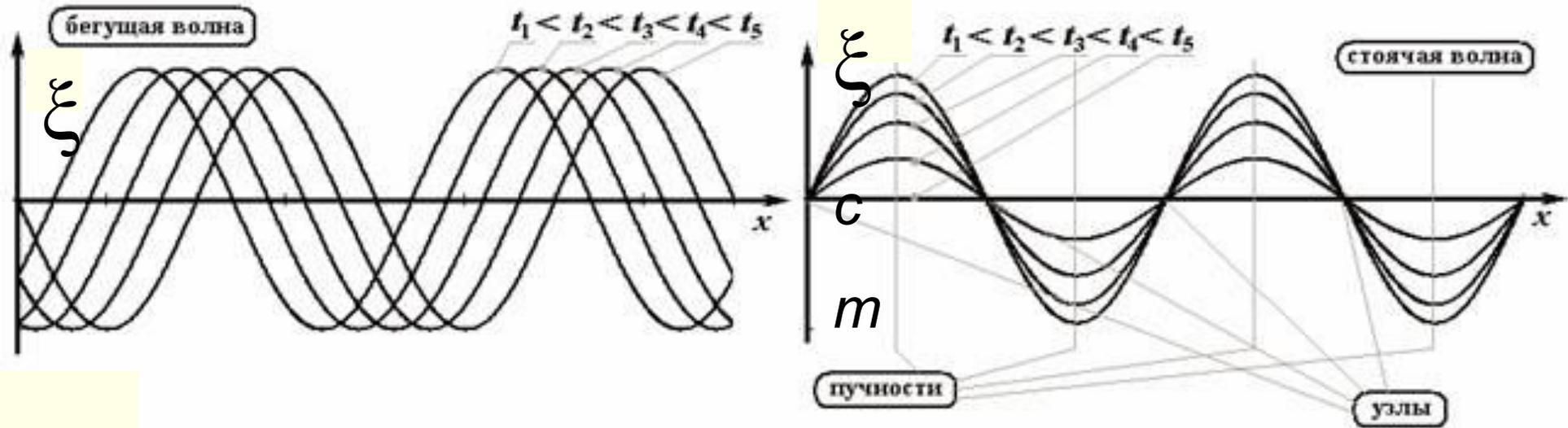
*в узлах*- узлы  $\upsilon$ , узлы  $W_K$ , пучность деформации, пучность  $W_{II}$ .

# Энергия колебаний в стоячей волне



В стоячей волне нет переноса энергии. Энергия колебаний между узлами остается постоянной. Происходит превращение потенциальной энергии деформации среды в кинетическую энергию движения частиц среды.

# Сравнение бегущей и стоячей волны

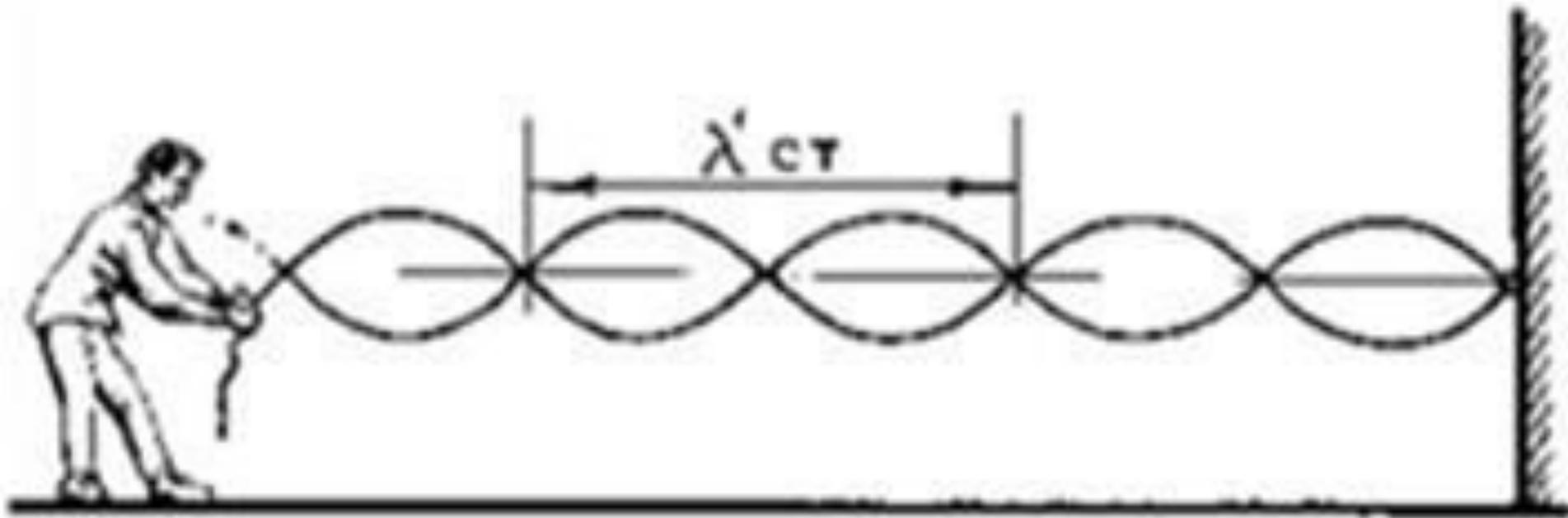


$$\xi(x, t) = A \sin(\omega t - kx); \quad \xi_{ст}(x, t) = 2A \sin(kx) \cos(\omega t).$$

Фаза колебаний в бегущей волне меняется от точки к точке и со временем  $\varphi(x, t) = \omega t - kx$ .

В стоячей волне точки между двумя соседними узлами колеблются в фазе, при переходе через узел фаза меняется на  $\pi$ .

# Получение стоячих волн при отражении



При отражении волны от закрепленного конца фаза колебаний меняется на  $\pi$ , на закрепленном конце образуется узел.

При отражении волны от

## 2. Электромагнитная волна

*Условие возникновения э/м волны – наличие*

*источника изменяющегося со временем э/м поля.*

Переменное э/м поле можно возбудить с помощью колебания электрических зарядов – диполя. Но для излучения электромагнитных волн заряд не обязательно должен совершать колебательное движение; главное — чтобы у заряда было ускорение. Любой заряд, движущийся с ускорением, является источником электромагнитных волн.

В 1888г. Герц экспериментально *доказал существование электромагнитных волн*, предсказанных теорией

Максвелла, которые распространяются в свободном пространстве. Герц установил, что скорость распространения э/м волн равна скорости света. Существование э/м\* волн вытекает из уравнений Максвелла.

Пусть среда, в которой распространяются электромагнитные волны, однородная, нейтральная, непроводящая.

Если среда – однородный и изотропный диэлектрик, то  $\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E}$ ;  $\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H}$ .

Аналогично:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2} &= \frac{\varepsilon\mu}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \\ \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial z^2} &= \frac{\varepsilon\mu}{\underbrace{c^2}_{\frac{1}{v^2}}} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} \end{aligned} \right\}$$

Волновые уравнения определяют изменение векторов  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  в пространстве и времени.

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$$

- фазовая скорость.

В вакууме  $\varepsilon = 1, \quad \mu = 1 \quad \Rightarrow \quad v = c.$

8. Из уравнений Максвелла для однородных изотропных сред  
следовательно, электромагнитные поля

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = \frac{\epsilon\mu}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}$$

$$\frac{1}{V^2} = \frac{\epsilon\mu}{c^2}$$

$$V = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}}$$

# Свойства электромагнитных волн.

1. Скорость распространения электромагнитных волн

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\epsilon_0\mu\mu_0}}$$

• Здесь  $\epsilon$  и  $\mu$  – диэлектрическая и магнитная проницаемости вещества,  $\epsilon_0$  и  $\mu_0$  – электрическая и магнитная постоянные (в СИ):

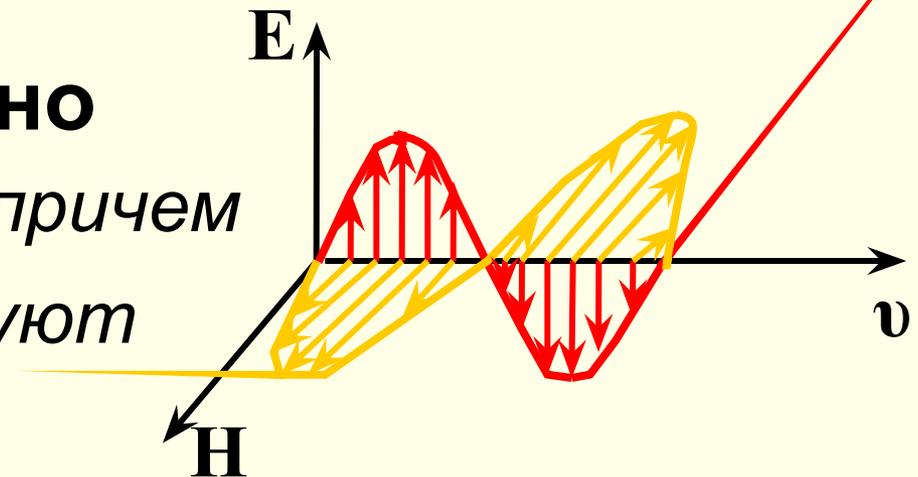
$$\epsilon_0 = 8,85419 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}, \quad \mu_0 = 1,25664 \cdot 10^{-6} \text{ Гн/м.}$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}} = 2,99792458 \cdot 10^8 \approx 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$$

Среда влияет на распространение электромагнитных волн, они преломляются, отражаются, поглощаются.

2. Электромагнитная волна – **поперечная**, вектора  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  лежат в плоскости, перпендикулярной к направлению распространения волны, т.е. к вектору  $\mathbf{U}$  в рассматриваемой точке поля.

3. Вектора  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  **взаимно перпендикулярны**, причем вектора  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{H}$  и  $\mathbf{U}$  образуют правовинтовую тройку



4. Вектора ***E*** и ***H*** колеблются в одной фазе – одновременно обращаются в нуль и одновременно достигают тех значения.

5. Мгновенные значения векторов ***E*** и ***H*** связаны соотношением

$$E_0 \sqrt{\xi_0 \xi} = H_0 \sqrt{\mu \mu_0}$$

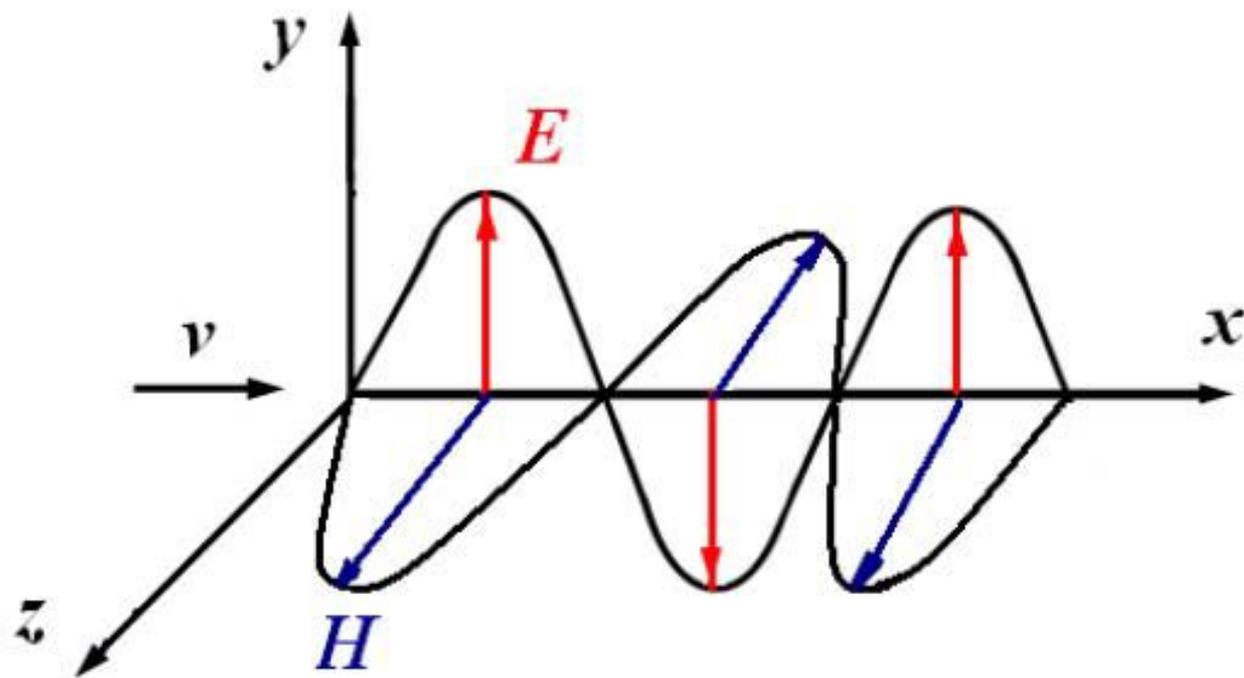
Дифференциальное уравнение электромагнитной волны (плоской), распространяющейся вдоль оси

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}, \quad \frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 H_z}{\partial t^2}.$$

Этим уравнениям удовлетворяет, в частности, плоская монохроматическая электромагнитная волна:

$$E_y = E_0 \cos(\omega t - kx),$$

$$H_z = H_0 \cos(\omega t - kx).$$



6. Электромагнитная волна *переносит энергию*  
(электромагнитную волну можно обнаружить)

7. Электромагнитная волна оказывает на тело давление.  
Например, заряженные частицы тела в магнитном поле  
волны начинают двигаться под действием силы  
Лоренца  $F_L = q[v, B]$ .

## Объемная плотность энергии э/м волны

- показывает какая энергия была бы сосредоточена в единице объема вблизи данной точки, если бы энергия волны была распределена в среде равномерно  $\omega = dW/dV$

$$\omega = \omega_E + \omega_H = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}.$$

$$\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0} E = \sqrt{\mu\mu_0} H,$$

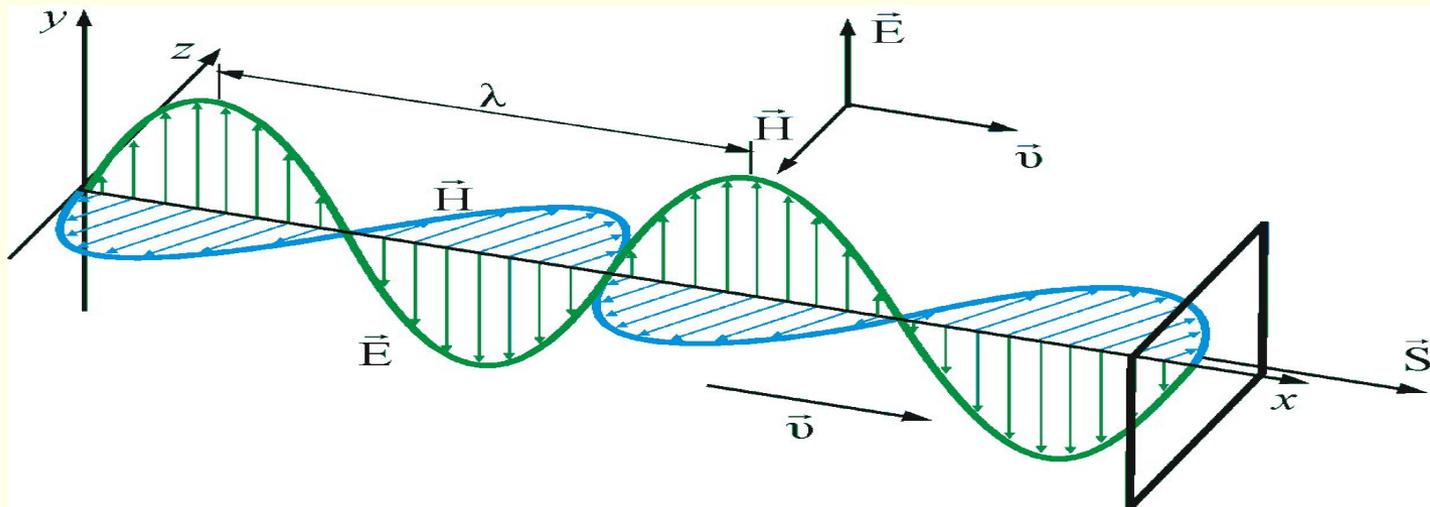
$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}.$$

$$\begin{aligned} \omega &= 2\omega_E = 2\omega_H = \varepsilon\varepsilon_0 E^2 = \mu\mu_0 H^2 = \sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0} EH = \\ &= \frac{\sqrt{\varepsilon\mu}}{c} EH = \frac{1}{v} EH. \end{aligned}$$

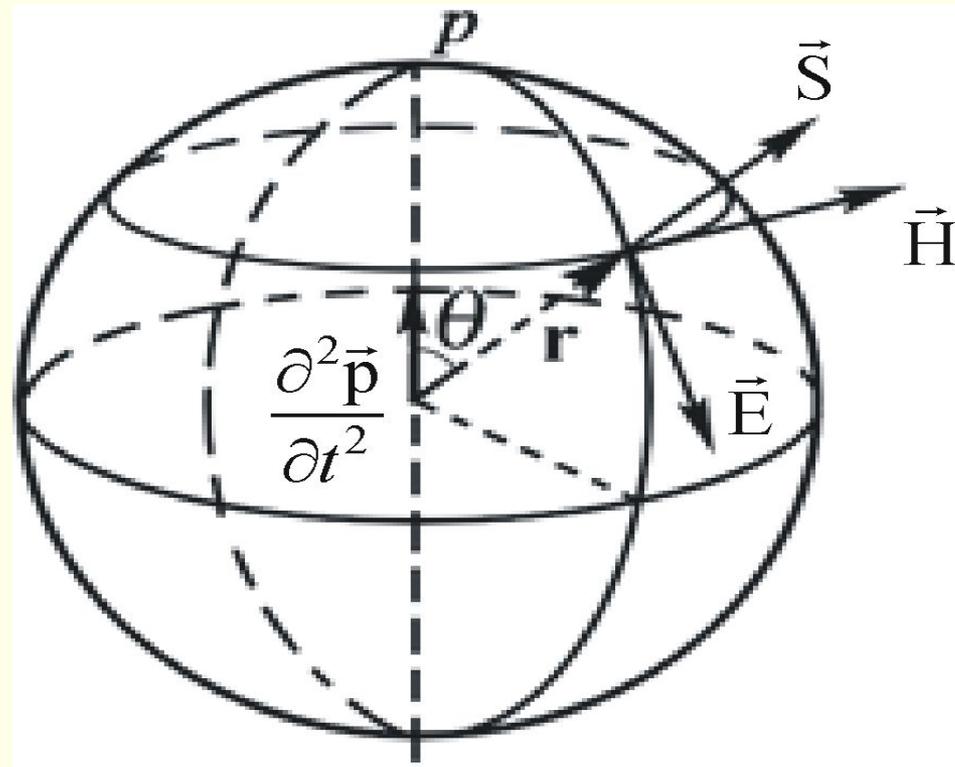
# Плотность потока энергии

равна объемной плотности энергии умноженной на скорость волны:  $j = S = \omega v = EH$ .

Вектора  $E$ ,  $H$ ,  $v$  образуют правовинтовую тройку, Следовательно вектор  $S$  направлен в сторону распространения электромагнитной волны, а его модуль равен энергии, переносимой за единицу времени электромагнитной волной через единичную площадку, перпендикулярно направлению распространения волны.



В сферической электромагнитной волне, излучаемой ускоренно двигающимися зарядами, векторы  $\mathbf{H}$  направлены по параллелям, векторы  $\mathbf{E}$  – по меридианам, а поток энергии  $\mathbf{S}$  – по нормали  $\mathbf{n}$



# Электромагнитная масса и импульс

Электромагнитному полю присущи масса и электромагнитный импульс.

$$p = mv \quad E = mc^2 \quad p = mc = E/c$$

Поглощаясь каким-либо телом, электромагнитная волна сообщает этому телу некоторый импульс, т. е. оказывает на него давление

## Излучение диполя

- Простейшая излучающая система – *электрический диполь*, дипольный момент  $p_l$  которого изменяется с течением времени.

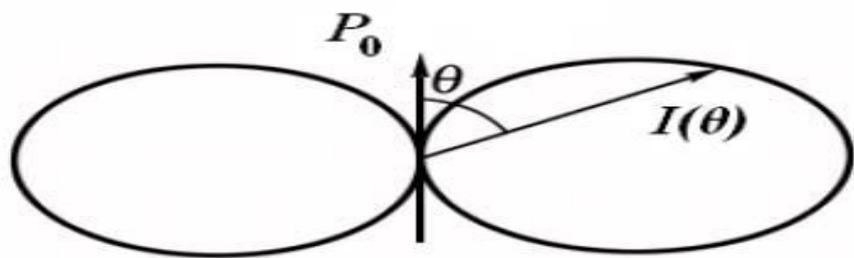
*Линейный гармонический осциллятор*

– электрический диполь, момент которого изменяется по гармоническому закону

$$\vec{p}_l = \vec{p}_0 \cos \omega t; \quad |\vec{p}_0| = \text{const} = q \cdot l.$$

Если поле распространяется в однородной, изотропной среде, то во всех точках, находящихся на одинаковом расстоянии  $r$  от диполя, фаза гармонических колебаний одинакова. Следовательно, волновой фронт сферический, и *волна*, излучаемая диполем, *сферическая*.

В полярных координатах  $(\vec{r}, \theta)$  зависимость интенсивности излучения от угла  $\theta$ , называемая *диаграммой направленности излучения диполя*



- Диполь сильнее всего излучает в направлении, составляющем угол  $\theta = \frac{\pi}{2}$ , т.е. в плоскости, проходящей через середину диполя перпендикулярно его оси.
- Вдоль своей оси  $\theta = 0; \pi$  диполь не излучает совсем.

Амплитуда колебаний векторов **E** и **H** пропорциональна

$$\frac{1}{r} \sin \theta, \quad \theta - \text{угол между вектором } r \text{ и осью диполя.}$$

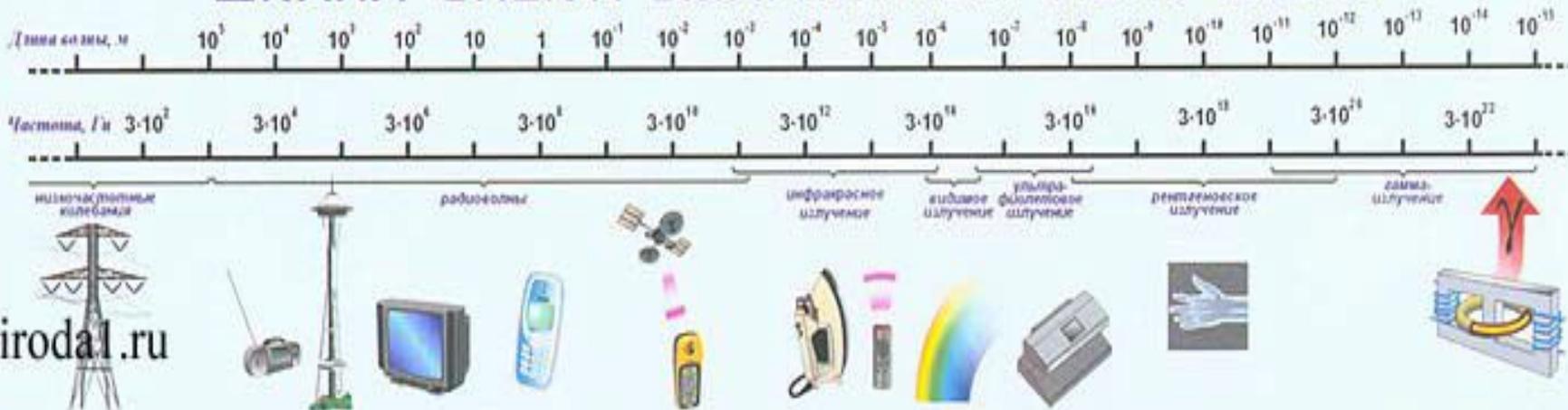
- Интенсивность излучения

$$I \sim A^2 \sim \frac{\sin^2 \theta}{r^2}.$$

# Шкала электромагнитных волн

- В зависимости от частоты (или длины волны), а так же от способа излучения и регистрации, различают несколько видов электромагнитных волн.
- Радиоволны
- Оптическое излучение (световые волны)
- Рентгеновское излучение
- Гамма-излучение

## ШКАЛА ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ИЗЛУЧЕНИЙ

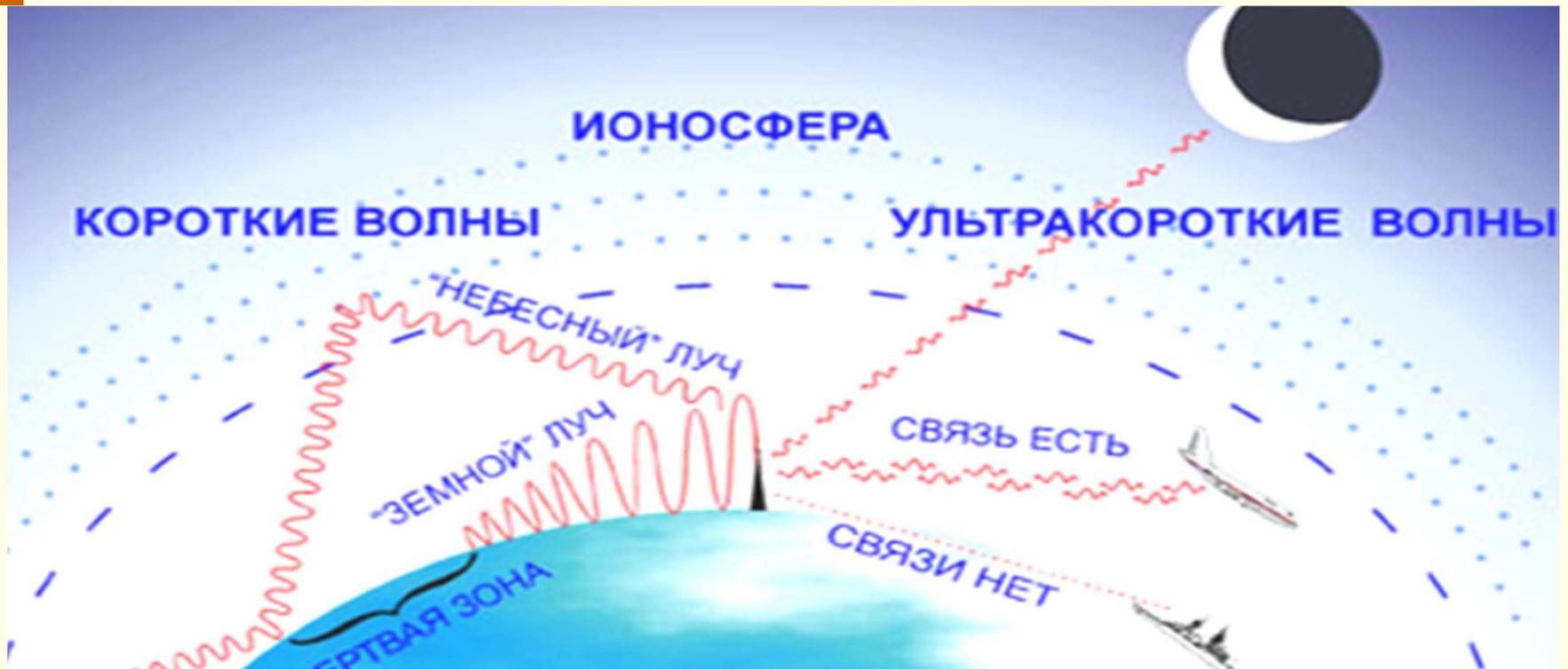


# Радиоволны



В связи с особенностями распространения и генерации весь диапазон радиоволн принято делить на 9 поддиапазонов:

- |   |                |                     |
|---|----------------|---------------------|
| 1 | сверхдлинные   | $\lambda > 10^5$ м, |
| 2 | длинные волны  | $10^4 - 10^3$ м,    |
| 3 | средние волны  | $10^3 - 10^2$ м,    |
| 4 | короткие волны | $10^2 - 10$ м,      |
| 5 | метровые       | $10 - 1$ м,         |
| 6 | дециметровые   | $1 - 0,1$ м,        |
| 7 | сантиметровые  | $0,1 - 0,01$ м,     |



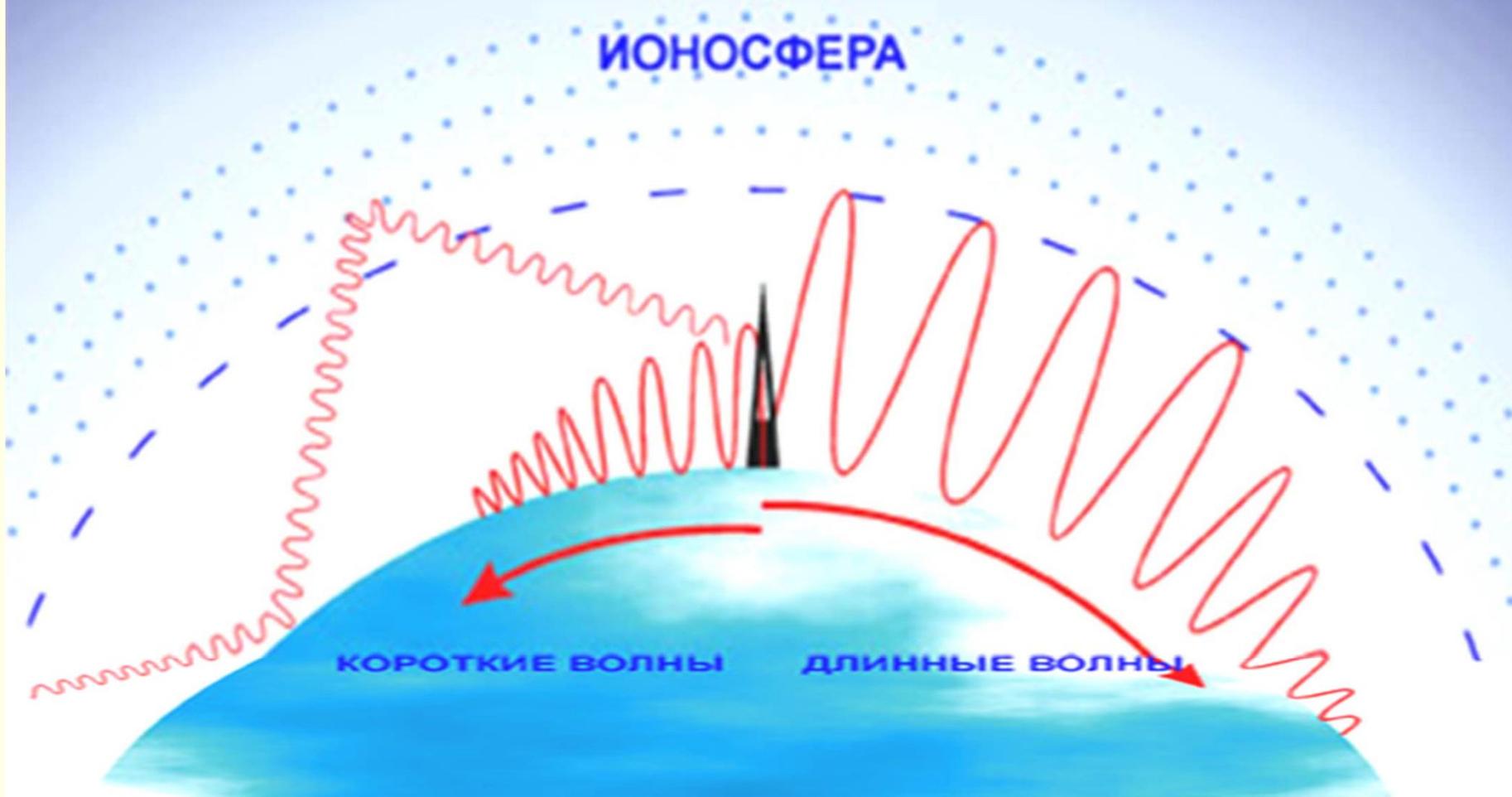
На распространение радиоволн в атмосфере существенно влияет явление дифракции радиоволн, поглощение в атмосфере и земной поверхности, отражение от Земли, поглощение, преломление и отражение от ионосферы– верхней части атмосферы.

## Радиоволны ( $\lambda > 1$ мм).

Источниками радиоволн служат колебания зарядов в проводах, антеннах, колебательных контурах. Радиоволны излучаются также во время гроз

- **Сверхдлинные волны** ( $\lambda > 10$  км). Хорошо распространяются **в воде**, поэтому используются для связи с **подводными лодками**.
- **Длинные волны** ( $1 \text{ км} < \lambda < 10 \text{ км}$ ). Используются в радиосвязи, радиовещании **радионавигации**.
- **Средние волны** ( $100 \text{ м} < \lambda < 1 \text{ км}$ ). **Радиовещание**. Радиосвязь на расстоянии более 1500 км.
- **Короткие волны** ( $10 \text{ м} < \lambda < 100 \text{ м}$ ). **Радиовещание**. Хорошо отражаются от ионосферы; в результате многократных отражений от ионосферы и от поверхности Земли могут распространяться вокруг земного шара. Поэтому на коротких волнах можно ловить радиостанции других стран. 6
- **Метровые волны** ( $1 \text{ м} < \lambda < 10 \text{ м}$ ). **Местное радиовещание** в УКВ-диапазоне. Например, длина волны радиостанции «Эхо Москвы» составляет 4 м. Используются также в **телевидении** (федеральные каналы); так, длина волны телеканала «Россия 1» равна примерно 5 м.

- **Дециметровые волны** ( $10 \text{ см} < \lambda < 1 \text{ м}$ ). Телевидение (дециметровые каналы). Например, длина волны телеканала «Animal Planet» приблизительно равна 42 см. Это также **диапазон мобильной связи**; так, стандарт GSM 1800 использует радиоволны с частотой примерно 1800 МГц, т. е. с длиной волны около 17 см. Есть ещё одно хорошо известное вам применение дециметровых волн — это **микроволновые печи**. Стандартная частота микроволновой печи равна 2450 МГц (это частота, на которой происходит резонансное поглощение электромагнитного излучения молекулами воды). Она отвечает длине волны примерно 12 см. Наконец, в технологиях беспроводной связи Wi-Fi и Bluetooth используется такая же длина волны — 12 см (частота 2400 МГц).
- **Сантиметровые волны** ( $1 \text{ см} < \lambda < 10 \text{ см}$ ). Это — область радиолокации и **спутниковых телеканалов**. Например, канал НТВ+ ведёт своё телевидение на длинах волн около 2 см.
- **Миллиметровые волны** ( $1 \text{ мм} < \lambda < 1 \text{ см}$ ). **Радиолокация, космические линии связи**. Здесь мы подходим к длинноволновой границе инфракрасного излучения.



- Радиосвязь—передача какой-либо информации с помощью радиоволн. В радиовещании осуществляется передача речи, музыки, телеграфных сигналов. В \* телевидении —изображения.

**Средние и короткие волны радиоволны** отражаются от слоёв ионосферы, следовательно, возможна дальняя радиосвязь, могут обогнуть земной шар. Музыка и речь без искажений.

**Ультракороткие радиоволны,  $\lambda < 5$  м** (телевидение) в обычных условиях не отражаются от ионосферы. Следовательно, надёжный приём ультракоротких волн возможен в пределах прямой видимости. Для дальнего телевидения применяется последовательная цепь ретрансляционных станций или спутники

При радиосвязи, осуществляемой на **длинных радиоволнах**, основной недостаток – хорошо пропускает ионосфера. Неэффективно использовать на большие расстояния., хорошо проходят через воду.

# Оптическое излучение: (СВЕТ)

- *инфракрасное излучение* –электромагнитное излучение, испускаемое нагретыми телами,  $\lambda = 1\text{мм} - 770\text{ нм}$ .
- *видимое излучение* (видимый свет) способно вызывать зрительное ощущение в глазе,  $\lambda = 770\text{ нм} - 380\text{ нм}$ .
- *ультрафиолетовое излучение*,  $\lambda = 380 - 10\text{ нм}$ .

## Ультрафиолетовое излучение ( $10 \text{ нм} < \lambda < 380 \text{ нм}$ ).

Главным источником ультрафиолетового излучения является Солнце. Именно ультрафиолетовое излучение приводит к появлению загара.

Человеческим глазом оно уже не воспринимается.

В небольших дозах ультрафиолетовое излучение полезно для человека: оно повышает иммунитет, улучшает обмен веществ, имеет целый ряд других целебных воздействий и потому применяется в физиотерапии.

## Видимый свет ( $380 \text{ нм} < \lambda < 780 \text{ нм}$ ).

Излучение в этом промежутке длин волн воспринимается человеческим глазом. Диапазон видимого света можно разделить на семь интервалов — так называемые спектральные цвета.

- Красный: 625 нм — 780 нм;
- Оранжевый: 590 нм — 625 нм;
- Жёлтый: 565 нм — 590 нм;
- Зелёный: 500 нм — 565 нм;
- Голубой: 485 нм — 500 нм;
- Синий: 440 нм — 485 нм;
- Фиолетовый: 380 нм — 440 нм.

Глаз имеет максимальную чувствительность к свету в зелёной части спектра. Вот почему школьные доски согласно ГОСТу должны быть зелёными: глядя на них, глаз испытывает меньшее напряжение.

## Инфракрасное излучение ( $780 \text{ нм} < \lambda < 1 \text{ мм}$ ).

Испускается молекулами и атомами нагретых тел. Инфракрасное излучение называется ещё тепловым — когда оно попадает на наше тело, мы чувствуем тепло. Человеческим глазом инфракрасное излучение не воспринимается<sup>4</sup>. Мощнейшим источником инфракрасного излучения служит Солнце.

# **Рентгеновское излучение**

от 50 до 0,001 нм

–электромагнитное излучение,  
которое возникает при взаимодействии  
элементарных частиц и фотонов с атомами  
вещества- при торможении быстрых  
заряженных частиц электронов и  
протонов.

## Рентгеновское излучение ( $5 \text{ пм} < \lambda < 10 \text{ нм}$ ).

Возникает в результате торможения быстрых электронов у анода и стенок газоразрядных трубок (тормозное излучение), а также при некоторых переходах электронов внутри атомов с одного уровня на другой (характеристическое излучение).

Рентгеновское излучение легко проникает сквозь мягкие ткани человеческого тела, но поглощается кальцием, входящим в состав костей. Это даёт возможность хорошо известные вам рентгеновские снимки. В аэропортах вы наверняка видели действие рентгенотелевизионных интроскопов — эти приборы просвечивают рентгеновскими лучами ручную кладь и багаж. Длина волны рентгеновского излучения сравнима с размерами атомов и межатомных расстояний в кристаллах; поэтому кристаллы являются естественными дифракционными решётками для рентгеновских лучей.

# Гамма-излучение (гамма лучи)

менее 0,01 нм.

Испускается возбуждёнными атомными ядрами при радиоактивных превращениях и ядерных реакциях, при распаде частиц, аннигиляции частица - античастица и других процессах, происходящих внутри атомных ядер и в результате ядерных реакций.

## Гамма-излучение ( $\lambda < 5$ пм).

Это излучение наиболее высокой энергии. Его проникающая способность намного выше, чем у рентгеновских лучей. Гамма-излучение возникает при переходах атомных ядер из одного состояния в другое, а также при некоторых ядерных реакциях. Некоторые насекомые и птицы способны видеть в ультрафиолете. Например, пчёлы с помощью своего ультрафиолетового зрения находят нектар на цветах. Источниками гамма-лучей могут быть заряженные частицы, движущиеся со скоростями, близкими к скорости света. В больших дозах гамма-излучение очень опасно для человека: оно вызывает лучевую болезнь и онкологические заболевания. Но в малых дозах оно может подавлять рост раковых опухолей и потому применяется в лучевой терапии. Бактерицидное действие гамма-излучения используется в сельском хозяйстве (гамма-стерилизация сельхозпродукции перед длительным хранением), в пищевой промышленности (консервирование продуктов), а также в медицине (стерилизация материалов).